

Український державний університет залізничного транспорту
Міністерство освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

ЛЕЙБУК ЯРОСЛАВ СЕРГІЙОВИЧ

УДК 625.143.482

ДИСЕРТАЦІЯ

**ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ІНЕРЦІЙНИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОЛІЇ
НА ПРОЦЕСИ ВЗАЄМОДІЇ З РУХОМИМ СКЛАДОМ**

05.22.06 – залізнична колія

27 – транспорт

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання
ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне

джерело



Я.С. Лейбук

Науковий керівник

ПОТАПОВ Дмитро Олександрович,

кандидат технічних наук, доцент

Харків – 2021

АНОТАЦІЯ

Лейбук Я. С Дослідження впливу інерційних характеристик колії на процеси взаємодії з рухомим складом. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.22.06 – залізнична колія (27 – транспорт). – Український державний університет залізничного транспорту, Харків, 2021.

Дисертація присвячена дослідженню впливу приведеної маси колії на рівень сил взаємодії залізничної колії і пасажирського рухомого складу у вертикальній площині в експлуатаційних умовах магістральних залізниць.

Зміст дисертації. У вступі обґрунтовано актуальність теми, сформульовано мету і задачі дослідження, показано зв'язок роботи з науковими програмами, планами і темами, розглянуто наукову новизну, актуальність і практичне значення одержаних результатів.

В першому розділі наведені результати аналізу розвитку теорії взаємодії залізничної колії з рухомим складом. Проведений аналіз показав, що на теперішній час існує широкий спектр засобів для математичного моделювання процесів взаємодії залізничної колії та рухомого складу. Так, виходячи із задач, що розв'язуються, можливе використання комбінацій моделей, які побудовані на плоских розрахункових схемах статичної рівноваги між деформацією об'єкта та сили, що прикладена до нього, або просторових систем на базі розрахункових схем динамічної рівноваги на основі принципу Лагранжа-д'Аламбера. Також одним з висновків проведеного аналізу можна вважати факт поступового відходу від використання в математичних моделях розрахункової схеми залізничної колії у вигляді балки на суцільній пружній основі. Оскільки, на думку достатньо великої кількості дослідників, це дещо ідеалізує залізничну колію та її технічний стан. В якості альтернативи можливе використання просторових

моделей, в яких залізнична колія розглядається як балка, що спирається на окремі опори з нелінійними пружно-дисипативними характеристиками.

Тому в рамках даного дослідження було прийнято рішення використовувати комплекс математичних моделей просторової динамічної системи «екіпаж-колія», основи якої були розроблені для умов залізниць незагального користування проф. О.М. Даренським, з урахуванням дискретності підрейкової основи, а також нелінійності її пружно-дисипативних характеристик.

В другому розділі проведено адаптацію математичної моделі просторової динамічної системи «екіпаж-колія» проф. О.М. Даренського відповідно до завдань даного дослідження. Виходячи з перспектив підвищення швидкостей по окремих напрямках магістральних залізниць України, в якості розрахункових одиниць рухомого складу в роботі обрано пасажирські електропоїзди EJ 675 («Skoda»), HRCS2 («Hyundai Rotem»), ЕКр1 (ПАО «КВСЗ»), які експлуатуються на ділянках прискореного руху АТ «Укрзалізниця».

З точки зору формування в підсистемі «екіпаж» диференційних рівнянь динамічної рівноваги між прискореним рухом тіл з масою та обмеженнями, що накладаються на можливість їх сумісного переміщення, до однієї з ключових особливостей цих типів рухомого складу можна віднести наявність двохступеневого ресорного підвішування. В загальному випадку на електропоїздах ЕКр1, HRCS2, EJ675 для гасіння вертикальних і бічних сил перший ступінь ресорного підвішування складається з гвинтових пружин і гумових блоків, у другому – між рамою візка та кузовом використовуються пневматичні ресори.

Як базову, було прийнято схему чотиривісного екіпажа з урахуванням кінетичних та силових зв'язків між його елементами, зокрема реакцій комплектів першого та другого ступенів ресорного підвішування. Кузов і частини візка вважаються твердими тілами. Вертикальні силові й кінематичні

зв'язки підсистем «екіпаж» і «колія» подані з урахуванням одностороннього зв'язку колеса і рейки, пружної й дисипативних реакцій колії. При русі екіпажу з постійною швидкістю кількість лінійних і кутових переміщень його елементів дорівнює сімнадцяти. Враховано можливість руху по колії коліс, що мають дисбаланс, нерівномірність прокату та повзуни і створюють ударні сили у стиках. Рейки розглядаються як балки, що спираються на окремі опори, які мають просторові пружно-дисипативні властивості.

Для врахування приведеної маси залізничної колії було розглянуто її вимушені коливання по довжині у відповідний момент часу під дією зовнішнього вертикального навантаження, що змінюється по гармонійному закону: Отримане в роботі рішення диференційного рівняння вертикальних переміщень рейки, враховує не тільки пружні (геометричні) характеристики підрейкових опор, а також і масу залізничної колії, яка бере участь у процесі вимушених коливань під дією зовнішніх навантажень.

В третьому розділі розроблені теоретичні підходи щодо визначення приведеної маси залізничної колії, математичний апарат для практичної оцінки величини цієї характеристики, а також проведено експериментальну перевірку отриманих результатів. Для числової реалізації відповідно до задач даного дослідження було адаптовано математичну модель напружено-деформованого стану залізничної колії, яка була розроблена проф. Д.М. Курганом, на основі динамічної задачі теорії пружності.

Одним з базових елементів в запропонованій моделі є визначення геометрії поширення напружень (і відповідних деформацій) у півпросторі залізничної колії від дії зовнішнього навантаження (коліс рухомого складу).

Геометрія поширення напружень описується множиною векторів. Довжини векторів визначаються на кожному часовому кроці для всіх можливих напрямків поширення деформацій, які задаються кутами, що описують півпростір. Внесений в математичну модель відповідний розрахунковий модуль, дозволяє визначати приведену до точки контакту з

колесом маси рейкошпальної решітки та підшпальної основи в наступній послідовності: від сили, прикладеної до рейки, поширюються деформації і після декількох часових кроків моделювання передаються від підшви (і частково від бокових поверхонь) шпали до баласту; подальше поширення деформацій формує розрахункові сфери, кожна з яких є простір між початками і кінцями векторів на поточному кроці розрахунку з урахуванням обмежень границями об'єкту; фіксується маса (повна) і вертикальна деформація кожного елемента, який бере участь у взаємодії; визначається приведена маса кожної сфери, з точкою приведення до її вертикальної осі; визначається приведена маса шару до точки контакту колеса і рейки

Варіюючи вихідними даними (в першу чергу, фізико-механічними характеристиками підшпальної основи) були проведені розрахунки, які дозволили встановити, що для умов магістральних залізниць величина приведеної маси залізничної колії знаходиться в межах $11 \div 15$ кН

Для оцінки адекватності розробленої математичної моделі було проведено експериментальні роботи по вимірюванню вертикальних прискорень в елементах залізничної колії на діючих ділянках регіональної філії «Південна залізниця». Фактичний стан колії на ділянках проведення експерименту знаходився у відповідності до вимог Правил технічної експлуатації залізниць України. Технічні характеристики (тип рейок, скріплень, баластного шару та ін.), були близькими до вихідних даних окремих варіантів проведених раніше теоретичних розрахунків.

Вимірювання прискорень в елементах залізничної колії проводилося за допомогою ADXL345 – мініатюрного акселерометру з високою роздільною здатністю і діапазоном вимірювання до $\pm 16g$. Модуль здатний вимірювати статичні прискорення, викликані гравітацією, а також динамічні прискорення, викликане рухом або ударами. Для настройки, обробки та реєстрації даних на базі акселерометра було розроблено пристрій з

використанням мікроконтролера AVR ATmega328P. Запис даних проводився на карту пам'яті microSD..

В обраному для спостережень перерізі колії за допомогою магніту на підшву кожної рейкової нитки було встановлено по одному пристрою. В якості джерела коливань було використано динамічний стабілізатор колії ДСП-С4, технічні можливості якого, дали змогу моделювати зовнішнє динамічне поїзне навантаження. Вимірювання проводились серіями у відповідності до робочих частот коливань стабілізатора, що дало змогу отримати достатній обсяг вихідних даних для побудови акселерограм. з подальшим визначенням спектральних характеристик, а також екстремальних значення прискорень в елементах залізничної колії.

Математичний апарат по визначенню приведеної маси залізничної колії в лабораторних умовах дозволив остаточно визначити цю величину, виходячи з отриманих даних експериментів.

Розбіжність між експериментальними та отриманими раніше теоретичними значеннями величини приведеної маси залізничної колії складає до 8%, що свідчить про адекватність запропонованої моделі.

В четвертому розділі наведено результати, проведених числовими методами, досліджень по визначенню рівня вертикальних сил взаємодії залізничної колії та електропоїздів ЕКр1, НRCS2 та EJ 675. З метою встановлення впливу приведеної маси залізничної колії на величину сил у вертикальній площині вихідні дані було розбито на дві групи. Єдиною відмінністю проведення розрахунків для варіантів першої групи (у порівнянні з другою) було відключення відповідних обчислювальних модулів для визначення приведеної маси залізничної колії. Всі інші вихідні дані були повністю ідентичними. В результаті проведених розрахунків були отримані величини вертикальних сил взаємодії для обраних рухомих одиниць в діапазоні швидкостей від 100 до 160 км/год., як із урахуванням приведеної маси залізничної колії, так і без неї.

Проведені розрахунки показали, що приведена маса залізничної колії чине вплив на величину вертикальних сил взаємодії з рухомим складом. Встановлено загальне зменшення величини цих сил для всіх обраних типів електропоїздів. Мінімальне (у процентному відношенні) зменшення для всього діапазону швидкостей зафіксоване для електропоїзда HRCS2 (4-12%), максимальне – для Екр1 (7-17%). При швидкості руху 140 км/год рівень вертикальних сил для електропоїздів EJ675, HRCS2, ЕКр1 знижується відповідно на 13, 11 та 15%.

Ключові слова: залізнична колія, приведена маса, підшпальна основа, ділянки прискореного руху, математична модель взаємодії залізничної колії і рухомого складу, безпека руху поїздів

ABSTRACT

Investigation of the influence of track inertial characteristics on the processes of interaction with rolling stock. - Qualifying scientific work on the rights of the manuscript.

The dissertation on competition of a scientific degree of the candidate of technical sciences on a specialty 05.22.06 - a railway track (27 - transport). - Ukrainian State University of Railway Transport, Kharkiv, 2020.

The dissertation is devoted to the research of the influence of the reduced mass of the track on the level of forces of interaction of the railway track and passenger rolling stock in the vertical plane in the operating conditions of the main railways.

The content of the dissertation. The introduction substantiates the relevance of the topic, formulates the purpose and objectives of the study, shows the relationship of work with scientific programs, plans and topics, considers the scientific novelty, relevance and practical significance of the results.

The first Chapter presents the results of the analysis of the development of the theory of interaction of the railway track with rolling stock. The analysis showed that at present there is a wide range of tools for mathematical modeling of the interaction of the railway track and rolling stock. Thus, based on the problems to be solved, it is possible to use combinations of models based on flat calculation schemes of static equilibrium between the deformation of the object and the force applied to it, or spatial systems based on calculation schemes of dynamic equilibrium based on the Lagrange principle. -d'Alembert. Also, one of the conclusions of the analysis can be considered the fact of gradual departure from the use in mathematical models of the calculation scheme of the railway track in the form of a beam on a solid elastic basis. Because, according to a large number of researchers, this somewhat idealizes the railway track and its technical condition. Alternatively, it is possible to use spatial models in which the railway track is considered as a beam resting on individual supports with nonlinear elastic-dissipative characteristics.

Therefore, in the framework of this study it was decided to use a set of mathematical models of the spatial dynamic system "crew-track", the basics of which were developed for the conditions of non-public railways prof. O. Darensky, taking into account the discreteness of the subrail base, as well as the nonlinearity of its elastic-dissipative characteristics.

In the second Chapter the adaptation of the mathematical model of the spatial dynamic system "crew-track" of prof. O. Darensky in accordance with the objectives of this study. Based on the prospects of increasing speeds in certain directions of the main railways of Ukraine, as electric units of rolling stock in the work selected passenger electric trains EJ 675 ("Skoda"), HRCS2 ("Hyundai Rotem"), EKr1 (PJSC "KVSZ"), which are operated on sections of accelerated traffic of JSC "Ukrzaliznytsia".

From the point of view of formation in the "crew" subsystem of differential equations of dynamic equilibrium between accelerated motion of bodies with mass

and restrictions imposed on the possibility of their joint movement, one of the key features of these types of rolling stock is the presence of two-stage spring suspension. In the general case, on electric trains EKp1, HRCS2, EJ675 the first stage of spring suspension consists of coil springs and rubber blocks for damping of vertical and lateral forces, in the second - pneumatic springs are used between the frame of the cart and the body.

As a basic, the scheme of the four-axle crew was adopted, taking into account the kinetic and force connections between its elements, in particular the reactions of the sets of the first and second stages of the spring suspension. The body and parts of the cart are considered solids. The vertical force and kinematic connections of the "crew" and "track" subsystems are presented taking into account the one-way connection of the wheel and the rail, the elastic and dissipative reactions of the track. When the crew moves at a constant speed, the number of linear and angular movements of its elements is equal to seventeen. The possibility of movement on the track of wheels that have imbalance, uneven rolling and sliders and create impact forces at the joints is taken into account. Rails are considered as beams resting on separate supports which have spatial elastic-dissipative properties.

To take into account the reduced mass of the railway track, its forced oscillations in length at the appropriate time under the action of external vertical load, which varies according to the harmonic law, were considered: as well as the mass of the railway track, which participates in the process of forced oscillations under the action of external loads.

In the third Chapter the theoretical approaches on definition of the resulted weight of a railway track, the mathematical device for a practical estimation of size of this characteristic are developed, and also the experimental check of the received results is carried out. For numerical implementation in accordance with the objectives of this study was adapted mathematical model of the stress-strain

state of the railway track, which was developed by prof. D. Kurgan, based on the dynamic problem of the theory of elasticity.

One of the basic elements in the proposed model is to determine the geometry of stress propagation (and corresponding deformations) in the half-space of the railway track from the action of external loads (rolling stock wheels).

The stress propagation geometry is described by a set of vectors. The lengths of the vectors are determined at each time step for all possible directions of strain propagation, which are given by the angles describing the half-space. The corresponding calculation module included in the mathematical model allows to determine the mass of the rail sleeper lattice and the sleeper base brought to the point of contact with the wheel in the following sequence: deformations propagate from the force applied to the rail and after several time steps) sleepers to the ballast; the further propagation of deformations forms the calculation spheres, each of which is the space between the beginnings and ends of the vectors in the current calculation step, taking into account the constraints of the object boundaries; the mass (full) and vertical deformation of each element participating in interaction is fixed; the reduced mass of each sphere is determined, with the point of reduction to its vertical axis; the reduced mass of the layer to the point of contact of the wheel and the rail is determined

Varying the initial data (first of all, physical and mechanical characteristics of the sleeper base) calculations were performed, which allowed to establish that for the conditions of the main railways the value of the reduced mass of the railway track is within $11 \div 15$ kN.

To assess the adequacy of the developed mathematical model, experimental work was carried out to measure the vertical accelerations in the elements of the railway track in the existing sections of the regional branch of the Southern Railway. The actual condition of the track at the sites of the experiment was in accordance with the requirements of the Rules of technical operation of the railways of Ukraine. Technical characteristics (type of rails, fasteners, ballast layer,

etc.) were close to the initial data of some variants of previously performed theoretical calculations.

Measurement of accelerations in the elements of the railway track was performed using ADXL345 - a miniature accelerometer with high resolution and measuring range up to $\pm 16g$. The module is able to measure static accelerations caused by gravity, as well as dynamic accelerations caused by motion or shock. A device using the AVR ATmega328P microcontroller was developed for setting up, processing and recording data on the basis of the accelerometer. Data was recorded on a microSD memory card.

In the selected cross-section of the track with a magnet on the sole of each rail thread was installed one device. As a source of oscillations, a dynamic track stabilizer DSP-C4 was used, the technical capabilities of which made it possible to model the external dynamic train load. The measurements were performed in series in accordance with the operating oscillation frequencies of the stabilizer, which allowed to obtain a sufficient amount of initial data for the construction of accelerograms. with subsequent determination of spectral characteristics, as well as extreme values of accelerations in the elements of the railway track.

Mathematical apparatus for determining the reduced mass of the railway track in the laboratory allowed to finally determine this value, based on the obtained experimental data.

The discrepancy between the experimental and previously obtained theoretical values of the value of the reduced mass of the railway track is up to 8%, which indicates the adequacy of the proposed model.

The fourth section presents the results of numerical methods of research to determine the level of vertical forces of the railway and electric trains EKr1, HRCS2 and EJ 675. In order to establish the influence of the reduced mass of the railway on the magnitude of forces in the vertical plane The only difference between the calculations for the options of the first group (compared to the second) was the disabling of the relevant computing modules to determine the reduced

mass of the railway track. All other initial data were completely identical. As a result of the calculations, the values of vertical interaction forces for the selected moving units in the speed range from 100 to 160 km / h were obtained, both taking into account the reduced mass of the railway track and without it.

The calculations showed that the reduced mass of the railway track has an effect on the magnitude of the vertical forces of interaction with the rolling stock. The general reduction of the magnitude of these forces for all selected types of electric trains is established. The minimum (in percentage) reduction for the whole speed range was recorded for the electric train HRCS2 (4-12%), the maximum - for Ekr1 (7-17%). At a speed of 140 km / h, the level of vertical forces for electric trains EJ675, HRCS2, EKr1 decreases by 13, 11 and 15%, respectively.

Keywords: railway track, reduced mass, underburden base, sections of accelerated traffic, mathematical model of interaction of railway track and rolling stock, train safety

Список публікацій здобувача:

1. Kurhan, D., Leibuk, Y. Research of the Reduced Mass of the Railway Track. *Acta Technica Jaurinensis*. 2020. 13(4). pp. 324–341.

2. Лейбук Я.С., Скорик О.О., Муригіна Н.О., Зверєва А.С. Експериментальне визначення приведеної маси колії. *Збірник наукових праць «Мости та тунелі: теорія, дослідження, практика»*. 2019. № 15. С. 41–46.

3. Даренський О.М., Шраменко В.П., Тулей Ю.Л., Дудін О.А., Лейбук Я.С. Математична модель колії, яка має інерційні характеристики, під дією швидкісного рухомого складу. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*. 2018. №4. С. 35–40.

4. Даренський О.М., Тулей Ю.Л., Овчинніков О. О., Лейбук Я.С. Числові дослідження динамічних поперечних сил у кривих, у зонах

нерівностей ланок колії. *Збірник наукових праць УкрДУЗТ*. 2018. Вип. 179. С. 51–58.

5. Даренский А.Н., Лейбук Я.С. Математическая модель колебаний железнодорожного пути как балки, которая имеет инерционные характеристики. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*. 2017. №2. С. 16–20.

6. Dmytro Potapov, Sergij Panchenko, Yaroslav Leibuk, Yuseph Tuley, Pavel Plis Effect of joint and isolated irregularities of the track on the wear of rails in curves. *MATEC Web of Conferences* 230. 2018. 01012.

7. Alexander Darenskiy, Volodymyr Vitolberg, Denis Fast, Andrii Klymenko, Yaroslav Leibuk A mathematical model of the rail track presented as a bar on elastic and dissipative supports under the influence of moving loads. *MATEC Web of Conferences* 116. 2017. 03002

8. Даренський О.М., Лейбук Я.С., Клименко А.В. Математична модель коливань залізничної колії як балки, яка має інерційні характеристики. *6-а Міжнародна науково-технічна конференція «Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд і будівель на залізничному транспорті»*. 2017. Харків: УкрДУЗТ. С. 196–197.

9. Лейбук Я.С. Вынужденные колебания пути как балки, которая имеет инерционные характеристики. *Збірник наукових праць УкрДУЗТ. Тези доповідей 80-ї Міжнародній науково-технічній конференції «Розвиток наукової та інноваційної діяльності на транспорті»*. 2018. С. 109.

10. Даренський О.М., Лейбук Я.С. Чисельні дослідження динамічних поперечних сил в кривих, в зонах нерівностей ланок колії. *7-а Міжнародна науково-технічна конференція «Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд і будівель на залізничному транспорті»*. 2018. С. 35–36.

11. Лейбук Я.С., Скорик О.О. Визначення приведеної маси колії за допомогою динамічного стабілізатора колії. *79 Міжнародна науково-*

практична конференція «Проблеми та перспективи розвитку залізничного транспорту». 2019. С. 240–242.

12. Лейбук Я.С. Урахування інерційних характеристик колії при визначенні сил її взаємодії з рухомим складом. *Збірник наукових праць УкрДУЗТ. Тези доповідей 78-ї Міжнародній науково-технічній конференції «Розвиток наукової та інноваційної діяльності на транспорті». 2016. С. 91–92.*

ЗМІСТ

ВСТУП	17
РОЗДІЛ 1 Аналіз існуючих моделей та методів досліджень	
взаємодії колії та рухомого складу	23
1.1 Історія питання	23
1.2 Характеристики колії, вплив на сили взаємодії з рухомим складом.....	30
1.3 Огляд існуючих моделей залізничних екіпажей.....	45
1.4 Власні та вимушені коливання колії при застосуванні розрахункової схеми рейок або балок на суцільній пружній основі	51
1.5 Висновки за розділом 1 та задачі дослідження.....	53
РОЗДІЛ 2 Математична модель просторової динамічної системи «екіпаж-колія»	56
2.1 Загальні відомості щодо розрахункових рухомих одиниць	56
2.2 Розрахункова схема підсистеми «екіпаж», складання системи диференційних рівнянь її руху	67
2.3 Силкові та кінематичні зв'язку в підсистемі «екіпаж».....	71
2.4 Вертикальні силкові і кінематичні зв'язку підсистем «екіпаж» і «колія»	75
2.5 Розрахункові геометричні параметри колії.....	80
2.6 Власні поперечні коливання балок	84
2.7 Вимушені поперечні коливання балок	88
2.8 Вимушені коливання рейки, як балки на багатьох пружно- дисипативних опорах, під дією зовнішнього навантаження.....	89
2.9 Висновки за розділом 2	103
РОЗДІЛ 3 Теоретичні основи визначення приведеної маси колії.....	105
3.1 Сучасні уявлення про визначення приведеної маси колії	105
3.2 Теоретичні положення математичної моделі для визначення	

приведеної маси підшпальної основи.....	113
3.3 Моделювання роботи залізничної колії для визначення	
приведеної маси підшпальної основи.....	120
3.3.1 Товщина баласту.....	122
3.3.2 Модуль деформації ґрунту.....	123
3.3.3 Щільність ґрунту.....	124
3.3.4 Модуль деформації баласту.....	125
3.3.5 Щільність баласту.....	126
3.3.6 Швидкість руху.....	126
3.4 Експериментальне визначення величини приведеної	
маси залізничної колії.....	132
3.5 Висновки до розділу 3	138
РОЗДІЛ 4 Числові дослідження величини вертикальних сил взаємодії	
залізничної колії та електропоїздів EJ 675, HRCS2, ЕКР-1.....	141
4.1 Опис алгоритму та програми для розрахунків.....	141
4.2 Результати числових досліджень	144
Висновки до розділу 4	149
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ	151
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	154
Додаток А Результати експериментальних робіт по	
вимірюванню прискорень в елементах залізничної колії	
на дослідних ділянках.....	168
Додаток Б Результати числових досліджень вертикальних сил взаємодії	
залізничної колії та лектропоїздів EJ 675, HRCS2, ЕКр1	174
Додаток В Впровадження матеріалів дисертаційної роботи	190

ВСТУП

Актуальність теми. Взаємодію залізничної колії та рухомого складу можна розглядати як сукупність фізичних процесів, які виникають під час руху поїздів (вагонів, локомотивів) по рейкових коліях залізниць. Саме ці процеси багато в чому обумовлюють прийняття відповідних організаційно-технічних рішень на етапах проектування, будівництва, експлуатації та реконструкції залізничних ліній і безпосередньо впливають на один з основних показників роботи залізничного транспорту – безпеку руху.

Динамічний характер впливу рухомого складу на колію, особливості її профілю і плану, температурні впливи навколишнього природного середовища, неоднорідність фізико-механічних характеристик матеріалів, коливальні процеси, що виникають під час руху екіпажей, – все це свідчить про складність процесів взаємодії залізничної колії і рухомого складу. Тому при вивченні цього питання завжди виникає необхідність у вирішенні багатофакторних задач з великою кількістю невідомих. Крім того, необхідно враховувати, що фактори впливу на процеси взаємодії є змінними у часі і просторі.

До одного з таких факторів можна віднести саме інерційні характеристики залізничної колії, зокрема величину її маси, яка бере участь у взаємодії з рухомим складом в точці контакту з колесом (приведена маса залізничної колії). Багаторічні дослідження провідних вчених дозволили розробити теоретичні та експериментальні підходи щодо визначення ролі цієї характеристики на процеси формування напруженого стану залізничної колії. Але отримані результати, в своїй переважній більшості, не в повній мірі відповідають сучасним умовам експлуатації на магістральних залізницях України, особливо приймаючи до уваги перспективи підвищення швидкостей руху.

Впровадження в експлуатацію нових типів рухомого складу, матеріалів та конструкцій залізничної колії і, насамперед, забезпечення при цьому необхідного рівня безпеки руху – все це створює об'єктивні

передумови щодо продовження досліджень для розширення уявлень щодо впливу приведеної маси залізничної колії на силові показники взаємодії з рухомим складом. Тому дослідження впливу інерційних характеристик колії на процеси взаємодії з рухомим складом є актуальним науково-технічним завданням на даному етапі розвитку вітчизняної залізничної галузі.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Дисертаційну роботу виконано відповідно до головних напрямків розвитку залізничного транспорту, які сформульовані в Національній транспортній стратегії України на період до 2030 року (схвалено розпорядженням Кабінету Міністрів України від 30.05.2018 № 430-р.). Обраний напрямок досліджень пов'язаний з держбюджетною тематикою кафедри «Залізнична колія і транспортні споруди» Українського державного університету залізничного транспорту, зокрема з науково-дослідною роботою «Теоретичні та експериментальні дослідження впливу електрокорозійного і напружено-деформованого стану залізничних споруд і колій на їх надійність і безпеку руху» (номер державної реєстрації №ДР 0113U001031), а також з іншими, в яких здобувач був виконавцем і автором окремих розділів у звітах: «Теоретичні дослідження можливості експлуатації пружного проміжного рейкового скріплення типу КПП-5 українського виробництва при швидкостях руху більше 160 км/год» (№ ДР 01207U103523), ««Аналітичний огляд організаційно-технічних заходів при впровадженні перспективних елементів верхньої будови колії»» (№ ДР 0121U109192).

Мета і задачі дослідження. Метою дисертаційної роботи є встановлення впливу приведеної маси колії на величину сил взаємодії залізничної колії і рухомого складу у вертикальній площині в експлуатаційних умовах магістральних залізниць, що передбачає розв'язання наступних задач:

- проаналізувати існуючі моделі для визначення сил взаємодії залізничної колії та рухомого складу для різних умов експлуатації;

- внести зміни в просторову математичну модель динамічної системи «екіпаж-колія» з урахуванням особливостей конструкції пасажирського рухомого складу магістральних залізниць та вимушених коливань залізничної колії у вертикальній площині під дією зовнішніх навантажень;
- провести теоретичну оцінку та експериментальну верифікацію величини приведеної маси залізничної колії в умовах магістральних залізниць;
- дослідити чисельними методами сили взаємодії рухомого складу і колії у вертикальній площині для умов магістральних залізниць.

Об’єкт досліджень – процеси взаємодії залізничної колії та рухомого складу в умовах магістральних залізниць.

Предмет досліджень – вплив приведеної маси залізничної колії на сили взаємодії рухомого складу і колії у вертикальній площині в умовах магістральних залізниць.

Методи досліджень. В роботі використано комплексний метод досліджень. При проведенні аналітичних розрахунків було застосовано загальноприйняті методи розрахунків залізничної колії на міцність і стійкість, теоретичної та будівельної механіки, а також основні положення теорії пружності. Експериментальні методи містять вимірювання прискорень цифровими акселерометрами на базі мікроконтролерів. Обробка даних та розрахунки виконувались із застосуванням програм Microsoft Excel, Mathcad та Matlab.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в наступному:

1. Вперше величина приведеної маси залізничної колії визначена з урахуванням геометрії поширення напружень (відповідних динамічних деформацій) у півпросторі залізничної колії, який залучений до взаємодії з рухомим складом.

2. Удосконалено математичну модель по визначенню сил взаємодії рухомого складу і залізничної колії на дискретній підрейковій основі з

нелінійними пружно-дисипативними характеристиками за рахунок введення в модель інерційних характеристик колії.

3. Доповнено теоретичні підходи по визначенню приведених мас баластного шару, земляного полотна і залізничної колії в цілому, що дозволило врахувати вплив окремих конструктивних параметрів залізничної колії та швидкостей руху на її приведену масу.

Практична значимість отриманих результатів полягає в наступному:

- отримані в роботі результати створюють передумови для оцінки можливості підвищення швидкостей на діючих дільницях прискореного руху АТ «Укрзалізниця», а також дозволяють більш точно визначати напружений стан залізничної колії, зокрема при введенні в експлуатацію на магістральних залізницях України нових типів рухомого складу та конструкцій колії

- результати дослідження використовуються в навчальному процесі Українського державного університету залізничного транспорту при підготовці фахівців освітнього рівня «магістр» спеціальності 273 «Залізничний транспорт» за освітньою програмою «Залізничні споруди та колійне господарство».

Практичне впровадження результатів дисертаційної роботи підтверджується відповідними актами, які надано в додатках до дисертації.

Обґрунтованість і достовірність наукових положень, висновків і рекомендацій. Всі наукові положення, висновки і рекомендації, які сформульовані в дисертації, є в достатній мірі обґрунтованими і достовірними, що обумовлено коректністю постановки й розв'язання поставлених задач. Достовірність наукових результатів обумовлена використанням надійних незалежних методів теоретичних та експериментальних досліджень, в тому числі основних положень теорії пружності, будівельної та теоретичної механіки, методів розрахунку залізничної колії на міцність та стійкість, що підтверджується узгодженістю

між собою теоретичних та експериментальних даних досліджень, а також з результатами інших дослідників за цими питаннями.

Особистий внесок здобувача. Основні теоретичні та експериментальні результати отримані автором самостійно (критичний аналіз літературних та інших джерел за тематикою дослідження, експериментальні роботи по визначенню приведеної маси залізничної колії, адаптація просторової моделі динамічної системи «екіпаж-колія» з урахуванням конструктивних особливостей пасажирського рухомого складу магістральних залізниць та інерційних характеристик залізничної колії, дослідження числовими методами рівня вертикальних сил взаємодії залізничної колії та рухомого складу), а також у співавторстві. Особистий внесок автора у спільні публікації відображений у переліку опублікованих робіт.

Апробація результатів дисертації. Основні положення і результати дисертаційних досліджень доповідались і отримали схвалення на 5 міжнародних науково-технічних конференціях: VI Міжнародній науково-технічній конференції «Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд та будівель на залізничному транспорті» (м. Харків, 19-21 квітня 2017 р.), VII Міжнародній науково-технічній конференції «Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд і будівель на залізничному транспорті», що присвячена 110-річчю зі дня народження Заслуженого діяча науки і техніки України д.т.н., професора Ангелейка В.І. (м. Харків, 14-16 листопада 2018 р.), на 80-й Міжнародній науково-технічній конференції «Розвиток наукової та інноваційної діяльності на транспорті» (м. Харків, 24-26 квітня 2018 р.), 78-й Міжнародній науково-технічній конференції «Розвиток наукової та інноваційної діяльності на транспорті». (м. Харків, 26-28 жовтня 2016 р.), 79-й Міжнародній науково-практичній конференції «Проблеми та перспективи розвитку залізничного транспорту» (м. Дніпро, 16-17 травня 2019 р.).

Дисертаційна робота в повному обсязі доповідалась та обговорювалась на засіданні кафедри «Залізнична колія і транспортні споруди» (м. Харків, 23

листопада 2020 р.) та міжвузівському семінарі Українського державного університету залізничного транспорту щодо апробації результатів дисертаційних досліджень (18 лютого 2021 р.)

Публікації. Основні наукові результати дисертаційної роботи опубліковано у 12 наукових працях, з яких: 3 статті у виданнях інших держав, які входять до Організації економічного співробітництва та Європейського союзу, з яких 2 – індексуються в міжнародній наукометричній базі Scopus; 4 статті у виданнях, що входять до переліку фахових видань України та 5 праць апробаційного характеру.

Структура дисертації. Дисертація складається із вступу, 4 розділів, основних висновків, списку використаних джерел із 138 найменувань на 14 сторінках, містить 153 сторінок основного тексту, 45 рисунків, 15 таблиць, 3 додатка.

РОЗДІЛ 1

АНАЛІЗ ІСНУЮЧИХ МОДЕЛЕЙ ТА МЕТОДІВ ДОСЛІДЖЕНЬ ВЗАЄМОДІЇ КОЛІЇ ТА РУХОМОГО СКЛАДУ

1.1 Історія питання

Вивчення процесів взаємодії колії й рухомого складу почалося разом із зародженням залізничної техніки, оскільки результати таких досліджень були потрібні для створення рухомого складу, елементів конструкції колії, встановлення норм утримання.

Спочатку рейку розглядали як розрізну балку на двох непружних опорах. Потім поступово переходили до розрахунків рейки як нерозрізної балки, що лежить на багатьох, але все-таки непружних опорах. Методи розрахунків колії в цьому напрямку пропонувалися й удосконалювалися Д.І. Журавським (1856 р.), Г. Пуанкером (1868 р.), Ф. Енрольдсом (1874 р.).

Наступним етапом удосконалювання розрахунків був перехід до розрахункової схеми рейки як балки, що знаходиться на багатьох пружних опорах. Вперше пропозиція про перехід на таку схему розрахунку була зроблена Ф. Ціммерманом у 1888 р.

Значний внесок у теорію взаємодії колії та рухомого складу зробив академік Н.П. Петров [1–2]. Він розробив основи теорії сил інерції необресорених мас, що рухаються по пружній колії з нерівностями будь-якої форми. В 1903–1906 рр. академік Н.П. Петров вперше прийняв в розрахунках загальну схему рейки як балки нескінченної довжини, що лежить на суцільній пружній основі [1–2]. Він склав і вирішив диференціальні рівняння рівноваги вертикальних сил, діючих на рейку від рухомого складу і підрейкової основи він же першим досліджував вплив нерівностей на колесах і рейках на рівень вертикальних сил взаємодії. Їм були дані основні ідеї застосування теорії ймовірностей до розрахунків колії (1906 р.).

Ідеї академіка Н.П. Петрова [1–2] про необхідність урахування імовірнісного характеру динамічних навантажень, вперше реалізовані О.П. Єршковим, одержали глибокий і всебічний розвиток у роботах Е.М. Бромберга [8] та Г.М. Шахунянца [20]. Фундаментальне узагальнення й розвиток цього підходу в розрахунках динамічних навантажень було виконано М.Ф. Веріго [7–8].

Професором С.П. Тимошенко в 1915 р. була опублікована робота, в якій він розглядав питання визначення напружень і прогинань рейки, що виникають при динамічних навантаженнях, при цьому він розглядав рейку як однорідну балку, що лежить на суцільній пружній основі [3].

Викладені вище ідеї і основи розрахунків колії, як балки лежачої на суцільній пружній основі одержали розвиток в роботах професорів А.М. Годицького–Цвірко [4], В.Н. Данілова, Е.М. Бромберга, М.Ф. Веріго [7–8], С.Н. Попова, А.Х. Ветченко, О.П. Ершкова, В.И. Ангелейко [16–19], Г.М. Шахунянца [20], Г. Марье [5], А. Франке і ряду інших видатних учених.

Основа сучасних інженерних розрахунків колії була розроблена в 1954 р., колективом авторів [13], у складі М.Ф. Веріго, В.Н. Данілова, Е.М. Бромберга, С.Н. Попова, А.Х. Ветченко, їх праця стала основою для створення “Правил проведення розрахунків верхньої будови залізничної колії на міцність”.

На підставі фундаментальних досліджень, проведених доктором технічних наук, професором, лауреатом Державної премії України в області науки і техніки Е.І. Даниленко [10,11,21–23], в 2006 році була розроблена і затверджена вітчизняна редакція “Правил розрахунку залізничної колії на міцність і стійкість” [12]. В цьому документі вперше в практиці наукових досліджень прийнята концепція, “багатошарової підрейкової основи”, розроблені принципово нові підходи до рішення задачі стійкості безстикової колії.

Слід зазначити значний внесок проф. Е.І. Даниленко в розвиток колійної науки для вітчизняних залізниць, його наукові праці і теоретичні розробки

мають велике значення в області розробки сучасних проміжних скріплень [24–28].

В 1986 р., на підставі теоретичних робіт проф. М.Ф. Веріго і проф. А.Я. Когана [51] був створений програмний пакет “Взаємодія екіпажу і колії при просторових коливаннях рухомого складу” (ВЕП), в основу якого встановлена розрахункова схема колії як балки на суцільній пружній основі.

Також необхідно відмітити вагомий внесок у розвиток теорії взаємодії колії й рухомого складу С.П. Тимошенка, Г.М. Шахунянца, В.А. Лазаряна, С.В. Амелина, Н.А. Ковальова, О.П. Єршкова, С.М. Куценка, М.П. Смирнова, М.А. Фрішмана, М.Ф. Веріго, О.Я. Когана, М.О. Чернишова, В.І. Ангелейка, В.В. Львовського, В.Д. Дановича, В.М. Понирка, М.П. Настечика, К.Д. Белих.

Таким чином, в більшості розрахункових схем і моделей в наукових дослідженнях взаємодії колії і рухомого складу залізничну колію представляють у вигляді двох рейок–балок, що лежать на суцільній пружній основі [2, 12, 13].

Однак, ще в 1939 р. професор Г.М. Шахунянц [20], аналізуючи результати розрахунків, які були отримані С.А. Степкіним при розрахунках рейки як балки на пружній основі при його крутінні, відзначав, що отримані дані є явно перебільшеними. Г.М. Шахунянц зробив припущення про те, що причиною з'явилося застосування розрахункової схеми колії у вигляді балок на суцільній пружній основі.

Професор В.Ф. Яковлев, що є найбільшим фахівцем в області залізничних колії незагального користування, говорячи про можливість застосування розрахункової схеми рейки як балки на пружній основі підкреслював, що такі розрахунки «... мають високий ступінь ідеалізації силових факторів, конструктивного оформлення колії і її технічного стану».

На думку професора С.П. Першина “при збереженні традиційної багатоопорної конструкції колії неминуче повернення до дискретних моделей. Тим паче, що витіснення дискретної основи безперервним було викликано обчислювальними труднощами” [30]. Недоліки традиційної

розрахункової схеми, відзначені в роботах [29, 30] особливо актуальні для умов колій незагального користування.

Проф. Ю.Д. Волошко в роботі [31] виконав статичний розрахунок рейки як балки на пружних опорах, жорсткість яких має статистичний характер. На підставі розрахунків одержано, що зміна жорсткостей опор і відстаней між ними, може викликати збільшення згинаючих моментів в рейках на 12%, а навантаження на шпалах – до 29%.

Проф. В.В. Рибкін і інж. В.И. Клімов [39] ввели в статичний розрахунок рейки, як балки на дискретних опорах, нелінійність і жорсткості. Йдеться, в першу чергу, про зони зворотного вигину рейкових ниток. При повному відриві шпали від основи на рейку в кожному перетині по осі опори діє сила, рівна вазі шпали, скріплень і частині баласту. Пружних сил в зонах зворотного вигину рейок фактично немає. Тим часом, схема балки на пружних опорах допускає наявність пружних сил і в таких зонах.

Автори роботи [39] на підставі даних порівняльних розрахунків на дію статичних навантажень зробили висновок про те, що максимальний згинаючий момент і найбільший вигин балки на нелінійних опорах більше, ніж на суцільній пружній опорі, відповідно на 12,3 і 29,3 %. Істотно відрізняється і форма вигину таких балок.

Визначені вище факти, а також дані інших робіт [40–47], примушують учених знову звертатися до розрахунків колії на дискретних опорах. Окрім робіт [39, 48] слід зазначити оригінальне рішення задачі розрахунку колії як осьової системи з урахуванням нерівнопружності підстав опор-осей, виконане Л.В. Клименко [49]. Реакції рейкових опор визначені на підставі складання системи канонічних рівнянь методу сил, яка розраховується за допомогою комп'ютерної програми «Mathcad». Запропонований метод розрахунку дозволяє виконувати статичні розрахунки елементів верхньої будови колії. Як моделі основи під шпалами можуть прийматися пружний шар (вінклеровської основи) із змінним або постійним модулем пружності по

довжині колії, а також комбінована основа, яка включає пружний шар і пружний напівпростір.

Під керівництвом професора В.Ф. Яковлева та при його найактивнішій участі була розроблена розрахункова схема рейкошпальної решітки як просторової стрижневої системи [29]. Основними елементами цієї схеми є стрижні-рейки, що опираються на окремі стрижні-шпали. Елементи решітки (рейки й шпали) перебувають у різних рівнях. З'єднання рейок зі шпалами, яке забезпечується вузлами проміжних скріплень, замінено дією просторових пружних зв'язків, кількість яких дорівнює шести: три реактивні сили та три реактивних моменти. Стрижні-шпали опираються на основу, яка наділена пружними властивостями в трьох напрямках. Передбачається двосторонній пружний зв'язок шпал з основою. Пружні характеристики баластної основи не залежать від деформацій шпали.

А. Керр і А. Зарембські [54] запропонували розрахункову схему колії у вигляді довгої рами, у якій рейки прикріплюються до окремих шпал за допомогою пружних вузлів-скріплень. Схема призначена для розрахунків колії на дію горизонтальних поздовжніх і поперечних сил. У роботі отримані диференціальні рівняння статичної рівноваги рейкошпальної решітки як плоскої рами, виконаний аналіз впливу жорсткостей у вузлах скріплень і ширини колії на її стійкість.

Слід зазначити, що в роботах [31–49] розрахунки колії як балки на багатьох пружних опорах, виконувались на дію статичних сил.

О.М. Даренський [33–34, 36–38], на підставі даних експериментальних досліджень, зробив висновок про те, що дискретне опирання рейок на опори впливає не тільки на величини згинальних моментів, а і на сили взаємодії колії та рухомого складу. Він підкреслював, що це врахування дискретності спирання, особливо важливо в умовах колії не загального користування, при великих осьових навантаженнях. Його дослідженнями встановлено, що дискретність опирання рейок, не рівно пружність рейкових опор, та не лінійність їх пружних характеристик, викликає додаткові динамічні сили,

рівень яких може перевищувати 17–20 % від середніх значень. В роботі [38] розроблено математичну модель просторової динамічної системи «екіпаж–колія», в якій колія розглядається як балка на багатьох пружних дисипативних опорах, жорсткість яких має статистичні характеристики та змінюється під час взаємодії рухомого складу та колії.

Застосування сучасних потужних засобів обчислювальної техніки, дозволило реалізувати запропоновані моделі та методи у вигляді комплексу програм. Цей комплекс дозволяє визначити вертикальні та горизонтальні поперечні сили взаємодії колії та рухомого складу, розрахувати об'ємний напружено-деформований стан верхньої будови колії.

В. Г. Вітольберг в своїй дисертації [80] розглянув роботи залізобетонних шпал типу СБ 3-0 з проміжним рейковим скріпленням типу КПП-5 в умовах колій загального користування. В основі проведених розрахунків було покладено концепцію дискретної підрейкової основи з нелінійними пружно-дисипативними характеристиками. Розглянуто формування просторових жорсткостей рейкових опор і вузла проміжного рейкового скріплення типу КПП-5, а також зміна цих значень у процесі експлуатації.

Н. В. Бугаєць [50, 51] продовжуючи зазначені дослідження та прийнявши за основу математичну модель просторової динамічної системи «екіпаж-колія», дослідила вплив стану баласту та земляного полотна на формуванні пружності та дисипативних характеристик рейкових опор. Була розроблена, зі застосуванням методу кінцевих елементів, модель для розрахунків просторового напружено-деформованого стану, як баласту так і земляного полотна. На підставі зазначених досліджень, були рекомендовані для умов колії не загального користування, можливі засоби посилення рейкошпальної основи.

А. В. Клименко в роботах [52–53] розглянув роботу колії в зоні рейкових стиків при застосуванні розрахункової схеми балки на пружних опорах. Він вніс в розрахунки зміни згинальної жорсткості рейок в зонах

стиків, експериментально визначив згинальну жорсткість рейкових стиків, вплив на неї технічних та експлуатаційних характеристик колії та зміни цих жорсткостей під час експлуатації. Були враховані також ударні процеси, які виникають в стиках в наслідок стикових зазорів та в «сходинок».

Оскільки дослідження [52–53] виконувались для умов колій незагального користування, на яких швидкості руху не перевищують, як правило, 10–15 км/год., в моделях та методах не враховувались інерційні характеристики колії. Однак можна зробити припущення, що при зростанні швидкостей руху до величини 60 км/год. та більше, нехтування інерційними характеристиками може призвести до значних похибок в розрахунках.

Ю.Л. Тулей розглянув [81] проблеми підвищення ресурсів роботи рейок у кривих із радіусами 450 м і менше шляхом раціоналізації норм улаштування, утримання і експлуатації колії. Для розрахунків сил взаємодії колії й рухомого складу було прийнято математичну модель просторової динамічної системи «екіпаж–колія». В цій моделі колія розглядається як просторова конструкція, яка складається з балок-рейок, які спираються на велику кількість окремих опор-шпаліз нелінійними пружно-дисипативними характеристиками.

Проф. С. В. Мямлін досліджував питання моделювання динаміки рухомого складу при взаємодії з залізничною колією, результати яких викладено в монографії «Моделирование динамики рельсовых экипажей» [83] і низки наукових праць [86-89] та ін.

Проф. Д. М. Курган [90] розробив методологію розрахунків залізничної колії при взаємодії з швидкісним рухомим складом, що забезпечує вирішення важливої науково-технічної проблеми – впровадження швидкісного, а в перспективі й високошвидкісного руху поїздів як в Україні, так і в сполученні між Україною та країнами Західної Європи. Розроблена ним математична модель взаємодії колії та рухомого складу [91-98] дозволяє визначати напружено-деформований стан залізничної колії з повноцінним просторово-часовим урахуванням динаміки прогину підрейкової основи, що

забезпечує можливість виконання розрахунків для умов швидкісного й високошвидкісного руху.

Особливо слід відмітити фундаментальні праці професора Е.І. Даніленка. Під його керівництвом було розроблено декілька нормативних документів – «Інструкція з улаштування та утримання колії залізниць України» (ЦП-0269) [97], «Правила розрахунків залізничної колії на міцність і стійкість» (ЦП-0117) [12]» та ін. Також проф. Е. І. Даніленко є автором навчальних посібників та підручників для вищих навчальних закладів залізничного транспорту України: «Залізнична колія» (2010 р.) [98, 99] та «Проектування і розрахунки конструкцій залізничної колії (2019 р.) [101], де викладено основи питань взаємодії залізничної колії та рухомого складу. Різноманітні питання напружено-деформованого стану залізничної колії є темою багатьох його праць – [102-105] та ін.

1.2 Характеристики колії, вплив на сили взаємодії з рухомим складом

Залізничну колію, як елемент, взаємодіючий з рухомим складом, можна характеризувати значеннями його механічних і геометричних параметрів.

До механічних параметрів колії відносяться: величини просторової жорсткості, розподілених та зосереджених мас, які беруть участь в коливань, а також параметри, визначаючі розсіювання енергії в колії в ході цих коливань. До геометричних характеристик відносяться номінальні конструктивні розміри і фактичне відступлення від них в ході експлуатації.

Геометричні характеристики. Норми та допуски утримання колії за шириною, рівнем інапрямком у плані. Ширина колії вимірюється між внутрішніми боковими гранями головок рейок на рівні 13 мм нижче верху головок рейок. Норма ширини колії на прямих ділянках колії встановлена 1520 мм. У кривих ділянках колії на дерев'яних шпалах норма ширини колії встановлена:

- при радіусах 650 м і більше – 1520 мм;
- при радіусах менше 650 до 450 м – 1530 мм;
- при радіусах менше 450 до 300 м – 1535 мм;
- при радіусах менше 300 м – 1540 мм.

На коліях, укладених до 1998 року (часу затвердження Інструкції ЦП/0050), допускається норма ширини колії 1520 мм на кривих ділянках радіусами від 349 до 650 м до виконання ремонтно-колійних робіт із комплексної заміни рейко-шпальної решітки.

Для колії на залізобетонних шпалах норма ширини колії на прямих і кривих при радіусах 300 м і більше встановлена однаковою – 1520 мм. У кругових і перехідних кривих при радіусах від 200 м до 450 м дозволяється застосовувати конструкції колії, які забезпечують регулювання ширини колії до 1535 мм.

Відхилення від установлених норм ширини колії, які не потребують усунення, на прямих і кривих ділянках колії не повинні перевищувати:

При швидкостях руху поїздів від 50 до 140 км/год.:

- за розширенням + 8 мм;
- за звуженням - 4 мм.

При швидкостях руху поїздів 50 км/год. і менше:

- за розширенням + 10 мм;
- за звуженням - 4 мм.

При радіусах кривих менше 300 м:

- за розширенням + 6 мм;
- за звуженням - 4 мм

При наявності бокового зносу головки рейок на кривих величина відхилення за розширенням, яка не потребує усунення, може бути збільшена на величину фактичного зносу внутрішньої грані головки рейки зовнішньої нитки. При цьому ширина колії не повинна перевищувати:

- при радіусах 650 м і більше – 1535 мм;
- при радіусах менше 650 м – 1545 мм;

Ширина колії більше 1548 мм і менше 1510 мм не допускається. Розширення колії при переході з прямої ділянки на криву ділянку колії, що мають різні норми ширини колії, улаштовується плавним відводом у межах перехідної кривої, а за відсутності перехідної кривої – в межах прямої також із плавним відводом.

Розширення колії здійснюється зміщенням внутрішньої рейки. На прямих і кривих ділянках відводи відхилень за шириною колії в межах допусків повинні бути плавними і не перевищувати 1 мм на 1 пог. м колії. При перевищенні допустимого ухилу відводу ширини колії, що визначається на базі 2 м, швидкість руху зменшується до значень, які відповідають фактичному ухилу відводу.

Коля у плані повинна відповідати проектному положенню і утримуватись:

- на прямих ділянках – без видимих вигинів;
- на ділянках кругових кривих – плавно без різких коливань стріл вигину;
- на ділянках перехідних кривих – із рівномірним зростанням стріл вигину.

Допустимі відхилення від прямолінійності в прямих ділянках колії та від проектної кривизни на ділянках кругових і перехідних кривих нормуються залежно від встановлених швидкостей руху поїздів. Ці відхилення визначаються як різниця суміжних стріл вигину, виміряних від середини хорди довжиною 20 м, що вимірюються поступово через 10 м (через 5 м при радіусах кривих 400 м і менше). Номінальні відхилення (допуски) становлять 10 мм. У межах перехідних кривих (окрім першої та останньої точок) при порівнянні двох стріл вигину необхідно від різниці суміжних стріл віднімати проектне зростання стріл вигину, наведене у паспорті кривої, або визначене при проведенні відповідних вимірів і розрахунків. При перевищенні відхилень і збільшенні різниці суміжних стріл швидкість руху поїздів встановлюється згідно з вимогами.

Відповідно з ПТЕ верх головок рейок обох ниток колії на прямих ділянках має бути на одному рівні. Дозволяється на прямих ділянках колії утримувати одну рейкову нитку на 6 мм вище другої, при цьому довжина такої прямої ділянки не повинна бути менше 250 м або дорівнювати відстані між суміжними кривими одного напрямку.

На кривих ділянках колії при радіусах 4000 м і менше влаштовується підвищення зовнішньої рейкової нитки, величина якого встановлюється наказом начальника залізниці за поданням служб колії залежно від фактичних швидкостей руху поїздів по кривій, структури поїздопотуку, величини радіусу кругової кривої та умов роботи колії в кривій. В таблиці 1.1. приведені допустимі відхилення підвищення зовнішньої рейки кривої.

Таблиця 1.1

Допустимі відхилення підвищення зовнішньої рейки кривої

Вантажо- напруженість, млн. т км брутто/км за рік	Середнє наванта- ження від колісної пари на рейку, кН	Допустимі відхилення	
		Непогашені приско- рення вантажних поїздів \pm , м/с ²	Підви- щення, \pm мм
Понад 100	200 і більше	0,05	10
	від 180 до 200	0,10	15
	менше 180	0,15	20
від 80 до 100	200 і більше	0,07	10
	від 180 до 200	0,15	20
	менше 180	0,20	25
від 50 до 80	200 і більше	0,10	15
	від 180 до 200	0,20	25
	менше 180	0,25	35
до 50	200 і більше	0,20	30
	від 180 до 200	0,25	35
	менше 180	0,30	40

Довжина перехідної кривої визначається залежно від величини підвищення зовнішньої рейкової нитки, встановлених швидкостей руху поїздів, кількості головних колій та перевіряється за неперевищенням допустимого значення зміни непогашеного прискорення та довжини відводу кривизни (табл. 1.2).

Таблиця 1.2

Мінімальна довжина перехідних кривих залежно від радіуса кругової кривої та максимальної швидкості руху поїздів

Радіус кругової кривої, м	Довжина перехідних кривих, м, при максимальній швидкості, км/год		
	100	120	140
>2500	20	20	40
від 2500 до 1900	20	30	50
від 1900 до 1500	20	40	60
від 1500 до 1200	30	50	80
від 1200 до 900	40	60	-
<900	50	-	-

Механічні характеристики. Як вже зазначалось до механічних параметрів колії, які впливають на процеси вимушених її коливань, можна віднести розподілені та зосереджені маси її елементів, величини жорсткості рейкових опор, а також параметри, що характеризують розсіювання енергії (дисипація).

До розподілених мас при застосуванні розрахункової схеми колії у вигляді балки на багатьох пружних опорах, можна віднести насамперед розподілену масу рейок та баласту. В якості зосереджених мас можна враховувати масу стикових та проміжних скріплень і шпал.

На процеси коливань окрім погонних мас рейок, впливають також характеристики їх згинальної жорсткості – момент опору та момент інерції.

Основними типами рейок, що виготовляються та укладаються в колію залізниць України, є рейки вітчизняного стандарту ДСТУ 4344:2004, типів Р65, Р50 та UIC60. Рейки типу Р75 можуть використовуватись на окремих ділянках із дозволу Укрзалізниці. На ділянках із малою інтенсивністю руху, на під'їзних і станційних коліях можуть використовуватись рейки типу Р43 або старопридатні типу Р50. Нові рейки, що укладаються в ланкову колію, повинні бути стандартної довжини: нормальні 25 м і вкорочені 24,92 м, 24,84 м. Довжини рейкових плітей безстикової колії можуть змінюватись від 150 м до довжини перегону. В таблиці 1.3 наведені зазначені механічні характеристики рейок.

Таблиця 1.3

Механічні характеристики рейок, які впливають на процеси коливань колії – розподілена маса та характеристики їх профілю

Тип рейки	Приведений знос, мм	Площа поперечного перерізу, см ²	Ширина підшви В, см	Ширина головки по верху в, см	Висота рейки Н, мм	Моменти інерції		Моменти опору		Маса 1 п.м., кг
						J_B см ⁴	J_r см ⁴	W_a см ³	W_r см ³	
Р65	0	82,56	15,0	7,28	180	3548	569	436	359	64,72
	1	81,84			179	3497	566	433	355	
	3	80,40			177	3405	560	429	349	
	6	78,24			174	3208	550	417	330	
	9	76,08			171	2998	541	404	310	
Р50	0	65,93	13,2	7,0	152	2018	375	286	248	51,67
	1	65,23			151	1987	372	284	245	
	3	63,84			149	1933	367	281	241	
	6	61,73			146	1813	359	273	227	
	9	59,63			143	1685	349	264	213	
UIC60	0	76,86	15,0	7,43	172	3055	513	377	335	60,34
	1	76,15			171	3004			331	
	3	74,71			169	2928			326	
	6	72,55			166	2771			316	
	9	7039			163	2619			307	

Стикові скріплення складаються з накладок, стикових болтів із звичайними гайками і шайбами та пружними гайками типу ГПС.

Рейки типу Р50 і важче повинні з'єднуватися двоголовими накладками. Рейки типів Р43 і легші можуть з'єднуватися в стиках двоголовими або фартушними накладками.

Накладки для рейок типів Р75 і Р65 уніфіковані.

З рейками типів Р75, UIC60 і Р65 можуть застосовуватися як шестиотворні, так і чотириотворні накладки. У стиках зрівнювальних рейок безстикової колії, а також у стиках рейок на великих і середніх мостах і в тунелях застосовуються тільки шестиотворні накладки. Закріплення чотириотворних і шестиотворних накладок виконується повною кількістю типових стикових болтів. В таблиці 1.4 приведені характеристики стикових скріплень.

Таблиця 1.4

Характеристики стикових скріплень

Тип рейок	Число болтових отворів	Маса комплекту, кг	Розміри, мм	
			Довжина	Висота
Р65	4	51,56	800	127
Р65	6	65,11	1000	127
Р50	6	42,74	820	104,2
Р43	6	35,62	790	94

Проміжні скріплення застосовуються 3-х типів: нероздільні, роздільні та змішані. При цьому скріплення можуть бути підкладочними та безпідкладочними.

При дерев'яних шпалах найбільш розповсюджене костильне скріплення змішаного типу ДО, що застосовується для рейок Р43 і важче. Нероздільне костильне скріплення, у якого відсутні обшивні костилі, дозволяється застосовувати на ділянках, що експлуатуються, де раніше були укладені

рейки більш легких типів, ніж Р43.

При скріпленні типу ДО рейки на прямих ділянках колії при швидкостях руху до 100 км/год., і на кривих радіусом понад 1200 м пришиваються на кожному кінці шпали (крім стикових) чотирма костиллями, із яких два основних прикріплюють до шпали рейку і два додаткових (обшивних) прикріплюють до шпали підкладку.

На ділянках зі швидкостями руху понад 100 км/год., на кривих ділянках колії радіусом 1200 м і менше, та на всіх стикових шпалах рейки прикріплюються на кожному кінці шпали п'ятьма костиллями.

Крім скріплення ДО на дільницях з важкими експлуатаційними умовами на дерев'яних шпалах, застосовуються також роздільні скріплення типів Д2 та Д4.

На ділянках безстикової колії на залізобетонних шпалах, розгорнута довжина якої перевищує 74 %, найбільш розповсюдженими є проміжні скріплення типу КБ. Це скріплення забезпечує стабільність ширини колії, має добрі протиугонні здібності, але є багатoeлементним та має підвищену витрату металу, порівняно з іншими типами скріплень.

Наявність чотирьох різьбових сполучень на кожному кінці шпали та застосуванні жорсткої клеми, призводить до збільшення вертикальної жорсткості цього скріплення та додаткових витрат праці на утримання клемних та закладних болтів.

Скріплення КПП–5, застосування якого на залізницях України розпочалось у 2003 році, має суттєві переваги, серед яких є зменшена втрата витрата металу, застосування пружних клем. Розгорнута довжина колії з такими скріпленнями перевищує 4000 км.

Скріплення типу СКБ–Б дослідно–експериментальна перевірка, яка проводиться в останні роки по характеристикам є аналогом скріплення КБ.

В таблиці 1.5 наведена маса комплектів проміжних скріплень для дерев'яних та залізобетонних шпал, які найбільш розповсюджені на залізницях України.

Маса комплектів проміжних скріплень для дерев'яних та залізобетонних шпал

Тип шпал	Тип скріплень	Маса комплекту скріплень
Дерев'яні шпали	ДО	10,2
	Д2	11,3
	Д4	11,7
Залізобетонні шпали	КБ	14,4
	КПП-5	9,3

На залізницях України в якості підрейкових опор застосовуються дерев'яні та залізобетонні шпали. Довжина дерев'яних шпал всіх типів складає 2750 мм. За замовленням Головного управління колійного господарства для особливо вантажонапружених ділянок постачають шпали довжиною 2800 мм, а для ділянок, де вкладається суміщена колія – довжиною 3000 мм. Маса дерев'яних шпал складає від 70 до 90 кг, залежно від породи деревини.

Залізобетонні шпали виготовляються для роздільних, нероздільних та безпідкладочних скріплень.

На залізницях України застосовуються шпали таких типів: Ш 1–1; Ш1–2; Ш1–3; Ш 2–1, Ш 2–2; Ш–6; ПП–7; СБ 3–0; СБ 3–1; СБ 3–2; Ш 2С–1. В таблиці 1.6 наведена маса залізобетонних шпал.

Епюра укладання залізобетонних шпал у головних коліях приймається залежно від експлуатаційних умов згідно з діючим «Положення про проведення планово–запобіжних ремонтно–колійних робіт на залізницях України» (ЦП/0113).

Відповідно: для I, II і III категорій колій епюра приймається на прямих та кривих 1840 шп/км; для IV, V категорій колії епюра приймається на прямих і кривих 1680 шп/км. Для VI і VII категорій колії епюра приймається однакова в прямих і кривих 1600 шп/км.

Маса залізобетонних шпал

Умовне позначення типу	Тип скріплення	Відстань між осями отворів, мм	Маса шпали, кг
Ш 1–1	роздільне	310	265
Ш 1–2	роздільне	310	265
Ш 2–1	нероздільне	236	265
Ш 2–2	комбіноване	244	265
Ш–6	роздільне	310	265
Ш–7	нероздільне	214	264
СБ 3–0	безпідкладочне	173	280
СБ 3–1	безпідкладочне	173	288
СБ 3–2	безпідкладочне	155	288
Ш 2С–1	безпідкладочне	173	365

На існуючих коліях баластний шар може бути з таких матеріалів: щебінь, сортований та кар’єрний гравій, черепашник, пісок. Усі матеріали повинні задовольняти вимогам відповідних державних стандартів і технічних умов на баластні матеріали для залізничної колії. На ділянках із швидкостями руху поїздів понад 100 км/год повинен застосовуватися тільки щебеневий баласт. Залізобетонні шпали вкладаються тільки на баласт із твердих порід щебеню марок не нижче У–50 та И–40. Баластна призма повинна утримуватися відповідно до типових поперечних профілів.

Товщина баластного шару та розміри баластної призми на головних коліях на перегонах, станціях, роз’їздах і обгонних пунктах приймаються залежно від установлених експлуатаційних умов і категорій колій згідно з вимогами «Положення про проведення планово–запобіжних ремонтно–колійних робіт на залізницях України».

На кривих ділянках баластну призму виконують із урахуванням

підвищення зовнішньої рейки. Під внутрішньою рейкою товщина баластного шару повинна бути такою ж, як і на прямих ділянках. На кривих радіусом менше 600 м баластну призму розширюють із зовнішнього боку на 0,1 м, а при числі колій більше однієї, крім того, на величину міжколійних відстаней. В таблиці 1.7 приведена об'ємна вага щебеневого баласту.

Таблиця 1.7

Об'ємна вага щебеневого баласту

Фракція щебеневого баласту	Вага, т/м ³
0 – 5 мм	1,41
5 – 20 мм	1,35
5 – 25 мм	1,38
20 – 40 мм	1,35
25 – 60 мм	1,37
40 – 70 мм	1,35

В діючих з 2006 року «Правилах розрахунку на міцність та стійкість» [12] наведені данні щодо вертикальної жорсткості рейкових опор при залізобетонних шпалах зі скріпленнями КБ–65, КПП–5 та дерев'яних шпалах зі скріпленнями ДО для літніх та зимових умов експлуатації.

Дослідженнями вертикальної жорсткості рейкових опор для залізниць незагального користування показали, що вертикальна жорсткість опор при залізобетонних шпалах зі скріпленнями КБ може змінюватись в межах від $3,3 \cdot 10^4$ кН/м до $8,2 \cdot 10^4$ кН/м. При скріпленні КПП–5 від $2,8 \cdot 10^4$ кН/м до $7,9 \cdot 10^4$ кН/м, при дерев'яних шпалах зі скріпленнями ДО від $1,54 \cdot 10^4$ кН/м до $2,75 \cdot 10^4$ кН/м.

В роботі [37] показано, що на формуванні вертикальної жорсткості рейкових опор, значний вплив оказують експлуатаційні характеристики колії незагального користування, в першу чергу рівень осьових навантажень. В зимовий період в таких умовах вертикальна жорсткість опор зростає в 1,3–1,42 рази.

Для інших типів скріплень, які застосовуються при дерев'яних шпалах в обмеженій кількості (Д2, Д4, СКД, СКБД), інформацію про їх вертикальну жорсткість не знайдено. Слід зазначити роботу [38], в якій зроблено аналіз формування просторової жорсткості цих скріплень, але чисельних даних не наведено.

Оскільки діючі Правила [12] передбачають розрахунок колії на дію вертикальних сил, а вплив горизонтальних поперечних сил вираховується коефіцієнт, який враховує тип рухомого складу та радіус кривих ділянок, значення горизонтальної поперечної жорсткості та жорсткості при крученні рейки не наведено, так саме як і в дослідженнях інших авторів для умов магістральних залізниць.

Тільки в роботі [55] наведено дані про горизонтальну поперечну жорсткість рейкової нити при дії бічних навантажень, при цьому введено терміни «жорсткість по головці та жорсткість по підшві рейкової нитки».

Для умов залізниць незагального користування, горизонтальна поперечна жорсткість рейкових опор при залізобетонних шпалах зі скріпленням КБ, визначено в межах $0,93 \cdot 10^4 \text{ кН/м} - 2,74 \cdot 10^4 \text{ кН/м}$, жорсткість при крученні рейки $162 - 354 \text{ кН} \cdot \text{м/рад}$. При дерев'яних шпалах зі скріпленням ДО, значення цих параметрів пропонується в межах від $0,39 \cdot 10^4 \text{ кН/м}$ до $2,25 \cdot 10^4 \text{ кН/м}$ та $182 - 495 \text{ кН} \cdot \text{м/рад}$ відповідно [33].

Зазначається, що під час експлуатації колії незагального користування, зазначені жорсткості опор зростають на 15-48 %. В таблиці 1.8 наведені дані

про вертикальну жорсткість рейкових опор за дані вищезазначених досліджень.

Таблиця 1.8

Вертикальна жорсткість рейкових опор (кН/м)

Тип шпал	Тип скріплення	Умови експлуатації			
		Літо		Зима	
		Магістральні колії	Незаг. корист.	Магістральні колії	Незаг. корист.
Залізобетонні	КБ-65	$3,67 \cdot 10^4$	$3,3 \cdot 10^4$	$4,41 \cdot 10^4$	$8,24 \cdot 10^4$
	КПП-5	$3,76 \cdot 10^4$	$2,8 \cdot 10^4$	$4,54 \cdot 10^4$	$7,9 \cdot 10^4$
Дерев'яні	ДО	$1,42 \cdot 10^4$	$1,54 \cdot 10^4$	$1,82 \cdot 10^4$	$2,75 \cdot 10^4$

При коливаннях колії, процеси втрати енергії відбуваються за рахунок сил внутрішнього тертя між її елементами. Ці сили уявляють собою як сили дійсного сухого тертя, яке залежить від відносних переміщень елементів колії, так і в'язкого тертя, яке залежить від швидкості деформації. Оскільки сухе тертя описується функціями розривного типу, практично у всіх дослідженнях для врахування не пружних опорів колії, прийнято використовувати еквівалентні коефіцієнти в'язкого тертя, які враховують всі втрати енергії в конструкції колії. Вперше оцінку параметру розсіювання енергії при вертикальних переміщеннях рейки зробив професор Г.М.Шахунянц [20]. Для колії з рейками Р 50 на дерев'яних шпал 1840 шт/км на щебеновому баласті, коефіцієнт в'язкого тертя, що знайдений і має порядок 735–888 кг·с/см.

Професор М.Ф. Веріго запропонував метод визначення сил тертя в колії, розподіляючи сили сухого та в'язкого тертя, шляхом розкладання функції на ряд Макларена. Значення коефіцієнта в'язкого тертя які одержані цим методом на підставі матеріалів випробувань паровозу ФД, мають величину 430-506 кг·с/см. Професор В.Ф. Яковлев та І.І. Семенов [56]

запропонували метод визначення не тільки еквівалентного коефіцієнта дисипації та її приведеної маси колії методом рішення системи диференціальних рівнянь, які складені на основі принципу Д'Аламбера. В роботі [56] наведені еквівалентні коефіцієнти в'язкого тертя, для колії з рейками Р 65 на дерев'яних шпалах та в щебеневому баласті. Ці коефіцієнти дорівнюють $240 \text{ кг}\cdot\text{с}/\text{см}$ – при швидкості руху $25 \text{ км}/\text{год}$ та $125 \text{ кгс}/\text{см}$ – при швидкості $60 \text{ км}/\text{год}$.

В роботі [57] ґрунтуючись на даних експериментальних робіт, значення коефіцієнту в'язкого тертя, при рейках Р 65 були в 2 рази менше ніж при рейках Р 65 і в три рази менше ніж при рейках Р 43. Зі зростанням швидкості руху від $20 \text{ км}/\text{год}$, сили тертя зменшили у декілька разів у залежності яка близька до лінійної.

Досліди на вимушені коливання колії, з використанням вібраційної машини конструкції науково-дослідного інституту мостів Ленінградського інституту залізничного транспорту [58], дозволили визначати коефіцієнт в'язкого опору рейкових опор при використанні дискретної моделі. Запропоновані величини знаходяться в проміжку $110\text{--}127 \text{ кг}\cdot\text{с}/\text{см}$. Для умов колії незагального користування дослідження, що проводились кафедрою «колії та колійного господарства» УкрДУЗТ, встановлено не тільки еквівалентні коефіцієнти дисипації рейкових опор, а і залежності їх від термінів експлуатації колії і рівнів осьових навантажень [34].

В основу досліджень були покладені теоретичні дослідження, на підставі яких був запропонований метод визначення еквівалентних коефіцієнтів дисипації рейкових опор, дискретна схема колії, що базується на емпіричних залежностях між навантаженням та їх деформаціями в функції реального часу. Ці залежності дозволяють отримувати дані про втрати енергії під час кожного циклу навантажень та розвантажень опори, що складають так звану петлю гісторезісу.

На основі чисельних даних експериментальних досліджень були отримані залежності змін еквівалентних дисипацій рейкових опор, не тільки

при вертикальних, а й при горизонтальних коливаннях шпал. В таблиці 1.9 приведена залежність змін еквівалентних коефіцієнтів дисипації рейкових опор величини пропущеного на ділянці тоннажу.

Таблиця 1.9

Залежність змін еквівалентних коефіцієнтів дисипації рейкових опор величини пропущеного на ділянці тоннажу

Параметр	Тип шпал	Осьові навантаження (кН)	Залежність $\beta_{\text{екв}}$ (кН · с / м)	Середня помилка апроксимації (%)
1	2	3	4	5
Вертикальний еквівалентний коефіцієнт дисипації рейкової опори	Залізобетонні Ш – 1	<265	$\beta_{\text{екв в}} = 26,5 + 0,313 \cdot T^{0,662}$	6,8
		265–294	$\beta_{\text{екв в}} = 31,3 + 0,329 \cdot T^{0,686}$	5,4
		294–450	$\beta_{\text{екв в}} = 34,5 + 0,336 \cdot T^{0,729}$	7,2
	Дерев'яні І тип	<265	$\beta_{\text{екв в}} = 16,0 + 0,205 \cdot T^{0,650}$	8,1
		265–294	$\beta_{\text{екв в}} = 19,2 + 0,249 \cdot T^{0,669}$	9,1
		294–450	$\beta_{\text{екв в}} = 20,8 + 0,260 \cdot T^{0,727}$	8,3
Горизонтальний еквівалентний коефіцієнт дисипації рейкової опори	Залізобетонні Ш – 1	<265	$\beta_{\text{екв г}} = 18,0 + 0,292 \cdot T^{0,515}$	5,5
		265–294	$\beta_{\text{екв г}} = 23,4 + 0,288 \cdot T^{0,580}$	4,3
		294–450	$\beta_{\text{екв г}} = 25,2 + 0,188 \cdot T^{0,673}$	5,2
	Дерев'яні І тип	<265	$\beta_{\text{екв г}} = 11,0 + 0,036 \cdot T^{0,764}$	7,6
		265–294	$\beta_{\text{екв г}} = 13,9 + 0,059 \cdot T^{0,749}$	8,2
		294–450	$\beta_{\text{екв г}} = 15,5 + 0,078 \cdot T^{0,724}$	7,4

Аналізуючи вищенаведене, слід зробити висновок проте, що найбільш повна інформація про параметри розсіювання енергії о рейковій колії при використанні дискретної розрахунку схеми колії, наведена [37]. При цьому

слід зазначити, що експериментально дослідження проводились з використанням сучасної мікропроцесорної техніки та комп'ютерів, для реєстрації та обробки даних досліджень.

1.3 Огляд існуючих моделей залізничних екіпажей

Дослідження динаміки системи "екіпаж-колія" може здійснюватися за допомогою теоретичних і експериментальних методів. Аналіз сучасних тенденцій розвитку досліджень динамічних систем показує, що використання тільки експериментального методу нераціонально, оскільки вимагає значних трудових і матеріальних витрат. Ефективнішим є системний підхід, який дозволяє раціонально поєднувати теоретичні і експериментальні методи дослідження.

При теоретичному аналізі особливостей взаємодії екіпажів і колії розглядаються не самі реальні частини колій, вагонів, локомотивів, а деякі динамічні системи, що ідеалізуються, які відбивають основні властивості вузлів або елементів. Оскільки вузлів і елементів досить багато і вони взаємозв'язані, можна отримати дуже складну динамічну систему, робота якої в загальному випадку описується нескінченною системою пов'язаних диференціальних рівнянь. Тому, природно, перші дослідження динамічної системи "Екіпаж-колія" зводилися до вивчення коливань на спрощених розрахункових схемах у вигляді вантажу або системи вантажів на пружинах [59]. Визначалися частоти власних коливань і області можливих резонансних явищ. Потім розглядалися складніші розрахункові схеми і досліджувалися окремо коливання у вертикальній і поперечній площинах симетрії екіпажа [26, 28].

Аналіз горизонтальної взаємодії робився для визначення власних частот коливання колії і порівняння їх з частотами звивистого руху колісної пари [60]. Розробка нових методів рішення завдань нелінійних коливань із застосування ЕОМ дозволили виконати глибокі вивчення динаміки вагонів і

їх взаємодії із залізничною колією [61, 62]. Причому, одні дослідники зосереджували увагу на вивченні коливань для визначення параметрів пружного підвішування і стійкості руху, інші - на взаємодії рухомого складу і шляхи, треті, – на динаміці безпружинних мас екіпажа і залізничної колії.

До теперішнього часу накопичений великий досвід рішення досить складних завдань динаміки екіпажів і колій, отримані великі результати вивчення закономірностей коливань динамічних систем "Екіпаж-колія" з різними параметрами. У переважній більшості робіт досліджувалися лінійні коливання елементів екіпажів і шляху як твердих тел. В останні роки завдання взаємодії екіпажів і колій почали вирішувати з використанням розрахункових схем, які враховують вплив нелінійних характеристик ресорного підвішування і деформацій колії, вигинистих коливань кузова, випадкових характеристик обурень, що передаються на екіпаж і так далі [61–69].

Проте використання результатів деяких робіт стримується через недостатності їх узагальнення, а іноді і суперечності результатів. Невідповідність рекомендацій, отриманих в різних роботах, можна пояснити використанням при дослідженнях однієї і тієї ж динамічної системи при різних розрахункових схем або різних параметрів. Тому дуже актуальна проблема правильного обґрунтування розрахункових схем, вибір яких повинен робитися на основі системного підходу до рішення динамічних завдань.

Найважливішими елементами системного підходу є первинний аналіз і подальший синтез узагальненої динамічної системи. Це дозволяє зрозуміти структуру системи і спосіб, яким її частини пов'язані між собою. Динамічну систему "Екіпаж-колія" можна представити у вигляді ряду частин, об'єднаних між собою зв'язками, і їх ознак [70]. Частини – це динамічні аналоги реальних вузлів і елементів екіпажу і шляху. Ознаки – це динамічні характеристики частин, що відбивають кількість ступенів свободи і інерційні властивості. Зв'язки об'єднують систему в одне ціле і характеризуються

пружними і демпфуючими властивостями. Динамічна система "Екіпаж-колія" є відкритою, оскільки вона обмінюється енергією з сусідніми вагонами і сусідніми ділянками шляху. Якщо система є відкритою, то значна увага при вивченні процесів, що відбуваються в ній, повинна бути зосереджена на її входах, виходах і проходах енергії через систему.

Метод входів і виходів передбачає первинний розгляд системи як "чорного ящика" і встановлення зв'язків безлічі входів з множиною виходів. Коли цього зробити не вдається, то початкову систему розділяють на ряд підсистем все менших і менших розмірів, поки не виявиться під множина входів, яка перетвориться бажаним способом в підмножину виходів. Це призводить до синтезу внутрішньої структури системи з блоків. Таким чином, в основу вибору розрахункової схеми динамічної системи "Екіпаж-колія" має бути покладений принцип розділення системи на підсистеми, виділення елементарних блоків і їх заміна динамічними аналогами з подальшим синтезом узагальненої внутрішньої структури системи.

Як приклад можна розглянути вибір розрахункової схеми двовісного візка вагону. Типовим "чорним ящиком" є схема одновісного одно-масового вагону (рис 1.1, а). Кузов представлений у вигляді твердого тіла масою m_k , який сполучений пружно-демпфуючим зв'язком з колісною парою. Зв'язок наділяється узагальненими властивостями, що враховують пружність і демпфування усіх проміжних елементів від колісної пари до кузова. Ця схема, незважаючи на її простоту, дозволяє вирішувати ряд важливих завдань, виявляючи якісну сторону коливального процесу. Деталізація схеми з виділенням підсистем повинна здійснюватися цілеспрямовано. Наприклад, якщо необхідно виявити вплив бази візка (1.1, б), пружності шкворневого вузла (1.1 в), пружних прокладень в надресореній балці (1.1, г), самшитовому вузлі (1.1, д), пружності колеса (1.1, е), контактної взаємодії колеса і рейки (1.1, ж), то структура моделі може значно ускладнитись.

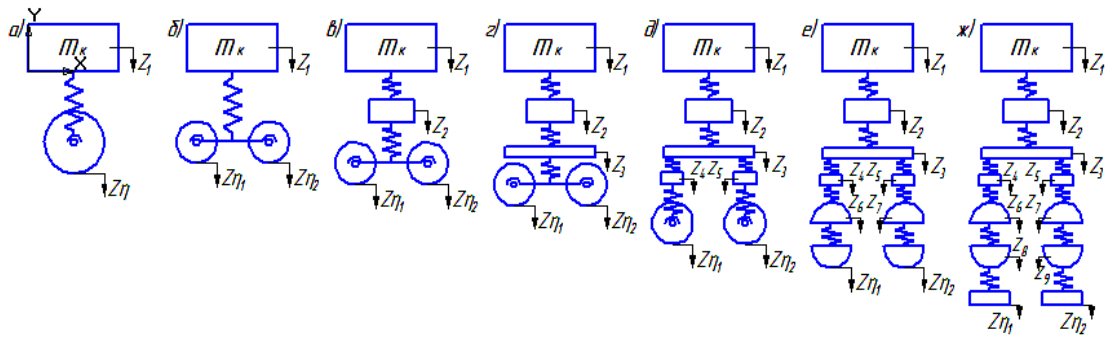


Рис. 1.1. Можлива еволюція графічної моделі двовісного візка вагону

Таким чином, перехід до нових підсистем породжує безліч нових зв'язків, які у свою чергу можна розглядати як системи нижчого порядку. Отже, узагальнену динамічну систему "Екіпаж-колія" можна представити у вигляді ієрархічної впорядкованості фізичних підсистем. Взаємний вплив підсистем визначається їх властивостями – цілісністю і незалежністю. Якщо кожна підсистема має такі зв'язки, що зміна параметрів її коливань викликає істотну реакцію в усіх інших частинах загальної системи, то її називають цілісною або когерентною. Інакше така підсистема є незалежною.

В якості критерію когерентності часто використовується співвідношення, запропоноване акад. Л.І. Мандельштамом:

$$K_K = \gamma_1 \frac{\overline{\eta_1} \overline{\eta_2}}{\left| \overline{\eta_1} \overline{\eta_2} \right|}, \quad (1.1)$$

де K_K – коефіцієнт зв'язку підсистем;

γ_1 – коефіцієнт пружності зв'язку;

η_1, η_2 – частоти коливань системи.

Якщо частоти зближуються (1, 2), то коефіцієнт зв'язності не буде малий навіть при досить малому пружному зв'язку γ_1 . Ця залежність характерна тільки для систем без загасання коливань. Введення дисипативних сил в систему або збільшення числа ступенів свободи істотно ускладнює закономірності критерію когерентності. Іноді використовують спеціальні функції когерентності, що мають імовірнісний характер, але їх

застосування мало обґрунтовано. Викладений принцип дозволяє розділити досить складну динамічну систему "Екіпаж-колія" на когерентні підсистеми і привести її до декількох графічних моделей, аналіз яких успішно проводиться на сучасних комп'ютерах.

Універсального методу вибору оптимальної системи немає, тому трансформацію системи можна виконати на підставі результатів раніше приведених досліджень або з порівняння властивостей декількох систем різної складності. У першому випадку робиться посилання на дослідження інших авторів і вводиться ряд допущень. При дослідженнях динаміки взаємодії рухомого складу і колії зазвичай застосовується два види допущень.

Допущення, що зменшують число ступенів свободи динамічної системи, наприклад, колісні пари, кузов, вантаж і інші деталі вагону – абсолютно тверді тіла, пружні елементи не мають інерційних властивостей, а їх деформації у напрямі деяких осей відсутні.

Допущення, з прийняттям яких зменшується число пов'язаних диференціальних рівнянь або спрощується їх вид. Наприклад, передбачається симетричність конструкцій колії, вантажу, кузова, візки відносно осей координат, що проходять через їх центри тяжіння, вводяться нові узагальнені координати, що дозволяють усунути або спростити динамічні і статичні зв'язки.

Використання тієї або іншої ідеалізації розрахункової схеми викликає певні погрішності в розрахунках, тому обґрунтування прийнятих допущень має важливе значення. Допущення вибираються так, щоб при встановленні головних закономірностей того або іншого динамічного процесу помилка розрахунку була б мінімальною. Для другого виду допущень використовують декілька графічних моделей, починаючи з найбільш простий і послідовно ускладнюючи їх структуру. В якості критерію оптимальності приймають точність або тривалість розрахунку.

Останніми роками інтенсивно розвиваються методи ідентифікації і методи дослідження складних систем по частинах – діакоптика. Ідентифікація є як би зворотним методом побудови математичних моделей. В цьому випадку модель будується за результатами, які отримані в натурному експерименті для системи в умовах нормального її функціонування. Маючи результати спостережень за вхідними і вихідними змінними об'єкту, що ідентифікується, встановлюють його структуру. Добре розроблені методи ідентифікації для лінійних систем [71, 72].

Суть діакоптики полягає в тому, що складну динамічну систему спочатку розділяють на відповідне число малих підсистем, які розраховують і аналізують незалежно один від одного, а потім приватні рішення сполучають крок за кроком до тих пір, поки не буде отримано рішення для усієї системи [73]. Усі математичні перетворення виконуються в матричному виді. Розмір підсистем визначається тільки можливостями комп'ютерів, які є у розпорядженні дослідника. Діакоптика повністю використовує не лише рівняння і матриці, отримані для цієї системи, але і топологічні властивості цієї системи як нове джерело інформації, прискорюючи складання і рішення рівнянь.

Таким чином, складання розрахункової схеми динамічної системи "Екіпаж-колія", з використанням викладених вище за методологічні основи і принципи, робилося шляхом комбінування результатів експериментів, аналітичних методів, математичного моделювання і комп'ютерної реалізації математичної моделі в програмному середовищі Mathcad.

У більшості досліджень, в яких розглядалися питання взаємодії колії і рухомого складу, визначалися вертикальні або горизонтальні поперечні сили, що діють на шлях при русі екіпажів в прямих і кривих ділянках шляху. Приймалися моделі, що описують плоскі коливання [16, 28, 60, 61, 62]. Ці моделі були розроблені в припущенні, що рухи системи в різних площинах слабо пов'язані між собою. Для досліджень багатьох процесів динаміки рухомого складу таке положення прийнятне.

Численні експерименти показали [64, 65, 66], що залежно від стану шляху, співвідношення величин нерівностей в плані і профілі, а також швидкостей руху, визначальними можуть бути коливання екіпажа або у вертикальній, або в горизонтальній площині. У більшості випадків конструкції ресорного підвішування екіпажів виконані так, що вони передбачають амортизацію або вертикальних, або горизонтальних коливань. Відповідно до цього склалася тенденція вести розрахунки і визначати параметри взаємодії колії і рухомого складу, в якій – те з площин симетрії екіпажа. Наявність такої тенденції раніше виправдовувалася відсутністю досить потужних обчислювальних засобів і прагненням отримати формули, що якісно описують процес, який вивчається.

Проте в умовах залізничного транспорту необхідно враховувати істотні не лінійності залежностей, у тому числі не лінійності розривного типу, оскільки тільки не лінійна модель може адекватно списати взаємодію елементів в динамічній системі "Екіпаж-колія". Оскільки для нелінійних систем принцип суперпозиції не застосовний, дослідження взаємодії шляху і спеціального рухомого складу, оцінку динаміки екіпажа з не лійними просторовими силовими і кінематичними зв'язками, слід проводити на нелінійній просторовій моделі.

1.4 Власні та вимушені коливання колії при застосуванні розрахункової схеми рейок або балок на суцільній пружній основі

Власні коливання рейки як балки безкінечної довжини, лежачої модифікованій (маючому приєднану до балки масу) пружній вінкліровській основі, яка описується лінійним диференціальним рівнянням.

$$EI_y^0 \frac{\partial^4 z_p^0}{\partial x^4} + N^0 \frac{\partial^2 z_p^0}{\partial x^2} + \langle m_z^0 \rangle \frac{\partial^2 z_p^0}{\partial t^2} + f_z^0 \frac{\partial z_p^0}{\partial t} + U_z^0 z_p^0 = 0, \quad (1.2)$$

де E – модуль пружності рейкової сталі;

I_0 – момент інерції рейки відносно головної поперечної горизонтальної вісі y ;

x – абсциса поточного перерізу рейки, відрахованого від нерухомого початку координат;

t – час;

N^0 – поздовжня сила в рейці (стискаюча);

$\langle m_z^0 \rangle$ – розподілена приведена маса рейки і основи при вертикальних коливаннях;

f_z^0 – розподілене демпфірування колії при вертикальних коливаннях.

На відміну від основного рівняння коливання рейки, в цьому рівнянні додатково введений член $N^0 \frac{\partial^2 z_p^0}{\partial x^2}$, який враховує вплив на прогини рейки поздовжньої сили N^0 .

Вимушені коливання рейки, під дією змінної сили P_t , описуються рівняннями:

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{mEI \partial^2 y}{EI \partial t^2} + \frac{N \partial^2 y}{EI \partial x^2} + \frac{f_0 dy}{EI \partial t} + \frac{U}{EI} y = \frac{P_t}{EI} - \frac{N}{EI} \frac{\partial^2 \eta}{dx^2}, \quad (1.3)$$

Враховуючи, що змінне навантаження пов'язане з рухомою системою координат, яка рухається з постійною поступовою швидкістю v , зручно перейти до нових змінних u, t , де u – абсциса поточного перерізу рейки, яка відраховується від рухомого початку координат, суміщеного з рухомою силою. Таким чином, маємо:

$$z_p^0 = z_p^0(u, t); \quad u = x - vt, \quad (1.4)$$

За новими змінними приватні похідні від вигину рейки візьмуть інший вигляд:

$$\frac{\partial z_p^0}{\partial u} = \frac{\partial z_p^0}{\partial x}, \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial z_p^0}{\partial t} = \left[\frac{\partial z_p^0}{\partial t} \right] + \frac{\partial z_p^0 \partial u}{\partial u \partial t} = \left[\frac{\partial z_p^0}{\partial t} \right] - v \frac{\partial z_p^0}{\partial u}, \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial^2 z_p^0}{\partial t^2} = \left[\frac{\partial^2 z_p^0}{\partial t^2} \right] - 2v \frac{\partial \left[\frac{\partial z_p^0}{\partial t} \right]}{\partial u} + v^2 \frac{\partial^2 z_p^0}{\partial u^2}, \quad (1.7)$$

де $N^0 \frac{\partial^2 z_p^0}{\partial x^2}$ – абсолютна приватна похідна по часу;

v – час руху рухомих навантажень.

Формула за якою вирішується задана задача у часовому проміжку:

$$z_p^0(u, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_z^Q(u, i\omega) \int_{-\infty}^{\infty} Q(\tau) \exp\{i\omega(t - \tau)\} d\tau d\omega, \quad (1.8)$$

Повне розв'язання задачі звичайним способом приведено в [1].

1.5 Висновки за розділом 1 та задачі дослідження

1. Однією з основних розрахункових схем залізничної колії для оцінки її напруженого стану у другій половині ХХ сторіччя і по теперішній час є схема, в якій рейки розглядаються, як балки великої довжини, що спираються на суцільну пружну опору. Поряд з цим використання цієї розрахункової схеми передбачає досить велику кількість припущень та передумов (наприклад лінійність характеристик пружності підрейкової основи та інше), що, за думкою достатньо великої кількості дослідників, ідеалізує залізничну колію та її технічний стан.

2. Сучасний стан розвитку обчислювальної техніки, поява нових програмних комплексів для вивчення питань взаємодії залізничної колії та рухомого складу дозволили суттєво просунутись в цьому напрямку. На теперішній час існує широкий спектр засобів для математичного моделювання процесів взаємодії залізничної колії та рухомого складу. Так, виходячи із задач, що розв'язуються, можливе використання комбінацій

моделей, які побудовані на плоских розрахункових схемах статичної рівноваги між деформацією об'єкта та сили, що прикладена до нього, або просторових систем на базі розрахункових схем динамічної рівноваги на основі принципу Лагранжа-д'Аламбера.

3. Попередній висновок дозволяє констатувати факт поступового відходу від використання в математичних моделях розрахункової схеми залізничної колії у вигляді балки на суцільній пружній основі. В якості однієї з можливих альтернатив можна вважати просторові моделі, в яких залізнична колія розглядається як балка, що спирається на окремі опори з нелінійними пружно-дисипативними характеристиками. Тому в рамках даного дослідження було прийнято рішення використовувати комплекс математичних моделей просторової динамічної системи «екіпаж-колія», основи якої були розроблені для умов залізниць незагального користування проф. О.М. Даренським, з урахуванням дискретності підрейкової основи, а також нелінійності її пружно-дисипативних характеристик.

4. Комплекс моделей проф. О.М. Даренського (особливо підсистема «екіпаж») потребує суттєвих корегувань, виходячи з особливостей конструкції пасажирського рухомого складу магістральних залізниць, а також вимушених коливань залізничної колії у вертикальній площині під дією зовнішніх навантажень.

Отже метою дисертаційної роботи є встановлення впливу приведеної маси колії на величину сил взаємодії залізничної колії і рухомого складу у вертикальній площині в експлуатаційних умовах магістральних залізниць, що передбачає розв'язання наступних задач:

1. Проаналізувати існуючі моделі для визначення сил взаємодії залізничної колії та рухомого складу для різних умов експлуатації;
2. внести зміни в просторову математичну модель динамічної системи «екіпаж-колія» з урахуванням особливостей конструкції пасажирського рухомого складу магістральних залізниць та вимушених коливань

залізничної колії у вертикальній площині під дією зовнішніх навантажень;

3. провести теоретичну оцінку та експериментальну верифікацію величини приведеної маси залізничної колії в умовах магістральних залізниць;
4. дослідити чисельними методами сили взаємодії рухомого складу і колії у вертикальній площині для умов магістральних залізниць

Матеріали, викладені в розділі, опубліковані в роботах [129, 131, 133, 134, 135].

РОЗДІЛ 2

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОСТОРОВОЇ ДИНАМІЧНОЇ СИСТЕМИ «ЕКІПАЖ-КОЛІЯ»

2.1 Загальні відомості щодо розрахункових рухомих одиниць

Виходячи з перспектив підвищення швидкостей по окремих напрямках магістральних залізниць України, в якості розрахункових одиниць рухомого складу в роботі обрано пасажирські електропоїзди EJ 675 («Skoda»), HRCS2 («Hyundai Rotem»), ЕКр1 (ПАО «КВСЗ»), які експлуатуються на ділянках прискороного руху АТ «Укрзалізниця».

Двоповерховий міжрегіональний електропоїзд EJ675 (рис. 2.1) подвійного живлення виробництва компанії Škoda призначений для перевезення пасажирів на електрифікованих ділянках залізниць з шириною колії 1520 мм в міжрегіональному сполученні зі швидкостями до 160 км/год [107, 108].



Рис.2.1. Загальний вигляд електропоїзда EJ675

Загальна кількість місць в потязі — 636, з них 46 — першого класу, 590 — другого. Всі місця в електропотязі призначені для сидіння. Також в поїзді наявні місця для осіб з обмеженими фізичними можливостями (для чого в кожному поїзді передбачено по 4 підйомника для інвалідних візків, а також спеціальні санвузли)

Екіпажна частина кожного вагона електропоїзда EJ675 складається з двох двовісних візків, які мають подвійне ресорне підвішування. Моторні візки обладнані тяговим приводом, електропневматичними й механічними пристроями гальмування, пристроями подачі піску під колісні пари на рейки, елементами з'єднання візків із головною рамою кузова вагона та вузлами гасіння коливань, пристроями передачі горизонтальних сил тяги й гальмування, а також системою змащування внутрішніх поверхонь гребенів колісної пари (першої від кабіни машиніста) [113, 114, 115].

Усі візки електропоїзда EJ675 створені для забезпечення руху з максимальною швидкістю 160 км/год та максимальним навантаженням колісних пар 21,5 т. Загальний вигляд візка наведений на рис. 2.2.

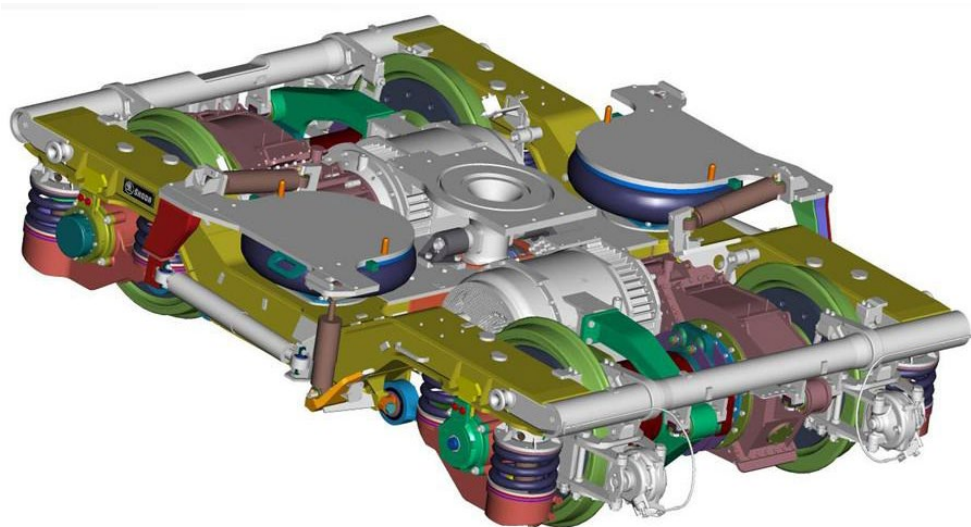


Рис. 2.2. Загальний вигляд моторного візка електропоїзда EJ 675.

Кожний візок виконаний двовісним, з рамою зварної конструкції, з подвійним ресорним підвішуванням і гідравлічною амортизацією. Перший

ступінь ресорного підвішування складається зі сталевих гвинтових пружин, а другий виконаний за допомогою пневматичних ресор. На кожному візку в поперечному напрямку між поворотним шворнем і поперечною балкою знаходяться спеціальні гнучкі упори, які складаються з тарілчастих пружин. Вони забезпечують плавний горизонтальний рух візка відносно кузова вагона.

Рама кожного візка являє собою зварну конструкцію з закритих профілів (стінки виконані з листового металу товщиною 12 мм і поясів товщиною 20 мм). Вона складається з двох бічних стінок (які мають зниження в середній частині), поперечної балки та двох трубчастих буферних брусів. У місцях з'єднання поперечної балки з бічними стінками рами знаходяться місця для розміщення пневматичних ресор. На бічних стінках рами приварені спеціальні консолі, які слугують для кріплення шатунів, що забезпечують напрямний рух колісної пари і консолі вертикальних амортизаторів. На поперечній балці знаходяться консолі для петель шатунів механізму передачі поздовжніх сил на кузов вагона, консолі для закріплення блока тягового привода, кріплення для поперечних і поздовжніх упорів рами відносно кузова вагона, гнізда для поперечних амортизаторів. Також у поперечній балці виконано гніздо для монтажу поворотного шворня. На кожному буферному брусі знаходяться консолі, за які кріпляться гальмові циліндри та важільне дискове гальмо [115].

Згідно до [109, 110] електропоїзд HRCS2 (рис. 2.3) формується із двох головних вагонів і семи проміжних (моторних, причіпних) між ними. У складі електропоїзда 9 вагонів. Склад поїзда «Hyundai» 3 вагони першого класу та 6 вагонів другого класу, із яких один має буфет для пасажирів.

Електропоїзд призначений для перевезення пасажирів на електрифікованих ділянках залізниць з номінальною напругою в контактній мережі 25 кВ змінного струму з частотою 50 Гц і 3 кВ постійного струму, з шириною колії 1520 мм, в швидкісному сполученні. Експлуатаційна швидкість електропоїзда 160 км/год.



Рис. 2.3. Загальний вигляд електропоїзда HRCS2

Кількість пасажирських місць — 579, з них 1-го класу — 168, 2-го класу — 411 та 2 місця для інвалідів. Сидіння у відділеннях для пасажирів 1-го класу розташовані за схемою 2+2, у 2-го класу — 3+2 один за одним.

Місця I класу розміщені в проміжних вагонах, три вагони по 56 місць кожен, а II класу в шести моторних вагонах. Місця для інвалідів знаходяться в одному з головних вагонів.

Сидіння для пасажирів I класу мають ширину 500 мм, II класу — 450 мм, що відповідає санітарним нормам, які діють в Україні — 450 мм. Для порівняння крісла літаків зазвичай мають ширину від 450 мм в економ-класі до 500—550 у класі бізнес.

Для людей з особливими потребами в першому вагоні поїзда Hyundai є 2 місця для розміщення інвалідних колясок. Поблизу знаходиться спеціальний туалет, розрахований на використання інвалідами в колясках, який, як і інші туалети, оснащений кнопкою аварійного виклику стюардів. Підлога у всіх зонах поїзда Hyundai одного рівня, що полегшує переміщення інвалідних колясок.

Кузов кожного вагона електропоїзда HRCS2 [113, 114, 115] спирається на два двовісні візки. Візки моторних (тягових) вагонів (крім пристроїв передачі вертикальних навантажень і гасіння сил динамічного впливу під час руху поїзда) мають пристрої передачі потужності від тягового електродвигуна на кожен колісну пару, а також пристрої передачі горизонтальних сил (тяги й гальмування) від буксових вузлів осей колісних пар на рами візків (рис. 2.4). Візки немоторних (причіпних) вагонів не мають пристроїв передачі потужності, тому на їх рами з буксових вузлів передаються під час руху тільки вертикальні й бічні навантаження (рис. 2.5).

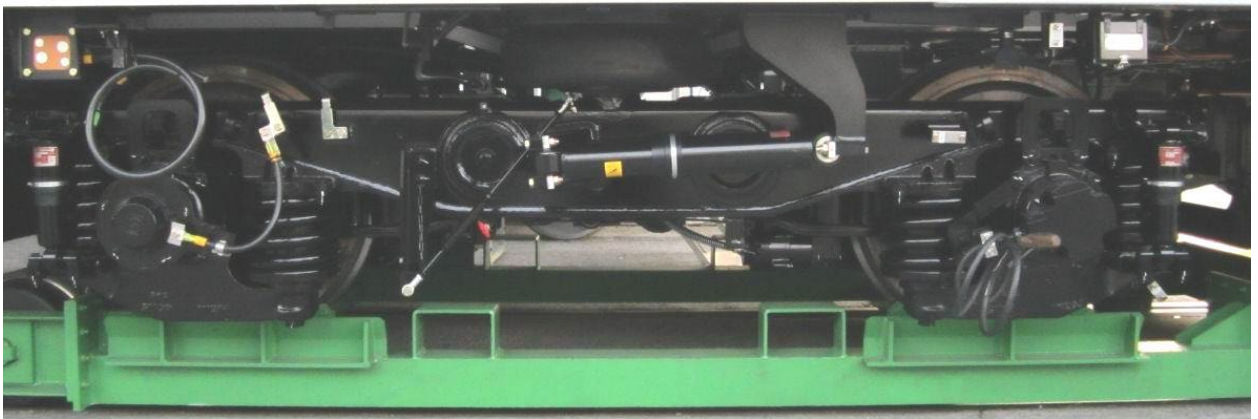


Рис. 2.4 Загальний вигляд моторного візка електропоїзда HRCS2.



Рис. 2.5 Загальний вигляд немоторного візка електропоїзда HRCS2.

Обидва типи візків мають двоступінчасте ресорне підвішування для гасіння вертикальних і бічних сил (первинні пружинні ресори й пневматичні

ресори). Перший ступінь ресорного підвішування є комбінованим і складається з гвинтових пружин і гумового блока. У другому ступені використовуються пневматичні ресори між рамою візка та розпірним брусом кузова.

Моторні й немоторні візки мають Н-подібну раму з двома пневматичними ресорами, які розташовані з двох боків посередині бічних брусів і на які спирається кузов вагону.

На кожен пневматичну ресору візка вагона припадає одна чверть його ваги. Центральний шворінь тягового візка передає горизонтальні сили (тягове зусилля в режимі тяги й гальмове зусилля в режимі гальмування) від візка на кузов вагону.

Конструкція візків забезпечує максимальну швидкість 176 км/год. Динамічні ходові характеристики зберігаються у всьому діапазоні робочих режимів і повністю відповідають вимогам безпеки завдяки рівномірному розподілу ваги по колісних парах при повному й порожньому навантаженні. Рами візків зварені зі сталевих листів у вигляді двох бічних балок (боковин) коробчастого перерізу. Вони з'єднані в середній частині двома трубчастими балками (ригелями) з катаної сталі і сталевих виливків потрібного профілю.

Ресорне підвішування кожного візка виконано двоступінчастим [115] і складається:

- із першого ступеня, який включає в себе блок пружин між упорами буксових вузлів колісних пар та упорами рами візка;
- другого ступеня пневматичного, що включає пневматичну ресору (між рамою візка та нижньою частиною кузова вагону).

Для компенсації впливу (або поглинання) бічних коливань, які виникають під час руху електропоїзда, на кожному візку встановлено бічні гідравлічні (масляні) амортизатори. Вони змонтовані по обидва боки візка між пристроєм центрального шворня та його рамою. Пристрій горизонтальної корекції здійснює підтримку постійної висоти підлоги у вагоні при мінімальному або максимальному навантаженні, яке залежить від

кількості пасажирів. Перший ступінь ресорного підвішування показано на рис. 2.6.

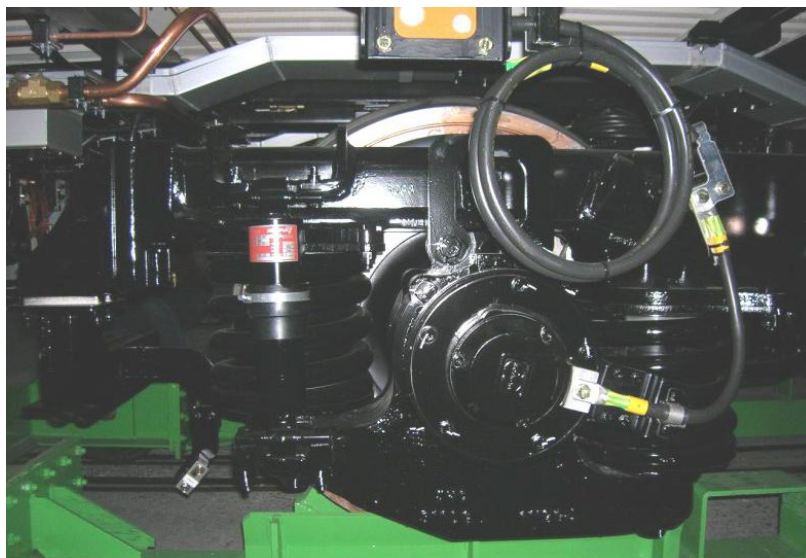


Рис. 2.6 Перший ступінь ресорного підвішування з буксовим вузлом електропоїзда HRCS2.

Перший ступінь ресорного підвішування кожного буксового вузла містить у собі дві сталеві спіральні вертикальні пружини, усередині яких знаходяться спеціальні гумові компенсатори. Вони не тільки амортизують візок, але й спрямовують буксу кожного колеса. Підйомні та металеві стопори захищають колісні пари від надмірних відхилень у вертикальній площині. Усі характеристики первинної підвіски оптимізовані для мінімізації зносу гребенів коліс у кривих ділянках колії.

Другий ступінь ресорного підвішування кожного візка складається з двох пневматичних ресор, двох вирівнюючих клапанів для підтримки постійної висоти підлоги вагона незалежно від маси пасажирів і багажу, двох бічних буферів, двох горизонтальних гасників кутових коливань, а також двох горизонтальних гасників поперечних коливань.

Пневматична ресора підтримує і амортизує масу кузова вагона та забезпечує вертикальну і горизонтальну жорсткість між візком і кузовом вагона поїзда (рис. 2.7).



Рис. 2.7 Загальний вигляд вузлів другого ступеня ресорного підвішування електропоїзда НRCS2.

Швидкісний двосистемний електропоїзд ЕКр-1 [111, 112] призначений для забезпечення пасажирських перевезень по мережі залізничних доріг зі швидкістю руху до 200 км/год. Кузова вагонів виготовлені з нержавіючої сталі. Конструкція вагонів поїзду в повному обсязі відповідає вимогам санітарних норм з ергономіки, мікроклімату, освітлення, шуму й вібрації, а також вимогам безпеки на всі оздоблювальні й облицювальні матеріали. Інтер'єри салонів, що мають сучасний дизайн виконані з пластикових і металевих панелей з використанням зносостійких, екологічно чистих, важкогорючих матеріалів. При необхідності вони легко демонтуються і дають доступ до систем життєзабезпечення вагонів у період їх експлуатації.



Рис. 2.8 Загальний вигляд електропоїзда ЕКр-1.

Кількість місць для сидіння – 609 шт, у тому числі: місць першого класу – 128; місць другого класу – 367%; місць третього класу – 112; місць для пасажирів в інвалідних візках – 2.

Вагони обладнані:

- Жорсткими зчіпними пристроями й герметичними переходами;
- Місцями для перевезення інвалідів у інвалідних візках;
- Системою електроживлення – через статичний перетворювач, від промислової електромережі 380В на зупинках, від акумуляторних батарей (електрообладнання даних вагонів має резервну систему електроживлення у випадку виходу з ладу одного статичного перетворювача);
- Системою гарячого і холодного водопостачання;
- Комбінованою системою опалення з автоматичним регулюванням температури;
- Системою кондиціонування повітря з автоматичним регулюванням температури;
- Санітарно-технічним обладнанням (мийка, умивальники, душ, туалети замкнутого типу);
- Протипожежним обладнанням (пожежна сигналізація, пожежні сповіщувачі, установка автоматичного пожежогасіння в електричних шафах);
- Системою автоматичного управління, контролю й діагностики (САУКД);
- Системою контролю нагріву букс (СКНБ);
- Системою контролю стану дискових гальм (СКСГ);
- Поїздною автоматичною системою діагностики (ПАСДС);
- Системою відеоспостереження;
- Системою поїзного зв'язку «провідник-пасажир»;
- Системою супутникової навігації, Wi-Fi;

- Автоматичними електроприводними дверима притульно-зсувного типу;
- Автоматичними тамбурними електроприводними дверима зсувного типу;
- Системою блокування дверей на швидкості вище 5 км/год.

Основними типами візків електропоїзда ЕКр-1 є безколискові візки з центральним пневмопідвішуванням мод.68-7072 (головний вагон) і мод.68-7041 (проміжний вагон) [115].

Двовісний привідний візок безлюлькового типу мод. 68-7072 (рис. 2.9) призначений для підкочення під вагони електропоїзда, що експлуатується на залізницях колії 1520 мм з конструкційною швидкістю 160-200 км/год.

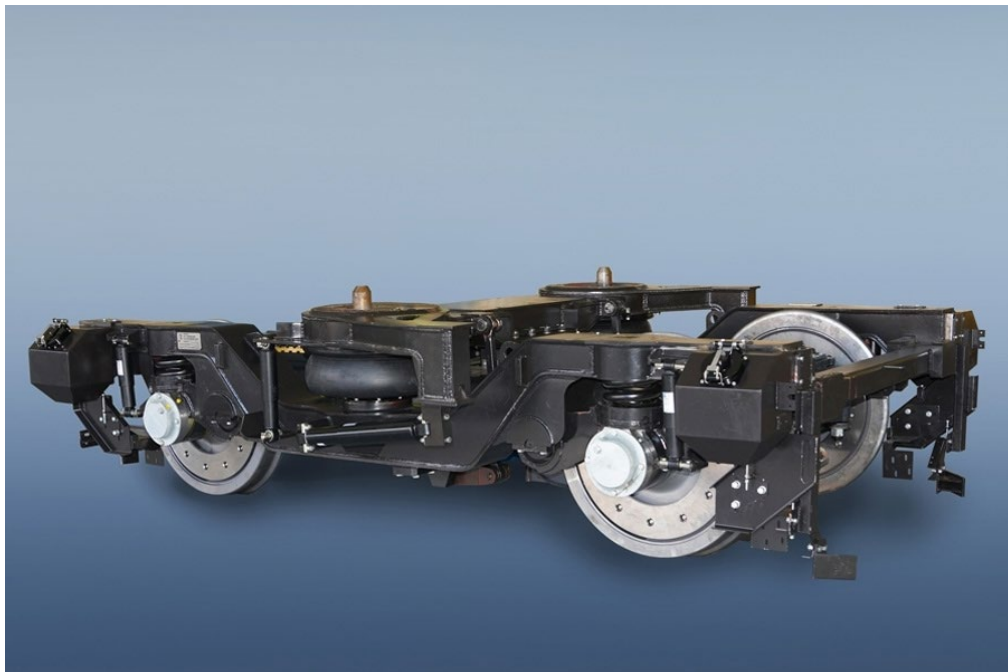


Рис. 2.9 Загальний вигляд візка 68-7072 електропоїзда ЕКр-1.

Візок обладнаний:

- колісними парами з буксовими вузлами і колісними гальмівними дисками;
- циліндричними пружинами буксового (первинного) ресорного підвішування;

- пневматичними ресорами центрального (вторинного) ресорного підвішування;
- гідравлічними гасниками коливань (6 вертикальних, горизонтальних 2, 2 від виляння);
- дисковим гальмом;
- торсіонним пристроєм;
- приводами (електродвигун, редуктор, муфтові з'єднання);
- електронною системою, що включає в себе датчики протиюзового пристрою, системи контролю нагріву буксових вузлів і датчиків системи КЛУБ-У;
- системою змащення гребенів коліс;
- системою подачі піску в зони контакту колеса з колією.

Двовісний візок мод. 68-7049 (рис. 2.10) призначений для встановлення на проміжних вагонах електропоїздів та пасажирських вагонах локомотивної тяги, що експлуатуються на залізницях колії 1520 мм з конструкційною швидкістю до 200 км/год [115].



Рис. 2.10 Загальний вигляд візка 68-7049 електропоїзда ЕКр-1.

Візок спроектований відповідно до норм та вимог експлуатації рухомого складу на залізницях колії 1520 мм та норм експлуатації верхньої будови залізничної колії.

Візок обладнаний:

- буксовим підвішуванням (4 комплекти подвійних гвинтових пружин з 4-ма вертикальними гідروамортизаторами);
 - центральним підвішуванням (2 пневматичні ресори з двома вертикальними та одним горизонтальним амортизаторами);
 - протиюзовим пристроєм;
 - механізмом гасіння бокових коливань;
 - 2 амортизаторами вилянь візка;
 - надресорною балкою ненавантаженого типу;
- системою реєстрації температурного режиму буксових вузлів (СКНБ).

В якості проміжного висновку можна заключити, що з точки зору формування в підсистемі «екіпаж» диференційних рівнянь динамічної рівноваги між прискореним рухом тіл з масою та обмеженнями, що накладаються на можливість їх сумісного переміщення, до однієї з ключових особливостей цих типів рухомого складу можна віднести наявність двохступеневого ресорного підвішування. В загальному випадку на електропоїздах ЕКр1, НRCS2, EJ675 для гасіння вертикальних і бічних сил перший ступінь ресорного підвішування складається з гвинтових пружин і гумових блоків, у другому – між рамою візка та кузовом використовуються пневматичні ресори.

2.2 Розрахункова схема підсистеми «екіпаж», складання системи диференційних рівнянь її руху

Як базову, було прийнято схему чотиривісного екіпажа з урахуванням кінетичних та силових зв'язків між його елементами, зокрема реакцій комплектів першого та другого ступенів ресорного підвішування. Кузов і

частини візка вважаються твердими тілами. Вертикальні силові й кінематичні зв'язки підсистем «екіпаж» і «колія» подані з урахуванням одностороннього зв'язку колеса і рейки, пружної й дисипативних реакцій колії. При русі екіпажу з постійною швидкістю кількість лінійних і кутових переміщень його елементів дорівнює сімнадцяти, які позначені на рис. 2.11 через незалежні координати підсистеми q_i .

Для обраної розрахункової схеми і прийнятих систем координат складені диференціальні рівняння коливань екіпажу за принципом Даламбера з використанням геометро-фізико-статичного правила, рекомендованого в [29] проф. С.М. Поповим. Для цього:

1) З геометричних співвідношень складені залежності деформацій зв'язків від заданих можливих збільшень координат підсистеми.

2) Виходячи з фізичних законів, виражені реакції зв'язків і діючі на елементи підсистеми сили інерції і моменти сил інерції через збільшення координат, їх швидкості і прискорення.

3) Розрахункова схема замінена силовою схемою, в якій відкинуті зв'язку замінені їх реакціями і в центрах мас прикладені сили інерції і моменти сил інерції. Для кожного елемента підсистеми записані рівняння статичної рівноваги, при цьому інерційні силові фактори враховувалися як реально діючі.

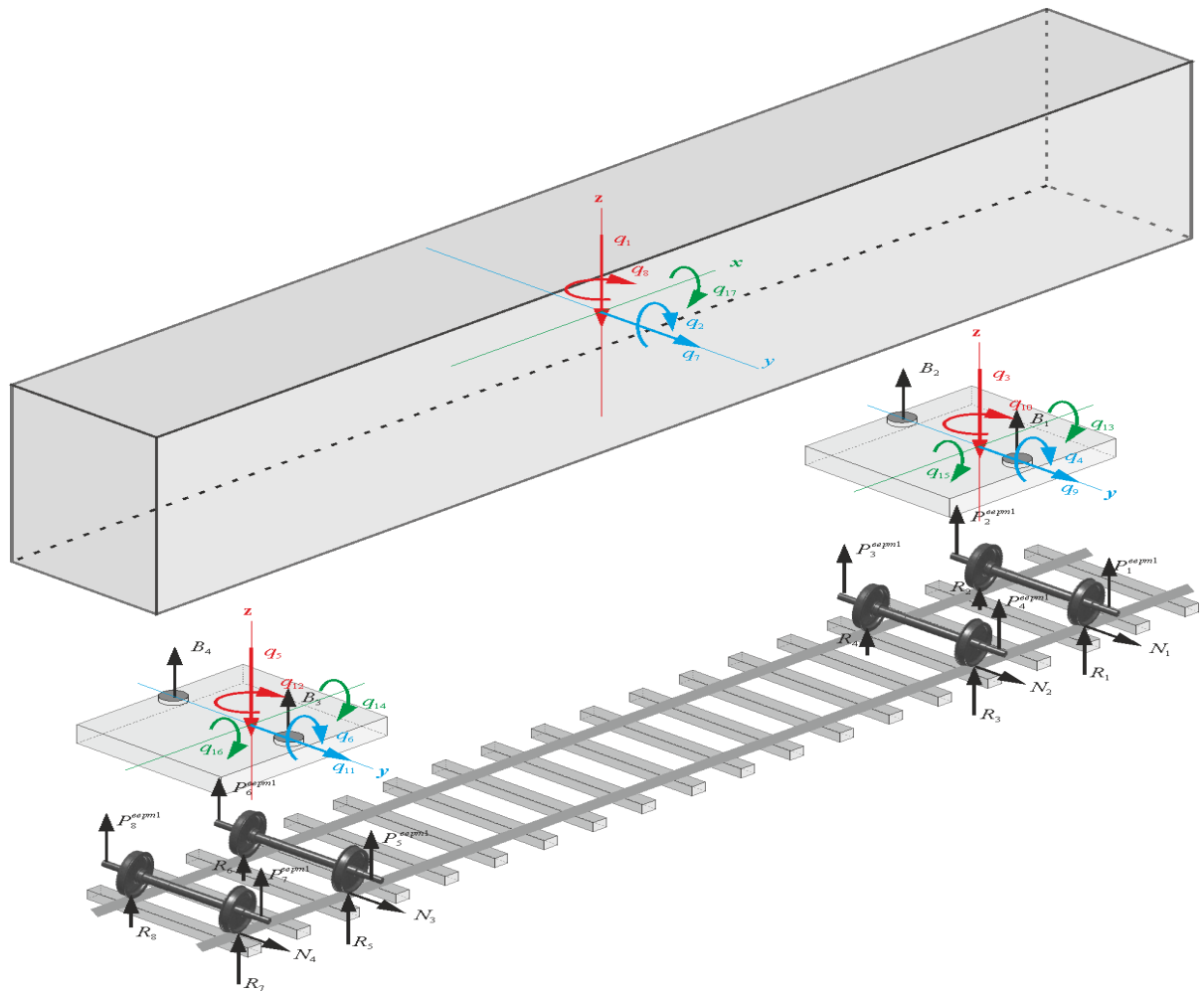


Рис.2.11 Розрахункова схема чотиривісного екіпажу

Диференціальні рівняння коливань отримані підстановкою в рівняння рівноваги замість символів сил їх значення з співвідношень і через основні незалежні координати системи.

За умови, що екіпаж рухається з постійною швидкістю, його коливання по прийнятій розрахунковій схемі будуть описуватися наступній системою диференціальних рівнянь (2.1).

$$\begin{aligned}
& 1) m_k \cdot \ddot{q}_1 - (P_1 + P_2) - (B_1 + B_2 + B_3 + B_4) = m_k \cdot g \\
& 2) J_{OY_k} \cdot \ddot{q}_2 - (P_1 + B_1 + B_2) \cdot l + (P_2 + B_3 + B_4) \cdot l = 0 \\
& 3) m_T \cdot \ddot{q}_3 + (B_1 + B_2) - (P_1^{sep1} + P_2^{sep1} + P_3^{sep1} + P_4^{sep1}) = m_T \cdot g - R_1 - R_2 - R_3 - R_4 \\
& 4) J_{OYT} \cdot \ddot{q}_4 + (P_3^{sep1} + P_4^{sep1}) \cdot l_{ж.б.} - (P_1^{sep1} + P_2^{sep1}) \cdot l_{ж.б.} = l_{ж.б.} \cdot (R_3 + R_4) - l_{ж.б.} \cdot (R_1 + R_2) \\
& 5) m_T \cdot \ddot{q}_5 + (B_3 + B_4) - (P_5^{sep1} + P_6^{sep1} + P_7^{sep1} + P_8^{sep1}) = m_T \cdot g - R_5 - R_6 - R_7 - R_8 \\
& 6) J_{OYT} \cdot \ddot{q}_6 + (P_7^{sep1} + P_8^{sep1}) \cdot l_{ж.б.} - (P_5^{sep1} + P_6^{sep1}) \cdot l_{ж.б.} = l_{ж.б.} \cdot (R_7 + R_8) - l_{ж.б.} \cdot (R_5 + R_6) \\
& 7) m_k \cdot \ddot{q}_7 - (Q_1 + Q_2) - (B_1^{zop} + B_2^{zop} + B_3^{zop} + B_4^{zop}) = \frac{m_k \cdot V^2}{\rho_{0k}} - Q_{hk} \\
& 8) J_{OZ_k} \cdot \ddot{q}_8 + (Q_2 - Q_1) \cdot l + (B_2^{zop} - B_1^{zop}) \cdot l - M_{TP1} \text{sign}(\dot{q}_8 - \dot{q}_{10}) + M_{TP2} \text{sign}(\dot{q}_8 - \dot{q}_{12}) = 0 \\
& 9) m_T \cdot \ddot{q}_9 - (B_1^{zop} + B_2^{zop}) - (P_1^{zop1} + P_2^{zop1} + P_3^{zop1} + P_4^{zop1}) = \frac{m_T \cdot V^2}{\rho_{0T1}} + Q_{hT1} - N_1 - N_2 \\
& 10) J_{OZT} \cdot \ddot{q}_{10} + (P_1^{zop1} + P_2^{zop1}) \cdot l_{ж.б.} - (P_3^{zop1} + P_4^{zop1}) \cdot l_{ж.б.} - M_{TP1} \text{sign}(\dot{q}_{10} - \dot{q}_8) = (N_2 - N_1) \cdot a \\
& 11) m_T \cdot \ddot{q}_{11} - (B_3^{zop} + B_4^{zop}) - (P_5^{zop1} + P_6^{zop1} + P_7^{zop1} + P_8^{zop1}) = \frac{m_T \cdot V^2}{\rho_{0T2}} + Q_{hT2} - N_3 - N_4 \\
& 12) J_{OZT} \cdot \ddot{q}_{12} + (P_5^{zop1} + P_6^{zop1}) \cdot l_{ж.б.} - (P_7^{zop1} + P_8^{zop1}) \cdot l_{ж.б.} - M_{TP1} \text{sign}(\dot{q}_{12} - \dot{q}_8) = (N_4 - N_3) \cdot a \\
& 13) J_{OX_{ЦБ}} \cdot \ddot{q}_{13} + (B_2 - B_1) \cdot b + (P_1^{sep1} - P_2^{sep1}) \cdot h = 0 \\
& 14) J_{OX_{ЦБ}} \cdot \ddot{q}_{14} + (B_3 - B_4) \cdot b + (P_3^{sep1} - P_4^{sep1}) \cdot h = 0 \\
& 15) J_{OXT} \cdot \ddot{q}_{15} + (P_1^{sep1} + P_3^{sep1} - P_2^{sep1} - P_4^{sep1}) \cdot W + (B_2 - B_1) \cdot c = R_2 \cdot S_2(t) - R_1 \cdot S_1(t) + R_4 \cdot S_4(t) - \\
& \quad - R_3 \cdot S_3(t) - N_1 \cdot r_1(t) - N_2 \cdot r_2(t) \\
& 16) J_{OXT} \cdot \ddot{q}_{16} + (P_5^{sep1} + P_7^{sep1} - P_6^{sep1} - P_8^{sep1}) \cdot W + (B_4 - B_3) \cdot c = R_6 \cdot S_6(t) - R_5 \cdot S_5(t) + R_8 \cdot S_8(t) - \\
& \quad - R_7 \cdot S_7(t) - N_3 \cdot r_3(t) - N_4 \cdot r_4(t) \\
& 17) J_{OX_k} \cdot \ddot{q}_{17} - (Q_1 + Q_2) \cdot H_1 + (B_1 + B_3 - B_2 - B_4) \cdot b = M \frac{V^2}{\rho_{xoz}} \cdot H_0 + Q_{ZK} \cdot H_0
\end{aligned} \tag{2.1}$$

де m_k – маса підресорених елементів (кузова) вагону ($кг$); m_T – маса безпружинних елементів візка ($кг$); $J_{OY_k}, J_{OZ_k}, J_{OX_k}$ – відповідно моменти інерції кузова вагона підресорених елементів вагона відносно осей Y, Z, X ($кг \cdot м^2$); $J_{OYT}, J_{OZT}, J_{OXT}$ – момент інерції непідресорених елементів візків відповідно осей Y, Z, X ($кг \cdot м^2$); $J_{OX_{ЦБ}}$ – момент інерції поперечної (розпірної) балки відносно осі X ($кг \cdot м^2$); $2l$ – відстань між центрами шворнів ($м$); H_0 – відстань від п'ятника до центру мас ($м$); $2d$ – діаметр п'ятника вагону ($м$); $l_{ж.б.}$ – база візка ($м$); $2B$ – відстань між центрами ресорних комплектів ($м$); H_1 – відстань від осі колісної пари до площини п'ятника ($м$); P_1, P_2 – вертикальні реакції від підп'ятників поперечних (розпірних балок); B_1, B_2, B_3, B_4 –

вертикальні реакції ресорних комплектів другої ступені; $B_1^{cop}, B_2^{cop}, B_3^{cop}, B_4^{cop}$ – горизонтальні реакції ресорних комплектів другої ступені; $P_{1-8}^{верт1}$ – вертикальні реакції ресорних комплектів першої ступені; P_{1-8}^{cop1} – горизонтальні реакції ресорних комплектів першої ступені; M_{TP1}, M_{TP2} – моменти сил тертя, що виникають при поворотах першого і другого візків в горизонтальній площині ($H \cdot m$); R_{1-8} – вертикальні реакції, що діють на колеса з боку колії (H); ρ_{0T1}, ρ_{0T2} – радіуси кривизни колії, відповідно центрам ваги першого і другого візків (m); $\rho_{0к}$ – радіус кривизни колії, відповідно центру ваги кузова (m); g – прискорення вільного падіння (m/c^2); Q_{hT1}, Q_{hT2} – горизонтальні складові сил тяжіння візка, викликані підвищенням зовнішньої рейки, (H) V – швидкість руху екіпажу ($км/год$); $r_{1-8}(t)$ – радіуси кіл катання коліс в точках контакту колеса і рейки (m); N_{1-4} – результуючі горизонтальних поперечних сил взаємодії коліс і рейок (H); Q_1, Q_2 – горизонтальні поперечні сили, які діють між поперечною (розпірною балкою) та п'ятником кузова вагону; Q_{zk} – горизонтальна бічна результуюча зовнішніх сил, що діють на кузов (H); $S_{1-8}(t)$ – відстані від середини колісних пар до точок контакту колеса і рейки (m);

Щоб диференціальні рівняння (2.1) задовольняли умові статичної рівноваги системи, необхідно, щоб що входять до них функції $sign$ обчислювалися з наступних співвідношень:

$$\left. \begin{aligned} sign(q_J - q_K) &= 1, \text{ если } q_J - q_K > 0 \\ sign(q_J - q_K) &= 0, \text{ если } q_J - q_K = 0 \\ sign(q_J - q_K) &= -1, \text{ если } q_J - q_K < 0 \end{aligned} \right\}, \quad (2.2)$$

2.3 Силі та кінематичні зв'язку в підсистемі «екіпаж»

Вертикальні і горизонтальні реакції ресорних комплектів визначаються з співвідношень:

$$\left. \begin{aligned}
P_{1-4\epsilon} &= K_{\epsilon} (\Delta_{cm} - \Delta_{1-4\epsilon}) - F_{1-4\epsilon} \frac{\Delta_{cm} + \Delta_{1-4\epsilon}}{\Delta_{cm}} \operatorname{sign} \Delta_{1-4\epsilon} \\
&\text{при } (\Delta_{cm} + \Delta_{1-4\epsilon}) > 0; \\
P_{1-4\epsilon} &= 0 \text{ при } (\Delta_{cm} + \Delta_{1-4\epsilon}) \leq 0
\end{aligned} \right\},$$

$$Q_{1-2} = K_2 \Delta_{1-2\Gamma} + F_{1-2\Gamma} \Delta_{1-2\Gamma}, \quad (2.3)$$

де $\Delta_{1-4\epsilon}$ – вертикальні (горизонтальні) деформації ресорних комплектів візків (M); Δ_{cm} – статичний прогин ресорного комплекту (M); K_{ϵ} – вертикальна жорсткість ресорного комплекту (H/M); K_2 – горизонтальна жорсткість ресорних комплектів візків (H/M); $\Delta_{1-2\Gamma}$ – горизонтальні поперечні деформації ресор візків (H/M); F_{ϵ} , F_2 – відповідно сили сухого тертя у вертикальній і горизонтальній площинах (H).

Якщо вважати, що загальна сила тертя розвивається між клином і фрикційною планкою, то вертикальну F_v і горизонтальну F_{Γ} відповідні цієї сили можна визначити наступними виразами:

$$F_{1-4\epsilon} = K_{\epsilon} (f + \Delta_{\epsilon}) \cdot \varphi_p \sin \arctg \left| \frac{\dot{\Delta}_{\epsilon}}{\dot{\Delta}_{\Gamma}} \right| \cos \alpha_K,$$

$$F_{1-2\epsilon} = \sum_1^2 K_{\epsilon} (f + \Delta_{\epsilon}) \varphi_p \cos \arctg \left| \frac{\dot{\Delta}_{\epsilon}}{\dot{\Delta}_{\Gamma}} \right|, \quad (2.4)$$

де $\Delta_{1-4\epsilon}$, $\Delta_{1-2\epsilon}$ – вертикальні і горизонтальні деформації ресор; φ_p – коефіцієнт відносного тертя в ресорному комплекті, в припущенні, що вся сила тертя реалізується в вертикальному напрямку; α_K – кут нахилу фрикційної планки демпфера (рад)

Знак суми в виразі (2.4) показує, що горизонтальна сила тертя складається з суми сил тертя по кожному ресорному комплекту візка. Вертикальні деформації ресорних комплектів візків визначаються з рівнянь:

$$\left. \begin{aligned}
\Delta_{1\epsilon} &= q_1 + q_2 \cdot \ell + (q_{13} - q_{15}) \cdot \epsilon - q_3 + d \sin (q_{17} - q_{13}) \\
\Delta_{2\epsilon} &= q_1 + q_2 \cdot \ell - (q_{13} - q_{15}) \cdot \epsilon - q_3 + d \sin (q_{17} - q_{13}) \\
\Delta_{3\epsilon} &= q_1 - q_2 \cdot \ell + (q_{14} - q_{16}) \cdot \epsilon - q_5 + d \sin (q_{17} - q_{14}) \\
\Delta_{4\epsilon} &= q_1 - q_2 \cdot \ell - (q_{14} - q_{16}) \cdot \epsilon - q_5 + d \sin (q_{17} - q_{14})
\end{aligned} \right\}, \quad (2.5)$$

Горизонтальні деформації ресор візків можна визначити за формулами:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{1r} &= q_7 + q_8 \cdot \ell - q_9 \\ \Delta_{2r} &= q_7 - q_8 \cdot \ell - q_{11} \end{aligned} \right\}, \quad (2.6)$$

Статичний прогин ресорного комплекту:

$$\Delta_{cm} = \frac{M \cdot g}{4K_6}, \quad (2.7)$$

Вертикальні реакції на п'ятники P_{T1} та P_{T2} за умови, що зазори в ковзуна не вибрані, рівні:

$$\left. \begin{aligned} P_{T1} &= P_1 + P_2 + m_\delta(\ddot{q}_1 + \ell \ddot{q}_2 - g) \\ P_{T2} &= P_3 + P_4 + m_\delta(\ddot{q}_1 - \ell \ddot{q}_2 - g) \end{aligned} \right\}, \quad (2.8)$$

де m_δ – маса надресорної балки (кг);

В цьому випадку реакції на ковзуна $B_{1np}=B_{2np}=B_{1л}=B_{2л}=0$.

Якщо зазори на ковзунах обрані і кузов одночасно спирається на п'ятники і скользуни, то:

$$\left. \begin{aligned} P_{T1} &= P_1 + P_2 + m_\delta(\ddot{q}_1 + \ell \ddot{q}_2 - g) - B_1 \\ P_{T2} &= P_3 + P_4 + m_\delta(\ddot{q}_1 - \ell \ddot{q}_2 - g) - B_2 \end{aligned} \right\}, \quad (2.9)$$

де B_1 і B_2 – реакції на пневморесорах першого і другого візків (Н).

Реакції на пневморесорах визначаються за формулами:

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= \frac{1}{\epsilon_1 - d} \left\{ I_{\delta x} \cdot \ddot{q}_{13} + P_1[\epsilon - d \operatorname{sign}(q_{17} - q_{13})] - P_2[\epsilon + d \operatorname{sign}(q_{17} - q_{13})] \right\} \operatorname{sign}(q_{17} - q_{13}) - \\ &\quad - \frac{m_\delta d(\ddot{q}_1 - \ell \ddot{q}_2 - g)}{\epsilon_1 - d} \\ B_2 &= \frac{1}{\epsilon - d} \left\{ I_{\delta x} \ddot{q}_{14} + P_3[\epsilon - d \operatorname{sign}(q_{17} - q_{14})] - P_4[\epsilon + d \operatorname{sign}(q_{17} - q_{13})] \right\} \operatorname{sign}(q_{17} - q_{13}) - \\ &\quad - \frac{m_\delta d(\ddot{q}_1 - \ell \ddot{q}_2 - g)}{\epsilon_1 - d} \end{aligned} \right\}, \quad (2.10)$$

Індекси "правий" і "лівий" визначаються з наступних співвідношень:

$$\left. \begin{aligned}
0 \leq (q_{17} - q_{13}) \leq \frac{a_c}{\epsilon_1}, \quad B_1 = B_{1np} = B_{1n} = 0; \\
(q_{17} - q_{13}) > \frac{a_c}{\epsilon_1}, \quad B_1 = B_{1np}, B_{1n} = 0; \\
0 \leq (q_{17} - q_{14}) \leq \frac{I_c}{\epsilon_1}, \quad B_2 = B_{2np} = B_{2n} = 0; \\
(q_{17} - q_{14}) > \frac{a_c}{\epsilon_1}, \quad B_2 = B_{2np}, B_{2n} = 0; \\
(q_{17} - q_{13}) < 0, \quad |q_{17} - q_{13}| \leq \frac{a_c}{\epsilon_1}, \quad B_1 = B_{1np} = B_{1n} = 0; \\
(q_{17} - q_{13}) < 0, \quad |q_{17} - q_{13}| > \frac{a_c}{\epsilon_1}, \quad B_1 = B_{1n}, B_{1np} = 0; \\
(q_{17} - q_{14}) < 0, \quad |q_{17} - q_{14}| \leq \frac{a_c}{\epsilon_1}, \quad B_2 = B_{2np} = B_{2n} = 0; \\
(q_{17} - q_{14}) < 0, \quad |q_{17} - q_{14}| > \frac{a_c}{\epsilon_1}, \quad B_2 = B_{2n}, B_{2np} = 0
\end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

де a_c – зазори на пневморесорах (м).

Моменти сил тертя, що виникають при поворотах візків в горизонтальній площині, можна визначити з залежностей:

$$\left. \begin{aligned}
M_{mp1} &= P_{T1} \mu_1 d + B_1 \mu_2 \epsilon_1 \\
M_{mp2} &= P_{T2} \mu_1 d + B_2 \mu_2 \epsilon_1
\end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

де μ_1 та μ_2 – коефіцієнти тертя матеріала п'ятників та скользянів.

У процесі руху екіпажу можуть виникати ситуації, коли відносний поворот кузова і візків неможливий внаслідок того, що моменти M_{TP1} і M_{TP2} будуть більше суми моментів горизонтальних реакцій ресорних комплектів і моментів поздовжніх і поперечних сил взаємодії коліс екіпажу з рейками. Іншими словами, в даній ситуації зв'язок кузова з візками в напрямку координат q_8 , q_{10} і q_{12} тимчасово стає жорсткою (відбувається загартовування). Тоді диференціальні рівняння, що описують руху в напрямку зазначених координат, стають несправедливими.

Формально справедливість рівнянь (2.1) визначається наступними умовами:

$$|Q_1 - Q_2| l > |M_{TP1} \text{sign}(\dot{q}_8 - \dot{q}_{10}) + M_{TP2} \text{sign}(\dot{q}_8 - \dot{q}_{12})|, \quad (2.13)$$

$$|(N_1 - N_2) \cdot a + M_{n1} + M_{n2}| > M_{TP1}, \quad (2.14)$$

$$|(N_3 - N_4) \cdot a + M_{n_3} + M_{n_4}| > M_{TP2}, \quad (2.15)$$

Якщо в момент часу $(i + 1)$ умова (2.13) не виконується, то диференціальне рівняння (6) у системі (2.1) не наважується і координата q_8 і її похідних присвоюються значення:

$$\left. \begin{aligned} q_{8(i+1)} &= q_{8(i)} \\ \dot{q}_{8(i+1)} &= \ddot{q}_{8(i+1)} = 0 \end{aligned} \right\}, \quad (2.16)$$

При порушенні умов (2.14) або (2.15), не вирішуються рівняння (8) або (10) система (2.1) і відповідним координатам присвоюються значення:

$$\left. \begin{aligned} q_{10(i+1)} &= q_{10(i)} + (q_{8(i+1)} - q_{8(i)}) \\ \dot{q}_{10(i+1)} &= \dot{q}_{8(i+1)}; \\ \ddot{q}_{10(i+1)} &= \ddot{q}_{8(i+1)}; \\ q_{12(i+1)} &= q_{12(i)} + (q_{8(i+1)} - q_{8(i)}) \\ \dot{q}_{12(i+1)} &= \dot{q}_{8(i+1)} \\ \ddot{q}_{12(i+1)} &= \ddot{q}_{8(i+1)} \end{aligned} \right\}, \quad (2.17)$$

Системи диференціальних рівнянь (2.1) спільно з рівняннями силових і кінематичних зв'язків (2.2 – 2.17) описує просторові коливання екіпажу при параметричному і кінематичному збудженні.

2.4 Вертикальні силові і кінематичні зв'язку підсистем «екіпаж» і «колія»

В загальному вигляді сили взаємодії підсистем "екіпаж" і "колія", з урахуванням прийнятих припущень можна визначити як:

$$R_{y1-8} = R_{дн1-8} + R_{уд1-8} + R_{1-8}, \quad (2.18)$$

де $R_{дн 1-8}$ – вертикальні динамічні сили, викликані дисбалансом і нерівномірністю прокату колеса (Н); $R_{уд 1-8}$ – сили ударної дії колеса, що має повзун (Н); R_{1-8} – вертикальні реакції вигину рейки під колесами екіпажу (Н).

Вертикальні динамічні сили, викликані дисбалансом колеса, його овальністю і нерівномірністю зносу поверхні кочення, можна визначити з виразу:

$$R_{\text{дн1-8}} = m_{\text{кол}} \cdot g \cdot e_{g1-8} \cdot w_{\kappa}^2, \quad (2.19)$$

де $m_{\text{кол}}$ – необресорена маса екіпажу на одне колесо (кг); g – прискорення вільного падіння ($9,81 \text{ м/с}^2$); w_{κ} – частота обертання колеса (с^{-1}); e_{g1-8} – величина дисбалансу, овальними і нерівномірності зносу колеса (м).

З урахуванням існуючих норм зносу і допусків на виготовлення, величину e_{gi} можна приймати в межах:

$$e_{gi} = 0 \div 0,0095 \text{ м}.$$

Величину необресореної маси екіпажу, яка припадає на одне колесо, в роботі [1] рекомендовано визначати як:

$$m_{\text{кол}} = 0,5 \cdot 0,4 \cdot m_{\text{T}},$$

де m_{T} – маса візка екіпажу (кг).

Середня частота обертання колеса визначається виразом:

$$W_{\kappa} = \frac{V}{r_{\kappa}},$$

де V – швидкість руху екіпажу (м/с); r_{κ} – радіус середнього кола катання екіпажу (м).

Динамічні сили в контактї рейки і колеса з повзуном можна визначити на підставі теоретичних досліджень [33]. Отримані в [33] результати підтверджуються експериментальними роботами ВНІЖТу [34]:

$$\left. \begin{aligned} R_{y\partial 1-8} &= V_{y\partial} \sqrt{C_K \frac{m_{\text{кол}} \cdot m_p}{m_{\text{кол}} + m_p}} \quad (M) \\ \text{если } V_t &= 2\pi r_K, \\ R_{y\partial 1-8} &= 0 \quad \text{если } V_t \neq 2\pi r_K \end{aligned} \right\}, \quad (2.20)$$

де $V_{y\partial}$ – швидкість зіткнення колеса, що має повзун, і рейки (м/с); C_K – контактна жорсткість при зіткненні колеса і рейки ([33] рекомендовано

$C_k=10^8$ Н/м); m_p – маса рейкошпальної решітки, яка залучається до коливання при зіткненні колеса і рейки ($m_p = 0,4 \cdot 1,5 m_{np}$ при залізобетонних і $0,2 \cdot 2,0 \cdot m_{np}$ при дерев'яних шпалах); m_{np} – погонна маса рейки (кг).

Швидкість зіткнення колеса, що має повзун, і рейки можна визначити як (рис 2.12):

$$V_{y\partial} = 2 \cdot \frac{V}{r_k} \sqrt{h_n(2r_k - h_n)}, \quad (2.21)$$

де h_n – глибина повзуна (м).

Інші позначення у формулі (2.21) попередні. За діючими нормами зносу коліс вагонів промислового транспорту колеса, що мають повзуни глибиною більше 3 мм до експлуатації не допускаються. Таким чином:

$$h_n = 0 \div 0,003 \text{ м}.$$

З огляду на, що повзуни зустрічаються в середньому у 5% коліс, а на дисбаланс і нерівномірність прокату до 20%, наявність таких несправностей задається в блоці вихідних даних параметрами e_g і h_n .

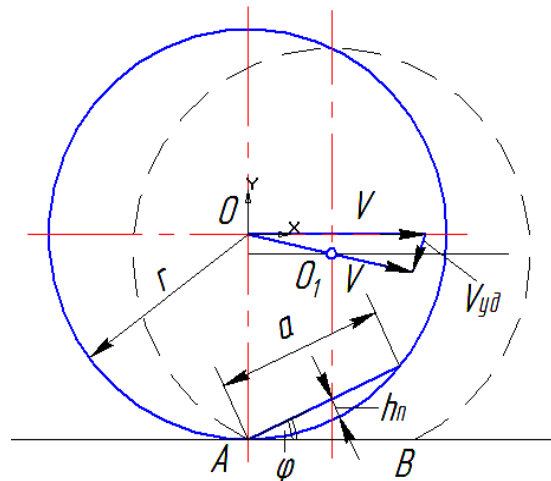


Рис. 2.12 Кінематична схема руху колеса який має повзун:

У розрахунковій схемі системи "екіпаж-колія" прийнято, що залізнична колія у вертикальній площині має пружно-дисипативних властивостями. Тоді вертикальні реакції рейки під колесами при наявності в колії

демпфіруючих сил сухого тертя і однобічного зв'язку колеса і рейки можна визначити:

$$\left. \begin{aligned} R_{1-8} &= C_6(\delta_{уст} + \delta_{y1-8}) + \beta_6(\delta_{y1-8}) \cdot \text{sign} \dot{\delta}_{y1-8} \text{ при } (\delta_{уст} + \delta_{y1-8}) \geq 0 \\ R_{1-8} &= 0 \text{ при } (\delta_{уст} + \delta_{y1-8}) < 0 \end{aligned} \right\}, \quad (2.22)$$

де C_6 – наведена вертикальна жорсткість рейкової нитки під колесом (H/M);

β_6 – коефіцієнт дисипації конструкції колії у вертикальній площині $\left(\frac{H \cdot c}{M}\right)$;

$\delta_{уст}$ – статичний прогин рейки під колесом (M);

δ_{y1-8} – динамічні деформації колії під колесами у вертикальній площині (M).

Статичний прогин рейки під колесом визначається за формулою:

$$\delta_{уст} = \frac{M + 2m_T}{8C_6}, \quad (2.23)$$

Тут всі позначення колишні. Деформації колії у вертикальній площині визначаються наступними виразами:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{y1} &= q_3 + q_4 \cdot a + q_{15}S(t) + \Delta r_1 - \eta_{неру1} \\ \delta_{y2} &= q_3 + q_4 \cdot a - q_{15}S_2(t) + \Delta r_2 - \eta_{неру1} \\ \delta_{y3} &= q_3 - q_4 \cdot a + q_{15}S_3(t) + \Delta r_3 - \eta_{неру2} \\ \delta_{y4} &= q_3 - q_4 \cdot a - q_{15}S_4(t) + \Delta r_4 - \eta_{неру2} \\ \delta_{y5} &= q_5 + q_6 \cdot a + q_{15}S_5(t) + \Delta r_5 - \eta_{неру3} \\ \delta_{y6} &= q_5 + q_6 \cdot a - q_{16}S_6(t) + \Delta r_6 - \eta_{неру3} \\ \delta_{y7} &= q_5 - q_6 \cdot a + q_{16}S_7(t) + \Delta r_7 - \eta_{неру4} \\ \delta_{y8} &= q_5 - q_6 \cdot a - q_{16}S_8(t) + \Delta r_8 - \eta_{неру4} \end{aligned} \right\}, \quad (2.24)$$

де $S_{1-8}(t)$ – відстані від середини колісних пар до точок передачі вертикальних навантажень від коліс на рейки (M); Δr_{1-8} – зміна радіуса в точці контакту

колеса з рейкою щодо радіуса середнього кола катання (M);

$\eta_{неру1-4}$ – вертикальні геометричні нерівності колії під кожною колісною парою (M).

Параметри $S_{1-8}(t)$ в момент часу t від початку руху складуть (рис 2.13):

$$\left. \begin{aligned} S_1(t) &= S_n - q_9 - q_{10} \cdot a + \eta_{\text{нерз1}} \\ S_2(t) &= S_n + q_9 + q_{10} \cdot a - \eta_{\text{нерз1}} \\ S_3(t) &= S_n - q_9 + q_{10} \cdot a + \eta_{\text{нерз2}} \\ S_4(t) &= S_n + q_9 - q_{10} \cdot a - \eta_{\text{нерз2}} \\ S_5(t) &= S_n - q_{11} - q_{12} \cdot a + \eta_{\text{нерз3}} \\ S_6(t) &= S_n + q_{11} + q_{12} \cdot a - \eta_{\text{нерз3}} \\ S_7(t) &= S_n - q_{11} + q_{12} \cdot a + \eta_{\text{нерз4}} \\ S_8(t) &= S_n + q_{11} - q_{12} \cdot a - \eta_{\text{нерз4}} \end{aligned} \right\}, \quad (2.25)$$

де S_n – відстань між середніми колами катання коліс (м); $\eta_{\text{нерз1-4}}$ – горизонтальні геометричні нерівності шляху під колісними парами (м).

При відомому положенні точки контакту щодо середини колісних пар зміни радіуса колеса (рис. 2.13) в цій точці щодо середнього кола катання можна визначити як:

$$\Delta r_{1-2} = [S_n - S_{1-8}(t)] \cdot i\delta, \quad (2.26)$$

де $i\delta$ – конусність поверхні кочення колеса.

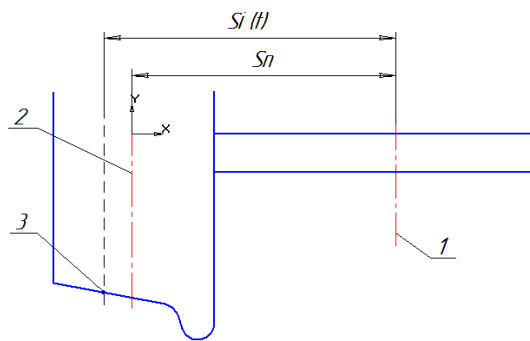


Рис. 2.13. Схема визначення відстаней від середини колісних пар до точки контакту колеса і рейки:

- 1 – середина колісної пари;
- 2 – середнє коло катання колеса;
- 3 – точка контакту колеса і рейки.

2.5 Розрахункові геометричні параметри колії

В системі рівнянь 2.1(5, 7, 9) використані в якості розрахункових складових наступні геометричні параметри колії:

- 1) S_{0n1-4} – ширина колії в точках контакту колісних пар і рейок (нумерація пар по ходу руху екіпажу);
- 2) h_{n1-4} – величина підвищення рейок в тих же точках;
- 3) $S_{x03}, S_{xT1}, S_{xT2}$ – ширина колії в точках, відповідних центрам тяжкості кузова і візків;
- 4) h_{x03}, h_{T1}, h_{T2} – підвищення зовнішньої рейки в цих точках;
- 5) $\eta_{нєрy1-4}$ – ординати вертикальних нерівностей колії в точках контакту;
- 6) $\eta_{нєрz1-4}$ – абсциси горизонтальних нерівностей колії;
- 7) ρ_{x01}, ρ_{x02} – радіуси кривизни колії, відповідні центрів першої і другої автосцепки (номера - по ходу руху екіпажу);
- 8) ρ_{x03} – радіус, відповідний центру тяжіння кузова екіпажу;
- 9) ρ_{xT1}, ρ_{xT2} – те саме, що відповідають центрам тяжкості першої і другого візка по ходу руху.

Однією з головних цілей даного дослідження є вивчення змін динамічних характеристик взаємодії підсистем "екіпаж" і "колія" при русі екіпажу як за прямими, так і по кривих ділянках колії, включаючи перехідні і кругові криві. Крім того, динаміка взаємодії істотно змінюється при проходженні екіпажем вертикальних і горизонтальних нерівностей колії. Таким чином, потрібно визначати наведені вище геометричні параметри для ділянок колії з зазначеними особливостями плану і профілю.

Розглянемо рух чотиривісного екіпажу з постійною швидкістю V по відрізьку колії, який включає пряму ділянку, перехідну і кругову криву (рис. 2.14). Вертикальні і горизонтальні нерівності можуть перебувати на будь-якому з ділянок - на прямій, на перехідній або круговій кривій.

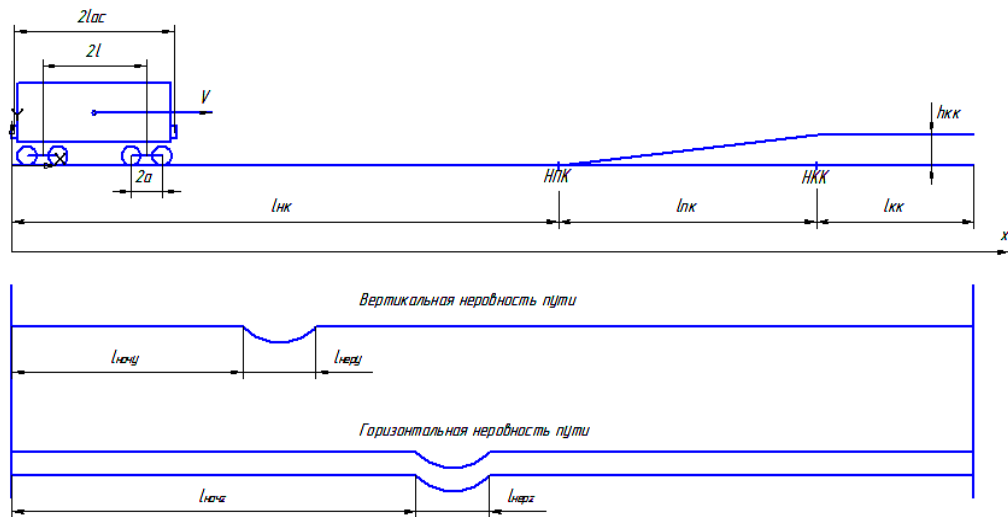


Рис. 2.14. Розрахункова схема ділянки колії

Розрахунковий відрізок колії характеризується наступними параметрами:

- ширина колії в прямій $S_{0пр}$ (м);
- ширина колії в кривій $S_{0кр}$ (м);
- радіус кругової кривої $\rho_{кк}$ (м);
- відстань до початку кривої (довжина) прямої ділянки колії $l_{нк}$ (м);
- довжина перехідної кривої $l_{пк}$ (м);
- довжина кругової кривої $l_{кк}$ (м);
- загальна довжина розрахункового відрізка колії $l_{нк} + l_{пк} + l_{кк}$ (м);
- підвищення зовнішньої рейки в круговій кривій $h_{кк}$ (м);
- позовжній ухил ділянки i_0 ;
- ухил рейки i_δ .

Вертикальна нерівність колії характеризується наступними параметрами:

- відстані до початку нерівності $l_{начу}$ (м);
- довжина нерівності $l_{неру}$ (м);
- максимальна стріла вигину η_{y0} (м);
- параметр емпіричної залежності a_y ;

Горизонтальна нерівність колії, в свою чергу має наступні параметри:

- відстані до початку нерівності $l_{начз} (м)$;
- довжина нерівності $l_z (м)$;
- максимальна стріла вигину $\eta_{z0} (м)$;
- параметр емпіричної залежності a_z .

Оскільки розміри екіпажу порівнянні з довжиною розрахункового відрізка колії і впливають на необхідну точність розрахунків, абсциси X_i характерних точок екіпажу потрібно розраховувати в будь-який момент часу t . Приймаючи, що в початковий момент $t = 0$ вісь другої по ходу руху автозчеплення перебувала в точці $x = 0$, абсциси x_i характерних точок під час руху будуть рівні:

- 1) вісь першого автозчеплення $X_{01} = Vt + 2l_{ac} (м)$;
 - 2) центр ваги першого візка $X_{Г1} = Vt + l_{ac} + l (м)$;
 - 3) центр ваги кузова екіпажу $X_{03} = Vt + 2l_{ac} (м)$;
 - 4) центр ваги другого візка $X_{Г2} = Vt + l_{ac} + a (м)$;
- вісі колісних пар:

$$\left. \begin{array}{l} \text{першої } X_{n1} = Vt + l_{ac} + l + a (м) \\ \text{другої } X_{n2} = Vt + l_{ac} + l - a (м) \\ \text{третьої } X_{n3} = Vt + l_{ac} - l + a (м) \\ \text{четвертої } X_{n4} = Vt + l_{ac} - l - a (м) \\ \text{вісь другої автозчепки } X_{02} = Vt (м) \end{array} \right\}, \quad (2.27)$$

Тоді розрахункові значення ширини колії в точках контакту колісних пар і рейок в центрах тяжкості кузова і візків, можна визначити як:

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{0i} = S_{0np} \quad \text{при } X_i \leq l_{начкр} \\ S_i = \frac{(S_{0кр} - S_{0np})X_{ni}}{l_{нк}} \quad \text{при } l_{начкр} < x_i < l_{начкр} + l_{нк} \\ S_{0i} = S_{0кр} \quad \text{при } l_{начкр} + l_{нк} \leq x_i < l_{начкр} + l_{нк} + l_{кк} \end{array} \right\}, \quad (2.28)$$

Підвищення зовнішньої рейки в цих же точках визначаються з умов:

$$\begin{cases} h_i = 0 & \text{при } X_i \leq l_{\text{начкр}} \\ h_i = \frac{h_{\text{кк}}}{l_{\text{нк}}} \cdot X_{ni} & \text{при } l_{\text{начкр}} < X_i < l_{\text{начкр}} + l_{\text{нк}} \\ h_i = h_{\text{кк}} & \text{при } l_{\text{начкр}} + l_{\text{нк}} \leq X_i < l_{\text{начкр}} + l_{\text{нк}} + l_{\text{кк}} \end{cases}, \quad (2.29)$$

Ординати вертикальних нерівностей колії для кожної колісної пари, з урахуванням виду емпіричних залежностей ординат нерівностей розраховуються за формулами:

$$\begin{cases} \eta_{\text{неруі}} = 0 & \text{при } x_{ni} < l_{\text{начу}} \\ \eta_{\text{неруі}} = \eta_{y0} e^{-a_y x_{ni}} \cdot \sin \frac{\pi x_{ni}}{2l_{\text{неуу}}} & \text{при } l_{\text{начу}} \leq x_{ni} \leq l_{\text{начу}} + l_{\text{неру}} \\ \eta_{\text{неруі}} = 0 & \text{при } x_{ni} > l_{\text{начу}} + l_{\text{неру}} \end{cases}, \quad (2.30)$$

Аплікати горизонтальних нерівностей колії для кожної пари можна визначити:

$$\begin{cases} \eta_{\text{нерзі}} = 0 & \text{при } x_{ni} < l_{\text{начз}} \\ \eta_{\text{нерзі}} = \eta_{z0} \cdot e^{-a_z x_{ni}} \cdot \sin \frac{\pi x_{ni}}{2l_{\text{нарз}}} & \text{при } l_{\text{начз}} \leq x_{ni} \leq l_{\text{начз}} + l_{\text{нерз}} \\ \eta_{\text{нерзі}} = 0 & \text{при } x_{ni} > l_{\text{начз}} + l_{\text{нерз}} \end{cases}, \quad (2.31)$$

У формулах (2.28 – 2.31) позначення колишні.

Радіуси кривизни колії, які відповідають центрам автосцепок і центрам тяжіння кузова і візків, для ділянок колії які не мають горизонтальних нерівностей дорівнюватимуть:

$$\begin{cases} \rho_{\text{хк-і}} = \rho_{\text{хкі}} \\ \rho_{\text{хк-і}} = \infty & \text{при } x_i \leq l_{\text{начкр}} \\ \rho_{\text{хк-і}} = \frac{R_{\text{кк}} \cdot l_{\text{нк}}}{x_i} & \text{при } l_{\text{начкр}} < x_i < l_{\text{начкр}} + l_{\text{нк}} \\ \rho_{\text{хкі}} = R_{\text{кк}} & \text{при } l_{\text{начкр}} + l_{\text{нк}} \leq x_i < l_{\text{начкр}} \end{cases}, \quad (2.32)$$

де $\rho_{\text{хк-і}}$ – радіус кривизни ділянок колії, які не мають горизонтальних нерівностей (м); x_i – абсциси, які визначаються по формулам (2.27), інші позначення попередні.

В межах горизонтальної нерівності колії з'являється додаткова кривизна, радіус якої можна визначити, використовуючи відому залежність між координатами $\eta_{\text{нерз}}$ і x_i її точок і радіусом $\rho_{x\text{-нері}}$:

$$\frac{1}{\rho_{x\text{-нері}}} = \frac{d^2 \cdot \eta_{\text{нерз}}}{dx_i^2}$$

Виконавши необхідні перетворення, отримаємо:

$$\rho_{x\text{-нері}} = e^{+a_z(x_i)} \left[\eta_{z0} \left(\frac{\pi}{2\ell_{\text{нер}}} \right)^2 \cdot \sin \left(\frac{\pi \cdot x_i}{2\ell_{\text{нерз}}} \right) + 2\eta_{z0} \cdot a_z \frac{\pi}{\ell_{\text{нерз}}} \right]^{-1}, \quad (2.33)$$

У тому випадку, якщо горизонтальна нерівність знаходиться на прямій ділянці колії, радіуси кривизни ρ_{x01} , ρ_{x02} , ρ_{x03} , ρ_{xT1} , ρ_{xT2} в межах нерівності будуть рівні:

$$\rho_{x_i} = \rho_{x\text{-нері}} \quad (2.34)$$

$$(x_i < \ell_{\text{нк}}),$$

При розташуванні нерівності в межах кривої, загальний радіус можна визначати як:

$$\rho_{x_i} = \frac{\rho_{x\text{-кі}} \cdot \rho_{x\text{-нері}}}{\rho_{x\text{-кі}} + \rho_{x\text{-нері}}} \text{ при } \ell_{\text{нк}} \leq x_i < \ell_{\text{нк}} + \ell_{\text{ккр}}, \quad (2.35)$$

Позначення в формулах (2.34) і (2.35) попередні.

2.6 Власні поперечні коливання балок

Балки з розподіленою масою являють собою систему з безліччю ступенів свободи. Їх положення в будь-який момент часу визначається пружною лінією, яка при динамічних навантаженнях описується функцією двох змінних: координати перетину x і часу t , тобто:

$$z = f(x, t), \quad (2.36)$$

Диференціальна залежність між кривизною пружної лінії і згинальним моментом при позитивних прогинах бруса, спрямованих вниз, як відомо, має вигляд:

$$EI(x) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = -M(x, t), \quad (2.37)$$

Диференціюючи двічі цей вираз по x :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right] = \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = -p(x, t), \quad (2.38)$$

де $p(x, t)$ – діюча на брус поперечне навантаження спрямована знизу вгору (позитивний напрямок). Під час руху бруса розподілене навантаження $p(x, t)$ в загальному випадку складається з навантажень наступних видів:

активної заданого навантаження $q(x, t)$; інерційних сил $m(x) \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$, якщо знехтувати поздовжніми зміщеннями перетинів, їх поворотами і зрушеннями сил опору руху $p(x, t)$, можна записати:

$$p(x, t) = q(x, t) + m(x) \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + p^*(x, t), \quad (2.39)$$

Підставляючи вираз (4) в формулу (2), отримаємо:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right] + m(x) \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + p^*(x, t) = -q(x, t), \quad (2.40)$$

Це і є диференціальне рівняння поперечного руху бруса змінного перерізу в загальному вигляді. Воно лінійно зі змінними коефіцієнтами, що не залежать від діючої навантаження. Тому для дослідження руху $z(x, t)$ може бути застосований принцип незалежності дії сил. Диференціальне рівняння досить точно описує поведінку балки при не дуже швидких впливах (не миттєво) і широко використовується при вирішенні багатьох динамічних задач. Будемо надалі розглядати балку з постійною жорсткістю $EI = \text{const}$ і рівномірно розподіленим масою m . Тоді диференціальне рівняння приймає наступний вигляд:

$$EI \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = -q(x, t), \quad (2.41)$$

Диференціальне рівняння вільних коливань отримаємо з цього рівняння, вважаючи в ньому $q(x, t) = 0$:

$$EI \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0, \quad (2.42)$$

Рішення диференціального рівняння будемо шукати у наступному вигляді:

$$z(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} z_k(x) \Phi_k(t), \quad (2.43)$$

де функція залежить тільки від x , $\Phi_k(t)$ – функція, що залежить від часу t .

Підставимо в вихідне рівняння:

$$EI \frac{\partial^4}{\partial x^4} \left[\sum_{k=1}^{\infty} z_k(x) \Phi_k(t) \right] + m \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[\sum_{k=1}^{\infty} z_k(x) \Phi_k(t) \right] = 0, \quad (2.44)$$

Прирівняємо нулю однойменні складові:

$$EI \frac{\partial^4 z_k}{\partial x^4} \Phi_k(t) + m \frac{\partial^2 \Phi_k}{\partial t^2} z_k(x) = 0, \quad (2.45)$$

Розділимо це рівняння почленно на добуток функцій $m \cdot z_k(x) \cdot \Phi_k(t)$:

$$\frac{EI \frac{\partial^4 z_k}{\partial x^4}}{m z_k(x)} = - \frac{\partial^2 \Phi_k}{\partial t^2} \frac{1}{\Phi_k(t)}, \quad (2.46)$$

З отриманої рівності видно, що ліва частина не залежить від t , а перша – від x . Це дозволяє кожну з них прирівняти постійної величини, яку позначимо ω_k^2 . Після цього отримаємо два незалежних один від одного рівняння. Цей процес називається процесом поділу змінних:

$$\frac{\partial^2 \Phi_k}{\partial t^2} + \omega_k^2 \Phi_k(t) = 0 \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial^4 z_k}{\partial x^4} - s_k^4 z_k = 0,$$

де ω_k – частота вільних коливань для k -й форми; s_k^4 – характеристичне число,

$$s_k^4 = \frac{m\omega_k^2}{EI}, \quad (2.48)$$

Рішення диференціального рівняння має наступний вигляд:

$$\Phi_k(t) = A_k \sin \omega_k t + B_k \cos \omega_k t$$

де A_k, B_k довільні постійні, що характеризують початкові умови руху при $t = 0$. Як видно з рівняння, вільні коливання $z(x, t)$ відбуваються по гармонійному закону з частотою ω_k . Кожній частоті вільних коливань відповідає головна форма $z_k(x)$. Знайдемо загальний розв'язок диференціального рівняння. Для цього складемо спочатку характеристичне рівняння:

$$r^4 - s_k^4 = 0, \quad (2.49)$$

Корені цього рівняння:

$$r_1 = s_k \quad r_2 = -s_k \quad r_3 = is_k \quad r_4 = -is_k$$

З вигляду коренів слід, що загальне рішення має бути представлено в такому вигляді:

$$y_k(x) = A chsx + B shsx + C \cos sx + D \sin sx, \quad (2.50)$$

де $chsx, shsx$ – гіперболічні функції.

$$chsx = \frac{e^{sx} + e^{-sx}}{2} \quad shsx = \frac{e^{sx} - e^{-sx}}{2}, \quad (2.51)$$

Довільні постійні A, B, C, D виражаються через початкові параметри (при $x = 0$). Тоді загальне рішення запишеться так:

$$z_k(x) = z_0 Asx + \frac{z'_0}{s_k} Bsx - \frac{M_0}{s_k^2 EI} Csx - \frac{Q_0}{s_k^3 EI} Dsx, \quad (2.52)$$

де z_0, z'_0, M_0, Q_0 – початкові параметри, відповідно прогин, кут повороту, згинальний момент, поперечна сила на початку координат; Asx, Bsx, Csx, Dsx – функції Кривола О.М.:

$$\begin{aligned}
 Asx &= \frac{1}{2}(chsx + \cos sx) & Bsx &= \frac{1}{2}(shsx + \sin sx) \\
 Csx &= \frac{1}{2}(chsx - \cos sx) & Dsx &= \frac{1}{2}(shsx - \sin sx).
 \end{aligned}
 \tag{2.53}$$

Тричі продиференціюємо по x , отримаємо, відповідно, рівняння для визначення кута повороту, згинального моменту і поперечної сили:

$$z'_k(x) = s_k z_0 Dsx + z'_0 Asx - \frac{M_0}{s_k EI} Bsx - \frac{Q_0}{s_k^2 EI} Csx, \tag{2.54}$$

$$M_k(x) = -s_k^2 z_0 EICsx - s_k z'_0 EIDsx + M_0 Asx + \frac{Q_0}{s_k} Bsx, \tag{2.55}$$

$$Q_k(x) = -s_k^3 z_0 EIBsx - s_k^2 z'_0 EICsx + s_k M_0 Bsx + Q_0 Asx, \tag{2.56}$$

2.7 Вимушені поперечні коливання балок

Припускаємо, що до рейкової нитки прикладено поперечне навантаження, що змінюється за гармонійним законом:

$$q(x, t) = q(x) \sin \theta t, \tag{2.57}$$

де θ – частота вимушених коливань; $q(x)$ – амплітудна функція навантаження, що залежить тільки від x .

Диференціальне рівняння приймає наступний вигляд:

$$EI \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = -q(x) \sin \theta t, \tag{2.58}$$

Тут ми знайдемо приватні рішення (з правою частиною), які і будуть давати вимушені коливання при змінному навантаженні. Рішення будемо шукати у вигляді:

$$z(x, t) = z(x) \sin \theta t, \tag{2.59}$$

де $z(x)$ – невідома амплітудна функція прогинів. Підставивши у вихідне рівняння, отримаємо для амплітудного стану ($\sin \theta t = \pm 1$)

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} - s^4 z = -\frac{q(x)}{EI}, \quad (2.60)$$

де:

$$s^4 = \frac{m\theta^2}{EI}, \quad (2.61)$$

На відміну від вільних коливань, тут s включає частоту вимушених коливань (припускаємо, що частота вимушених коливань знаходиться досить далеко від резонансної зони). Загальне рішення (повний інтеграл) рівняння при $q(x) = q_0 = q = const$ матиме такий вигляд:

$$z(x) = z_0 Asx + \frac{z_0}{s} Bsx - \frac{M_0}{s^2 EI} Csx - \frac{Q_0}{s^3 EI} Dsx - \frac{q}{s^4 EI} (A_{sx} - 1), \quad (2.62)$$

Як і раніше, продиференціював послідовно по x , знайдемо:

$$y'(x) = sz_0 Dsx + y'_0 Asx - \frac{M_0}{sEI} Bsx - \frac{Q_0}{s^2 EI} Csx - \frac{q}{s^3 EI} D_{sx}, \quad (2.63)$$

$$M(x) = -s^2 EI z_0 Csx - sz'_0 EIDsx + M_0 Asx + \frac{Q_0}{s} Bsx + \frac{q}{s^2} C_{sx}, \quad (2.64)$$

2.8 Вимушені коливання рейки, як балки на багатьох пружно-дисипативних опорах, під дією зовнішнього навантаження

$$R_{1-4} = C_\epsilon (\delta_{ycm} + \delta_{z1-8}) + \beta_\epsilon (\dot{\delta}_{z1-8}) \cdot sign \dot{\delta}_{z1-8}, \quad (2.65)$$

Перший доданок в правій частині цієї формули є пружною складовою, а другий – дисипативною складовою вертикальних сил взаємодії. Тоді цю формулу можна записати у вигляді:

$$R_i = R_{zni} + R_{ouc.i}, \quad (2.66)$$

Розглянемо роботу рейкової нитки, що має тільки пружні властивості, під дією сили R_{zni} . Як розрахункова схема рейкова нитка приймається, з

урахуванням висновків, зроблених в розділі 2.6, як балка, що спирається на багато пружних опор (рис. 2.15).

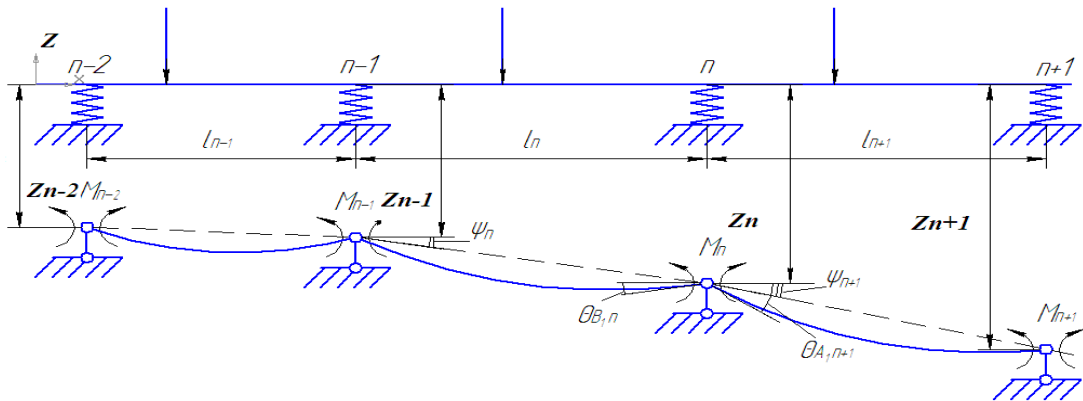


Рис. 2.15. Загальна розрахункова схема рейки, як балки на пружних опорах

Шукана змінна величина приведеної вертикальної жорсткості рейкової нитки в точці контакту колеса і рейки, з урахуванням прийнятих позначень, визначатиметься як:

$$C_{vi} = \frac{R_{znm}}{Z_{pi}}, \quad (2.67)$$

де Z_{pi} – прогинання рейки під колесом.

Розглянемо коливання колії під дією змінного і навантаження, яке рухається, від колеса. В роботах [44, 45] було отримано диференціальні рівняння поперечних коливань балки під дією зосередженої сили, яка змінюється по гармонічному закону (рис. 2.16).

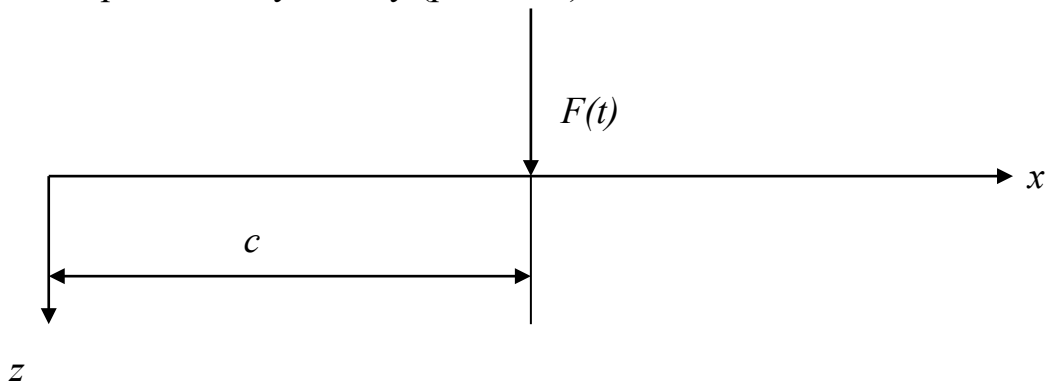


Рис. 2.16. Розрахункова схема рейкової нитки, як балки на пружних опорах під дією горизонтальної сили, що рухається

$$z(x) = z_0 A + \frac{z'_0}{S} B - \frac{M_0}{S^2 EI} C - \frac{Q_0}{S^3 EI} D + \frac{q}{S^4 EI} (1 - A), \quad (2.68)$$

де z_0, z'_0, M_0, Q_0 – відповідно величина прогину, кута повороту, згинальний момент та поперечна сила на початку координат; A, B, C, D – функції О.М.Крилова; E – модуль пружності матеріалу рейки; I – момент інерції поперечного перерізу рейки; S – характеристичне число, яке визначається співвідношенням:

$$S^4 = \frac{m \cdot \theta^2}{EI}, \quad (2.69)$$

де m – розподілена маса колії, яка приймає участь в процесі коливань; θ – частота коливань.

Функції О.М. Крилова в рівнянні (2.68) представляють собою вираз:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{1}{2} \cdot (ch(Sx) + \cos(Sx)) \\ B &= \frac{1}{2} \cdot (sh(Sx) + \sin(Sx)) \\ C &= \frac{1}{2} \cdot (ch(Sx) - \cos(Sx)) \\ D &= \frac{1}{2} \cdot (sh(Sx) - \sin(Sx)) \end{aligned} \right\}, \quad (2.70)$$

Розглянемо далі розрахункову схему колії (рис. 2.17) в вигляді балки на 10 пружних опорах, оскільки багаточисельні дослідження (наприклад [5, 14, 18]) показали, що хвиля вигину рейки не розповсюджується далі 2,5 м від точки прикладання навантаження.

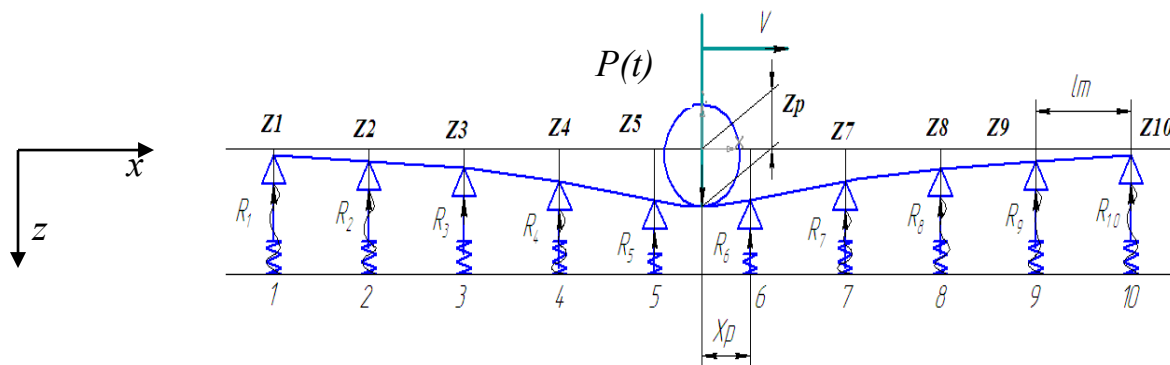


Рис. 2.17. Розрахункова схема рейкової нитки на пружних опорах під дією рухомого навантаження

Якщо прийняти початок координат за межами 10 опор, які розглядаються, в цій точці величина прогинання рейкової нитки буде рівна нулю:

$$z_0 = 0$$

Крім того, при $x=0$ $\cos x = 1$, $\sin x = 0$, $chx = 1$, $shx = 0$. Тоді рівняння (2.68) буде мати вид:

$$z(x) = \frac{F_i(t)}{S^3 EI} D_{S(x-c)}$$

Це рівняння для прогинань усіх десяти рейкових опор в будь який момент часу t можна представити у вигляді (2.71).

У цих рівняннях відстань від найближчої опори до точки прикладання навантаження визначається як:

$$x_p = 5\ell_u + \left(1 - \left\{\frac{x_{ni}}{\ell_u}\right\}\right) \cdot \ell_u, \quad (2.72)$$

де $\left\{\frac{x_{ni}}{\ell_u}\right\}$ – дрібна частина співвідношення $\frac{x_{ni}}{\ell_u}$.

Запишемо систему рівнянь (2.71) інакше, помножуючи праву і ліву частини рівнянь на величину $s^3 EI$ і замінюючи значення реакцій опор добутком прогинання рейки над опорою y_i на жорсткість опори c

$$R_i = z_i \cdot c$$

В матричній формі систему (2.73) можна записати у вигляді:

$$A \cdot Z = H, \quad (2.74)$$

де A – матриця пружних і інерційних характеристик колії; Z – матриця-стовпець невідомих деформацій опор; H – матриця-стовпець зовнішнього навантаження.

Ці матриці мають вид (2.75), (2.76), (2.77).

$$\begin{aligned}
z(1) &= \frac{1}{s^3 EI} (-R_1 D(l_{uu} - l_{uu}) - R_2 D(l_{uu} - 2l_{uu}) - R_3 D(l_{uu} - 3l_{uu}) - R_4 D(l_{uu} - 4l_{uu}) - R_5 D(l_{uu} - 5l_{uu}) - R_6 D(l_{uu} - 6l_{uu}) - \\
&- R_7 D(l_{uu} - 7l_{uu}) - R_8 D(l_{uu} - 8l_{uu}) - R_9 D(l_{uu} - 9l_{uu}) - R_{10} D(l_{uu} - 10l_{uu}) + qD(l_{uu} - x_p)) \\
z(2) &= \frac{1}{s^3 EI} (-R_1 D(2l_{uu} - l_{uu}) - R_2 D(2l_{uu} - 2l_{uu}) - R_3 D(2l_{uu} - 3l_{uu}) - R_4 D(2l_{uu} - 4l_{uu}) - R_5 D(2l_{uu} - 5l_{uu}) - \\
&- R_6 D(2l_{uu} - 6l_{uu}) - R_7 D(2l_{uu} - 7l_{uu}) - R_8 D(2l_{uu} - 8l_{uu}) - R_9 D(2l_{uu} - 9l_{uu}) - R_{10} D(2l_{uu} - 10l_{uu}) + qD(2l_{uu} - x_p)) \\
z(3) &= \frac{1}{s^3 EI} (-R_1 D(3l_{uu} - l_{uu}) - R_2 D(3l_{uu} - 2l_{uu}) - R_3 D(3l_{uu} - 3l_{uu}) - R_4 D(3l_{uu} - 4l_{uu}) - R_5 D(3l_{uu} - 5l_{uu}) - \\
&- R_6 D(3l_{uu} - 6l_{uu}) - R_7 D(3l_{uu} - 7l_{uu}) - R_8 D(3l_{uu} - 8l_{uu}) - R_9 D(3l_{uu} - 9l_{uu}) - R_{10} D(3l_{uu} - 10l_{uu}) + qD(3l_{uu} - x_p)) \\
z(4) &= \frac{1}{s^3 EI} (-R_1 D(4l_{uu} - l_{uu}) - R_2 D(4l_{uu} - 2l_{uu}) - R_3 D(4l_{uu} - 3l_{uu}) - R_4 D(4l_{uu} - 4l_{uu}) - R_5 D(4l_{uu} - 5l_{uu}) - \\
&- R_6 D(4l_{uu} - 6l_{uu}) - R_7 D(4l_{uu} - 7l_{uu}) - R_8 D(4l_{uu} - 8l_{uu}) - R_9 D(4l_{uu} - 9l_{uu}) - R_{10} D(4l_{uu} - 10l_{uu}) + qD(4l_{uu} - x_p)) \\
z(5) &= \frac{1}{s^3 EI} (-R_1 D(5l_{uu} - l_{uu}) - R_2 D(5l_{uu} - 2l_{uu}) - R_3 D(5l_{uu} - 3l_{uu}) - R_4 D(5l_{uu} - 4l_{uu}) - R_5 D(5l_{uu} - 5l_{uu}) - \\
&- R_6 D(5l_{uu} - 6l_{uu}) - R_7 D(5l_{uu} - 7l_{uu}) - R_8 D(5l_{uu} - 8l_{uu}) - R_9 D(5l_{uu} - 9l_{uu}) - R_{10} D(5l_{uu} - 10l_{uu}) + qD(5l_{uu} - x_p)) \\
z(6) &= \frac{1}{s^3 EI} (-R_1 D(6l_{uu} - l_{uu}) - R_2 D(6l_{uu} - 2l_{uu}) - R_3 D(6l_{uu} - 3l_{uu}) - R_4 D(6l_{uu} - 4l_{uu}) - R_5 D(6l_{uu} - 5l_{uu}) - \\
&- R_6 D(6l_{uu} - 6l_{uu}) - R_7 D(6l_{uu} - 7l_{uu}) - R_8 D(6l_{uu} - 8l_{uu}) - R_9 D(6l_{uu} - 9l_{uu}) - R_{10} D(6l_{uu} - 10l_{uu}) + qD(6l_{uu} - x_p)) \\
z(7) &= \frac{1}{s^3 EI} (-R_1 D(7l_{uu} - l_{uu}) - R_2 D(7l_{uu} - 2l_{uu}) - R_3 D(7l_{uu} - 3l_{uu}) - R_4 D(7l_{uu} - 4l_{uu}) - R_5 D(7l_{uu} - 5l_{uu}) - \\
&- R_6 D(7l_{uu} - 6l_{uu}) - R_7 D(7l_{uu} - 7l_{uu}) - R_8 D(7l_{uu} - 8l_{uu}) - R_9 D(7l_{uu} - 9l_{uu}) - R_{10} D(7l_{uu} - 10l_{uu}) + qD(7l_{uu} - x_p)) \\
z(8) &= \frac{1}{s^3 EI} (-R_1 D(8l_{uu} - l_{uu}) - R_2 D(8l_{uu} - 2l_{uu}) - R_3 D(8l_{uu} - 3l_{uu}) - R_4 D(8l_{uu} - 4l_{uu}) - R_5 D(8l_{uu} - 5l_{uu}) - \\
&- R_6 D(8l_{uu} - 6l_{uu}) - R_7 D(8l_{uu} - 7l_{uu}) - R_8 D(8l_{uu} - 8l_{uu}) - R_9 D(8l_{uu} - 9l_{uu}) - R_{10} D(8l_{uu} - 10l_{uu}) + qD(8l_{uu} - x_p)) \\
z(9) &= \frac{1}{s^3 EI} (-R_1 D(9l_{uu} - l_{uu}) - R_2 D(9l_{uu} - 2l_{uu}) - R_3 D(9l_{uu} - 3l_{uu}) - R_4 D(9l_{uu} - 4l_{uu}) - R_5 D(9l_{uu} - 5l_{uu}) - \\
&- R_6 D(9l_{uu} - 6l_{uu}) - R_7 D(9l_{uu} - 7l_{uu}) - R_8 D(9l_{uu} - 8l_{uu}) - R_9 D(9l_{uu} - 9l_{uu}) - R_{10} D(9l_{uu} - 10l_{uu}) + qD(9l_{uu} - x_p)) \\
z(10) &= \frac{1}{s^3 EI} (-R_1 D(10l_{uu} - l_{uu}) - R_2 D(10l_{uu} - 2l_{uu}) - R_3 D(10l_{uu} - 3l_{uu}) - R_4 D(10l_{uu} - 4l_{uu}) - R_5 D(10l_{uu} - 5l_{uu}) - \\
&- R_6 D(10l_{uu} - 6l_{uu}) - R_7 D(10l_{uu} - 7l_{uu}) - R_8 D(10l_{uu} - 8l_{uu}) - R_9 D(10l_{uu} - 9l_{uu}) - R_{10} D(10l_{uu} - 10l_{uu}) + qD(10l_{uu} - x_p))
\end{aligned} \tag{2.71}$$

$$\begin{aligned}
& z_1 s^3 EI + z_2 cDs(l_{uu} - 2l_{uu}) + z_3 cDs(l_{uu} - 3l_{uu}) + z_4 cDs(l_{uu} - 4l_{uu}) + z_5 cDs(l_{uu} - 5l_{uu}) + z_6 cDs(l_{uu} - 6l_{uu}) + \\
& + z_7 cDs(l_{uu} - 7l_{uu}) + z_8 cDs(l_{uu} - 8l_{uu}) + z_9 cDs(l_{uu} - 9l_{uu}) + z_{10} cDs(l_{uu} - 10l_{uu}) = P(t)Ds(l_{uu} - x_p) \\
& z_1 cDs(2l_{uu} - l_{uu}) + z_2 s^3 EI + z_3 cDs(2l_{uu} - 3l_{uu}) + z_4 cDs(2l_{uu} - 4l_{uu}) + z_5 cDs(2l_{uu} - 5l_{uu}) + z_6 cDs(2l_{uu} - 6l_{uu}) + \\
& + z_7 cDs(2l_{uu} - 7l_{uu}) + z_8 cDs(2l_{uu} - 8l_{uu}) + z_9 cDs(2l_{uu} - 9l_{uu}) + z_{10} cDs(2l_{uu} - 10l_{uu}) = P(t)Ds(2l_{uu} - x_p) \\
& z_1 cDs(3l_{uu} - l_{uu}) + z_2 cDs(3l_{uu} - 2l_{uu}) + z_3 s^3 EI + z_4 cDs(3l_{uu} - 4l_{uu}) + z_5 cDs(3l_{uu} - 5l_{uu}) + z_6 cDs(3l_{uu} - 6l_{uu}) + \\
& + z_7 cDs(3l_{uu} - 7l_{uu}) + z_8 cDs(3l_{uu} - 8l_{uu}) + z_9 cDs(3l_{uu} - 9l_{uu}) + z_{10} cDs(3l_{uu} - 10l_{uu}) = P(t)Ds(3l_{uu} - x_p) \\
& z_1 cDs(4l_{uu} - l_{uu}) + z_2 cDs(4l_{uu} - 2l_{uu}) + z_3 cDs(4l_{uu} - 3l_{uu}) + z_4 s^3 EI + z_5 cDs(4l_{uu} - 5l_{uu}) + z_6 cDs(4l_{uu} - 6l_{uu}) + \\
& + z_7 cDs(4l_{uu} - 7l_{uu}) + z_8 cDs(4l_{uu} - 8l_{uu}) + z_9 cDs(4l_{uu} - 9l_{uu}) + z_{10} cDs(4l_{uu} - 10l_{uu}) = P(t)Ds(4l_{uu} - x_p) \\
& z_1 cDs(5l_{uu} - l_{uu}) + z_2 cDs(5l_{uu} - 2l_{uu}) + z_3 cDs(5l_{uu} - 3l_{uu}) + z_4 cDs(5l_{uu} - 4l_{uu}) + z_5 s^3 EI + z_6 cDs(5l_{uu} - 6l_{uu}) + \\
& + z_7 cDs(5l_{uu} - 7l_{uu}) + z_8 cDs(5l_{uu} - 8l_{uu}) + z_9 cDs(5l_{uu} - 9l_{uu}) + z_{10} cDs(5l_{uu} - 10l_{uu}) = P(t)Ds(5l_{uu} - x_p) \\
& z_1 cDs(6l_{uu} - l_{uu}) + z_2 cDs(6l_{uu} - 2l_{uu}) + z_3 cDs(6l_{uu} - 3l_{uu}) + z_4 cDs(6l_{uu} - 4l_{uu}) + z_5 cDs(6l_{uu} - 5l_{uu}) + z_6 s^3 EI + \\
& + z_7 cDs(6l_{uu} - 7l_{uu}) + z_8 cDs(6l_{uu} - 8l_{uu}) + z_9 cDs(6l_{uu} - 9l_{uu}) + z_{10} cDs(6l_{uu} - 10l_{uu}) = P(t)Ds(6l_{uu} - x_p) \\
& z_1 cDs(7l_{uu} - l_{uu}) + z_2 cDs(7l_{uu} - 2l_{uu}) + z_3 cDs(7l_{uu} - 3l_{uu}) + z_4 cDs(7l_{uu} - 4l_{uu}) + z_5 cDs(7l_{uu} - 5l_{uu}) + \\
& + z_6 cDs(7l_{uu} - 6l_{uu}) + z_7 s^3 EI + z_8 cDs(7l_{uu} - 8l_{uu}) + z_9 cDs(7l_{uu} - 9l_{uu}) + z_{10} cDs(7l_{uu} - 10l_{uu}) = P(t)Ds(7l_{uu} - x_p) \\
& z_1 cDs(8l_{uu} - l_{uu}) + z_2 cDs(8l_{uu} - 2l_{uu}) + z_3 cDs(8l_{uu} - 3l_{uu}) + z_4 cDs(8l_{uu} - 4l_{uu}) + z_5 cDs(8l_{uu} - 5l_{uu}) + \\
& + z_6 cDs(8l_{uu} - 6l_{uu}) + z_7 cDs(8l_{uu} - 7l_{uu}) + z_8 s^3 EI + z_9 cDs(8l_{uu} - 9l_{uu}) + z_{10} cDs(8l_{uu} - 10l_{uu}) = P(t)Ds(8l_{uu} - x_p) \\
& z_1 cDs(9l_{uu} - l_{uu}) + z_2 cDs(9l_{uu} - 2l_{uu}) + z_3 cDs(9l_{uu} - 3l_{uu}) + z_4 cDs(9l_{uu} - 4l_{uu}) + z_5 cDs(9l_{uu} - 5l_{uu}) + \\
& + z_6 cDs(9l_{uu} - 6l_{uu}) + z_7 cDs(9l_{uu} - 7l_{uu}) + z_8 cDs(9l_{uu} - 8l_{uu}) + z_9 s^3 EI + z_{10} cDs(9l_{uu} - 10l_{uu}) = P(t)Ds(9l_{uu} - x_p) \\
& z_1 cDs(10l_{uu} - l_{uu}) + z_2 cDs(10l_{uu} - 2l_{uu}) + z_3 cDs(10l_{uu} - 3l_{uu}) + z_4 cDs(10l_{uu} - 4l_{uu}) + z_5 cDs(10l_{uu} - 5l_{uu}) + \\
& + z_6 cDs(10l_{uu} - 6l_{uu}) + z_7 cDs(10l_{uu} - 7l_{uu}) + z_8 cDs(10l_{uu} - 8l_{uu}) + z_9 cDs(10l_{uu} - 9l_{uu}) + z_{10} s^3 EI = P(t)Ds(10l_{uu} - x_p)
\end{aligned} \tag{2.73}$$

$$A = \begin{pmatrix} S^3EI & CD(l_{uu}-2l_{uu}) & CD(l_{uu}-3l_{uu}) & CD(l_{uu}-4l_{uu}) & CD(l_{uu}-5l_{uu}) & CD(l_{uu}-6l_{uu}) & CD(l_{uu}-7l_{uu}) & CD(l_{uu}-8l_{uu}) & CD(l_{uu}-9l_{uu}) & CD(l_{uu}-10l_{uu}) \\ CD(2l_{uu}-l_{uu}) & S^3EI & CD(2l_{uu}-3l_{uu}) & CD(2l_{uu}-4l_{uu}) & CD(2l_{uu}-5l_{uu}) & CD(2l_{uu}-6l_{uu}) & CD(2l_{uu}-7l_{uu}) & CD(2l_{uu}-8l_{uu}) & CD(2l_{uu}-9l_{uu}) & CD(2l_{uu}-10l_{uu}) \\ CD(3l_{uu}-l_{uu}) & CD(3l_{uu}-2l_{uu}) & S^3EI & CD(3l_{uu}-4l_{uu}) & CD(3l_{uu}-5l_{uu}) & CD(3l_{uu}-6l_{uu}) & CD(3l_{uu}-7l_{uu}) & CD(3l_{uu}-8l_{uu}) & CD(3l_{uu}-9l_{uu}) & CD(3l_{uu}-10l_{uu}) \\ CD(4l_{uu}-l_{uu}) & CD(4l_{uu}-2l_{uu}) & CD(4l_{uu}-3l_{uu}) & S^3EI & CD(4l_{uu}-5l_{uu}) & CD(4l_{uu}-6l_{uu}) & CD(4l_{uu}-7l_{uu}) & CD(4l_{uu}-8l_{uu}) & CD(4l_{uu}-9l_{uu}) & CD(4l_{uu}-10l_{uu}) \\ CD(5l_{uu}-l_{uu}) & CD(5l_{uu}-2l_{uu}) & CD(5l_{uu}-3l_{uu}) & CD(5l_{uu}-4l_{uu}) & S^3EI & CD(5l_{uu}-6l_{uu}) & CD(5l_{uu}-7l_{uu}) & CD(5l_{uu}-8l_{uu}) & CD(5l_{uu}-9l_{uu}) & CD(5l_{uu}-10l_{uu}) \\ CD(6l_{uu}-l_{uu}) & CD(6l_{uu}-2l_{uu}) & CD(6l_{uu}-3l_{uu}) & CD(6l_{uu}-4l_{uu}) & CD(6l_{uu}-5l_{uu}) & S^3EI & CD(6l_{uu}-7l_{uu}) & CD(6l_{uu}-8l_{uu}) & CD(6l_{uu}-9l_{uu}) & CD(6l_{uu}-10l_{uu}) \\ CD(7l_{uu}-l_{uu}) & CD(7l_{uu}-2l_{uu}) & CD(7l_{uu}-3l_{uu}) & CD(7l_{uu}-4l_{uu}) & CD(7l_{uu}-5l_{uu}) & CD(7l_{uu}-6l_{uu}) & S^3EI & CD(7l_{uu}-8l_{uu}) & CD(7l_{uu}-9l_{uu}) & CD(7l_{uu}-10l_{uu}) \\ CD(8l_{uu}-l_{uu}) & CD(8l_{uu}-2l_{uu}) & CD(8l_{uu}-3l_{uu}) & CD(8l_{uu}-4l_{uu}) & CD(8l_{uu}-5l_{uu}) & CD(8l_{uu}-6l_{uu}) & CD(8l_{uu}-7l_{uu}) & S^3EI & CD(8l_{uu}-9l_{uu}) & CD(8l_{uu}-10l_{uu}) \\ CD(9l_{uu}-l_{uu}) & CD(9l_{uu}-2l_{uu}) & CD(9l_{uu}-3l_{uu}) & CD(9l_{uu}-4l_{uu}) & CD(9l_{uu}-5l_{uu}) & CD(9l_{uu}-6l_{uu}) & CD(9l_{uu}-7l_{uu}) & CD(9l_{uu}-8l_{uu}) & S^3EI & CD(9l_{uu}-10l_{uu}) \\ CD(10l_{uu}-l_{uu}) & CD(10l_{uu}-2l_{uu}) & CD(10l_{uu}-3l_{uu}) & CD(10l_{uu}-4l_{uu}) & CD(10l_{uu}-5l_{uu}) & CD(10l_{uu}-6l_{uu}) & CD(10l_{uu}-7l_{uu}) & CD(10l_{uu}-8l_{uu}) & CD(10l_{uu}-9l_{uu}) & S^3EI \end{pmatrix}$$

$$Z = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \\ z_7 \\ z_8 \\ z_9 \\ z_{10} \end{pmatrix} \cdot z_i, \quad (2.76)$$

$$H = \begin{bmatrix} P(t)D_s(l_{ui} - x_p) \\ P(t)D_s(2l_{ui} - x_p) \\ P(t)D_s(3l_{ui} - x_p) \\ P(t)D_s(4l_{ui} - x_p) \\ P(t)D_s(5l_{ui} - x_p) \\ P(t)D_s(6l_{ui} - x_p) \\ P(t)D_s(7l_{ui} - x_p) \\ P(t)D_s(8l_{ui} - x_p) \\ P(t)D_s(9l_{ui} - x_p) \\ P(t)D_s(10l_{ui} - x_p) \end{bmatrix}, \quad (2.77)$$

Перепишемо матрицю (2.77) інакше, винесемо значення колісного навантаження:

$$\tilde{H} = \begin{bmatrix} D_s(l_{ui} - x_p) \\ D_s(2l_{ui} - x_p) \\ D_s(3l_{ui} - x_p) \\ D_s(4l_{ui} - x_p) \\ D_s(5l_{ui} - x_p) \\ D_s(6l_{ui} - x_p) \\ D_s(7l_{ui} - x_p) \\ D_s(8l_{ui} - x_p) \\ D_s(9l_{ui} - x_p) \\ D_s(10l_{ui} - x_p) \end{bmatrix} \cdot P(t), \quad (2.78)$$

Позначимо через Δ визначник матриці A (2.75). Через $\tilde{\Delta}_j$ позначимо визначник, одержаного з Δ викреслюванням j -го стовпця ($j=1, \dots, 10$) і вписуванням на це місце стовпця вільних членів v_i матриці (H) (2.78).

Наприклад, для розрахунку деформації першої опори визначник $\tilde{\Delta}_j$ буде мати вид:

$$\tilde{\Delta}_1 = \begin{pmatrix} D_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s \\ (l_{uu} - x_p) & (l_{uu} - 2l_{uu}) & (l_{uu} - 3l_{uu}) & (l_{uu} - 4l_{uu}) & (l_{uu} - 5l_{uu}) & (l_{uu} - 6l_{uu}) & (l_{uu} - 7l_{uu}) & (l_{uu} - 8l_{uu}) & (l_{uu} - 9l_{uu}) & (l_{uu} - 10l_{uu}) \\ D_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s \\ (2l_{uu} - x_p) & S^3EI & (2l_{uu} - 3l_{uu}) & (2l_{uu} - 4l_{uu}) & (2l_{uu} - 5l_{uu}) & (2l_{uu} - 6l_{uu}) & (2l_{uu} - 7l_{uu}) & (2l_{uu} - 8l_{uu}) & (2l_{uu} - 9l_{uu}) & (2l_{uu} - 10l_{uu}) \\ D_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s \\ (3l_{uu} - x_p) & (3l_{uu} - 2l_{uu}) & S^3EI & (3l_{uu} - 4l_{uu}) & (3l_{uu} - 5l_{uu}) & (3l_{uu} - 6l_{uu}) & (3l_{uu} - 7l_{uu}) & (3l_{uu} - 8l_{uu}) & (3l_{uu} - 9l_{uu}) & (3l_{uu} - 10l_{uu}) \\ D_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s \\ (4l_{uu} - x_p) & (4l_{uu} - 2l_{uu}) & (4l_{uu} - 3l_{uu}) & S^3EI & (4l_{uu} - 5l_{uu}) & (4l_{uu} - 6l_{uu}) & (4l_{uu} - 7l_{uu}) & (4l_{uu} - 8l_{uu}) & (4l_{uu} - 9l_{uu}) & (4l_{uu} - 10l_{uu}) \\ D_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s \\ (5l_{uu} - x_p) & (5l_{uu} - 2l_{uu}) & (5l_{uu} - 3l_{uu}) & (5l_{uu} - 4l_{uu}) & S^3EI & (5l_{uu} - 6l_{uu}) & (5l_{uu} - 7l_{uu}) & (5l_{uu} - 8l_{uu}) & (5l_{uu} - 9l_{uu}) & (5l_{uu} - 10l_{uu}) \\ D_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s \\ (6l_{uu} - x_p) & (6l_{uu} - 2l_{uu}) & (6l_{uu} - 3l_{uu}) & (6l_{uu} - 4l_{uu}) & (6l_{uu} - 5l_{uu}) & S^3EI & (6l_{uu} - 7l_{uu}) & (6l_{uu} - 8l_{uu}) & (6l_{uu} - 9l_{uu}) & (6l_{uu} - 10l_{uu}) \\ D_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s \\ (7l_{uu} - x_p) & (7l_{uu} - 2l_{uu}) & (7l_{uu} - 3l_{uu}) & (7l_{uu} - 4l_{uu}) & (7l_{uu} - 5l_{uu}) & (7l_{uu} - 6l_{uu}) & S^3EI & (7l_{uu} - 8l_{uu}) & (7l_{uu} - 9l_{uu}) & (7l_{uu} - 10l_{uu}) \\ D_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s \\ (8l_{uu} - x_p) & (8l_{uu} - 2l_{uu}) & (8l_{uu} - 3l_{uu}) & (8l_{uu} - 4l_{uu}) & (8l_{uu} - 5l_{uu}) & (8l_{uu} - 6l_{uu}) & (8l_{uu} - 7l_{uu}) & S^3EI & (8l_{uu} - 9l_{uu}) & (8l_{uu} - 10l_{uu}) \\ D_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s \\ (9l_{uu} - x_p) & (9l_{uu} - 2l_{uu}) & (9l_{uu} - 3l_{uu}) & (9l_{uu} - 4l_{uu}) & (9l_{uu} - 5l_{uu}) & (9l_{uu} - 6l_{uu}) & (9l_{uu} - 7l_{uu}) & (9l_{uu} - 8l_{uu}) & S^3EI & (9l_{uu} - 10l_{uu}) \\ D_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s \\ (10l_{uu} - x_p) & (10l_{uu} - 2l_{uu}) & (10l_{uu} - 3l_{uu}) & (10l_{uu} - 4l_{uu}) & (10l_{uu} - 5l_{uu}) & (10l_{uu} - 6l_{uu}) & (10l_{uu} - 7l_{uu}) & (10l_{uu} - 8l_{uu}) & (10l_{uu} - 9l_{uu}) & S^3EI \end{pmatrix}$$

Для другої опори:

$$\tilde{\Delta}_2 = \begin{pmatrix} S^3EI & D_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s \\ & (l_{uu} - x_p) & (l_{uu} - 3l_{uu}) & (l_{uu} - 4l_{uu}) & (l_{uu} - 5l_{uu}) & (l_{uu} - 6l_{uu}) & (l_{uu} - 7l_{uu}) & (l_{uu} - 8l_{uu}) & (l_{uu} - 9l_{uu}) & (l_{uu} - 10l_{uu}) \\ CD_s & D_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s \\ (2l_{uu} - l_{uu}) & (2l_{uu} - x_p) & (2l_{uu} - 3l_{uu}) & (2l_{uu} - 4l_{uu}) & (2l_{uu} - 5l_{uu}) & (2l_{uu} - 6l_{uu}) & (2l_{uu} - 7l_{uu}) & (2l_{uu} - 8l_{uu}) & (2l_{uu} - 9l_{uu}) & (2l_{uu} - 10l_{uu}) \\ CD_s & D_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s \\ (3l_{uu} - l_{uu}) & (3l_{uu} - x_p) & S^3EI & (3l_{uu} - 4l_{uu}) & (3l_{uu} - 5l_{uu}) & (3l_{uu} - 6l_{uu}) & (3l_{uu} - 7l_{uu}) & (3l_{uu} - 8l_{uu}) & (3l_{uu} - 9l_{uu}) & (3l_{uu} - 10l_{uu}) \\ CD_s & D_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s \\ (4l_{uu} - l_{uu}) & (4l_{uu} - x_p) & (4l_{uu} - 3l_{uu}) & S^3EI & (4l_{uu} - 5l_{uu}) & (4l_{uu} - 6l_{uu}) & (4l_{uu} - 7l_{uu}) & (4l_{uu} - 8l_{uu}) & (4l_{uu} - 9l_{uu}) & (4l_{uu} - 10l_{uu}) \\ D_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s \\ (5l_{uu} - l_{uu}) & (5l_{uu} - x_p) & (5l_{uu} - 3l_{uu}) & (5l_{uu} - 4l_{uu}) & S^3EI & (5l_{uu} - 6l_{uu}) & (5l_{uu} - 7l_{uu}) & (5l_{uu} - 8l_{uu}) & (5l_{uu} - 9l_{uu}) & (5l_{uu} - 10l_{uu}) \\ CD_s & D_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s \\ (6l_{uu} - l_{uu}) & (6l_{uu} - x_p) & (6l_{uu} - 3l_{uu}) & (6l_{uu} - 4l_{uu}) & (6l_{uu} - 5l_{uu}) & S^3EI & (6l_{uu} - 7l_{uu}) & (6l_{uu} - 8l_{uu}) & (6l_{uu} - 9l_{uu}) & (6l_{uu} - 10l_{uu}) \\ CD_s & D_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s \\ (7l_{uu} - l_{uu}) & (7l_{uu} - x_p) & (7l_{uu} - 3l_{uu}) & (7l_{uu} - 4l_{uu}) & (7l_{uu} - 5l_{uu}) & (7l_{uu} - 6l_{uu}) & S^3EI & (7l_{uu} - 8l_{uu}) & (7l_{uu} - 9l_{uu}) & (7l_{uu} - 10l_{uu}) \\ CD_s & D_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s \\ (8l_{uu} - l_{uu}) & (8l_{uu} - x_p) & (8l_{uu} - 3l_{uu}) & (8l_{uu} - 4l_{uu}) & (8l_{uu} - 5l_{uu}) & (8l_{uu} - 6l_{uu}) & (8l_{uu} - 7l_{uu}) & S^3EI & (8l_{uu} - 9l_{uu}) & (8l_{uu} - 10l_{uu}) \\ CD_s & D_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s \\ (9l_{uu} - l_{uu}) & (9l_{uu} - x_p) & (9l_{uu} - 3l_{uu}) & (9l_{uu} - 4l_{uu}) & (9l_{uu} - 5l_{uu}) & (9l_{uu} - 6l_{uu}) & (9l_{uu} - 7l_{uu}) & (9l_{uu} - 8l_{uu}) & S^3EI & (9l_{uu} - 10l_{uu}) \\ CD_s & D_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s & CD_s \\ (10l_{uu} - l_{uu}) & (10l_{uu} - 2l_{uu}) & (10l_{uu} - 3l_{uu}) & (10l_{uu} - 4l_{uu}) & (10l_{uu} - 5l_{uu}) & (10l_{uu} - 6l_{uu}) & (10l_{uu} - 7l_{uu}) & (10l_{uu} - 8l_{uu}) & (10l_{uu} - 9l_{uu}) & S^3EI \end{pmatrix}$$

І так далі.

По формулі Крамера елементи матриці Z можна визначити як:

$$Z = \frac{\tilde{\Delta}_j}{\Delta} \cdot P(t). \quad (2.79)$$

Це рівняння, а також вирази (2.76; 2.77; 2.78) дозволяють розраховувати значення пружних осідань опор z_{1-10} і реакції опор:

$$R_i = z_i \cdot c_y.$$

Величину, зворотну жорсткості прийнято називати пружністю або податливістю. Пружністю D називається просідання балки або опори під дією одиничної сили. Тоді формулу можна записати у вигляді:

$$D_\epsilon = \frac{1}{c_\epsilon} = \frac{z_p}{R_{yn}}.$$

Далі, приведену вертикальну жорсткість рейкової нитки визначатимемо з наступних міркувань.

Приймаючи $R_{yn} = I$ цей вираз матиме вигляд:

$$D_\epsilon = \frac{1}{c_\epsilon} = z_{e\partial}, \quad (2.80)$$

де $z_{e\partial}$ – прогинання рейкової нитки під дією одиничної сили $R_{e\partial yn} = I$.

Шукану величину прогинання рейкової нитки в точці контакту колеса і рейки під дією одиничної сили, визначивши пружні осідання опор по приведеній методиці визначимо як [40]:

$$z_{e\partial pi} = z_5 \frac{x_p}{l_u} + z_6 \frac{(\ell_u - x_p)}{l_u} + \frac{(\ell_u - x_p)^2 x_p^2}{3EI l_u}, \quad (2.81)$$

Шукана приведена вертикальна жорсткість колії в точці контакту колеса і рейки дорівнює:

$$c_{ei} = \frac{1}{z_{e\partial p}}, \quad (2.82)$$

Запропонована методика визначення приведеної вертикальної жорсткості рейкової нитки C_e в точці контакту колеса і рейки дозволяє враховувати не тільки пружні і геометричні характеристики рейок, але і жорсткості опор C_z , а також і відстані між ними ℓ_u . Величина C_{vi} змінна в часі для кожного колеса і у будь-який момент часу t різна для різних коліс екіпажа.

Ці формули були одержані з використанням допущень $c_z = const$ і $\ell_u = const$. Проте в реальних умовах, ці величини мають випадкові властивості. Крім того, між рейкою і опорами (шпалами) можуть існувати люфти λ , що також мають статистичні властивості.

Випадкові характеристики приведеної вертикальної жорсткості C_{vi} впливають на роботу системи “екіпаж-колія” в двох напрямках:

- будучи обурюючими чинниками для цієї системи вони приводять до безперервної зміни сил взаємодії підсистем “екіпаж” і “колія”;
- флуктації цих параметрів викликають зміну роботи підсистеми “колія” під дією постійної сили.

Задача про деформації балки, що лежить на стохастичній пружній підставі вінклеровського типу, була вперше поставлена і вирішена із залученням теорії випадкових функцій в роботі В.В. Болотина [41].

Метод розрахунку багатопролітних балок на пружних опорах з випадковими характеристиками, запропонований в роботі [42]. Тут задачі розв'язувалися стосовно конструкцій підземних трубопроводів, що знаходяться під дією розподіленого навантаження, в припущенні статистично малих неоднорідностей. Дослідження [41, 42] показали практичну цінність статистичного аналізу роботи балочних конструкцій на підставах з випадковими характеристиками.

Для обліку випадкових властивостей параметрів c , ℓ_u , і λ використовуємо метод Монте-Карло – метод статистичних випробувань.

Суть методу полягає у використуванні зв'язку між характеристиками вірогідності і аналітичним рішенням задачі [43]. Під “статичним випробуванням” в даному випадку розумітимемо одержані рішення для окремого випадку випадкового поєднання характеристик опор. Сукупність одержаних рішень при достатньо великому числі таких випробувань дає можливість статистично оцінити вплив флуктації характеристик опор не тільки на прогинання рейки, але і на інші показники роботи колії.

Оскільки між податливістю опори $\frac{1}{c}$ відстанню між осями шпал $\ell_{ш}$ і люфтами λ з одного боку і пружними прогинаннями опор y_i з іншою існує пряма залежність, перехід до статистичної оцінки можна здійснити припускаючи нормальний закон розподілу пружних одиничних прогинань $z_{ед4}, z_{ед5}$ і $z_{ед6}$ в рівнянні (2.81).

Формула, яка забезпечує вірогідність неперевищення максимальних значень $z_{едi}$ має вигляд:

$$z_{едi}^{\max} = z_{едi}^{cp} + 2,5\sqrt{D_y}, \quad (2.83)$$

де D_y – дисперсія розрахункових величин $z_{едi}$;

Для реалізації запропонованої методики необхідно знати сукупності значень параметрів y_i , що мають випадкові властивості, і межі їх змін.

При проведенні експериментальних робіт встановлено, що просадки залізобетонних шпал, мають відхилення від середніх значень в межах $\pm 27\%$, межі змін просадок дерев'яних шпал можуть досягати $\pm 39\%$

Таким чином, запропонована методика визначення приведеної вертикальної жорсткості рейкової нитки (підсистеми “колія”) дозволяє, на відміну від раніше проведених досліджень, додатково враховувати при визначенні сил взаємодії екіпажу і колії ряд важливих, в умовах промислового транспорту, характеристик верхньої будови колії.

Диференціюючи в числовому вигляді результати визначення значень y_i за допомогою вбудованої функції програмної системи *Mathcad* в кожній розрахунковій точці колії при русі j -го колеса екіпажа, можна легко визначити швидкості вертикальних деформацій i -х рейкових опор, які в даний момент часу беруть участь у взаємодії екіпажу і колії:

$$\dot{\delta}_{\text{дин}z i j} = \frac{dz i j}{dt}$$

Тоді приведений до точки контакту j -го колеса і рейки коефіцієнт дисипації колії у вертикальній площині можна одержати:

$$\beta_{z j} = \sum_1^{n_{ii}} \beta_{\text{екв}i} \cdot \text{sign} \dot{\delta}_{\text{дин}z i j},$$

де n_{ii} – кількість рейкових опор в момент часу t , у яких при русі j -го колеса екіпажу швидкість вертикальних деформацій відмінна від нуля; $\beta_{\text{екв}i}$ – еквівалентний коефіцієнт дисипації рейкових опор в вертикальній площині для заданих умов експлуатації колії; $\text{sign} \dot{\delta}_{\text{дин}z i j}$ – знак швидкості деформації i -ї опори при вертикальному впливі j -го колеса екіпажа.

Таким чином, в даній математичній моделі підсистеми “колія” приведені до точки контакту коліс і рейок вертикальна жорсткість колії і вертикальний коефіцієнт дисипації є величинами змінними в часі, різними для кожного колеса екіпажу, залежними не тільки від технічних характеристик колії і рухомого складу, термінів експлуатації колії, але і від положення кожного колеса щодо рейкових опор в кожний момент часу. Величини вертикальних сил взаємодії коліс екіпажу і колії залежать (крім всіх інших чинників, про що йшла мова вище) не тільки від величини деформації колії в точці контакту, але і від величини і швидкості деформації кожної опори, що бере участь у взаємодії екіпажу і колії.

2.9 Висновки за розділом 2

1. В переважній більшості попередніх досліджень, де було використано математичну модель проф. О.М. Даренського, в якості розрахункових екіпажей приймалися рухомі одиниці з одним ступенем ресорного підвішування. Наприклад, в роботах кандидатів технічних наук В.Г. Вітольберга, Н.В. Бугаєць, А.В. Клименка, Е.А. Белікова розрахунки проводились для спеціальних та спеціалізованих рухомих одиниць залізниць незагального користування, в роботі кандидата технічних наук Ю.Л. Тулея – для вантажних вагонів. Тому перше суттєве корегування обраної математичної моделі полягало у врахуванні наявності саме двохступеневого ресорного підвішування в конструкції електропоїздів EJ675, HRCS2 та ЕКр-1.

2. Як базову в роботі було прийнято схему чотиривісного екіпажу з урахуванням кінетичних та силових зв'язків між його елементами, зокрема реакцій комплектів першого та другого ступенів ресорного підвішування. Кузов і частини візка вважаються твердими тілами. Вертикальні силові й кінематичні зв'язки підсистем «екіпаж» і «колія» подані з урахуванням одностороннього зв'язку колеса і рейки, пружної й дисипативних реакцій колії. Кількість можливих переміщень елементів екіпажу за умови руху з постійної швидкістю дорівнює сімнадцяти.

3. При визначенні вертикальних сил взаємодії в моделі враховано можливість руху по колії коліс, що мають дисбаланс, нерівномірність прокату та повзуни і створюють ударні сили у стиках.

4. Друге принципове положення, яке було враховано при адаптації обраної математичної моделі, це необхідність врахування величини маси залізничної колії, яка бере участь у процесі вимушених коливань в точці контакту з колесом.

Вирішення диференційного рівняння вертикальних переміщень рейки, під дією зовнішнього навантаження, яке змінюється по гармонійному закону, по методу Крамера дало змогу визначати значення пружних осідань всіх опор (значення опорних реакцій) враховуючи не тільки пружні (геометричні) характеристики рейок, підрейкових опор, а також і масу залізничної колії, яка бере участь у процесі вимушених коливань під дією зовнішнього навантаження.

Матеріали, викладені в розділі, опубліковані в роботах [130, 132, 135, 136, 138].

РОЗДІЛ 3

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ВИЗНАЧЕННЯ ПРИВЕДЕНОЇ МАСИ КОЛІЇ

3.1 Сучасні уявлення про визначення приведеної маси колії

В загальному представлені екіпаж описується як система тіл, пов'язаних між собою пружними і дисипативними зв'язками. Тіла мають масу, зосередженою в точці, переміщення якої і описує їх рух. Певні труднощі виникають при введенні в такі моделі залізничної колії. Колія при взаємодії з рухомим складом працює як пружне тіло і її маса задається як приведена до точки взаємодії.

При приведенні маси колії до точки контакту рухомого колеса [58] зазвичай використовують розрахункову схему з розподіленими параметрами або лінійну схему взаємодії колії та рухомого складу [74]. При використанні такого роду розрахункових схем виникають питання. А саме, як правильно визначити приведену масу колії та до якого колеса екіпажу приєднувати однакові приведені маси колії, таким чином чи можна вважати, що величина приведеної маси колії не залежить від силових процесів на сусідніх з ним колесах. Але це визначення приведеної маси колії не відповідає еквівалентній дії на колесо розподілених мас колії при відповідно встановленому прискоренню для m_{II}^0 . Тому для визначення m_{II}^0 найбільш зручно прийняти дію на неї вертикального прискорення в точці контакту колеса з рейкою x_0 в рухомій системі координат:

$$m_{II}^0 = \frac{d^2 z_{II}^0(x_0, t)}{dt^2}, \quad (3.1)$$

де $z_{II}^0(x_0, t)$ – пружний вигин рейки.

Деякі дослідники [75] намагались визначити значення маси, приведеної до точки контакту колеса та рейки, зі значень розподіленої маси колії. Ці спроби були засновані на використанні методу Релея. Так К. М. Шмідт [75] визначив приведену до контакту з колесом масу колії як суму приведених до

цього контакту мас рейко-шпальної решітки $m_{пу}^0$, баластного шару m_{σ}^0 та ґрунту земляного полотна m_p^0 .

К. М. Шмідт виходив з того, що кінетична енергія зосередженої в точці контакту рейки з колесом приведеної маси колії на довжині деформованої рейки. Виходячи з цього, він визначив:

$$m_{пу}^0 = \frac{2p_{пу}^0}{g} \int_0^{\infty} \left(\frac{dz_x^0}{dt} / \frac{dz_0^0}{dt} \right)^2 dx$$

де $p_{пу}^0$ – приведена вага 1 м рейко-шпальної решітки; g – прискорення вільного падіння; $\frac{dz_x^0}{dt}$ та $\frac{dz_0^0}{dt}$ – вертикальні швидкості точок нейтральної вісі рейки на відстані x від місця прикладення вертикального рухомого навантаження і безпосередньо в точці прикладення вертикального рухомого навантаження відповідно.

Враховуючи, що $\frac{dz_x^0}{dt} / \frac{dz_0^0}{dt} = \frac{z_x^0}{z_0^0}$ маємо:

$$m_{пу}^0 = \frac{2p_{пу}^0}{g} \int_0^{\infty} \left(\frac{z_x^0}{z_0^0} \right)^2 dx, \quad (3.2)$$

Пружні вертикальні прогини рейки можуть бути визначені як $z_x^0 = \frac{Qk_z^0}{2U_z^0} \exp\{-k_z^0 x\} \{\cos k_z^0 x + \sin k_z^0 x\}$ та $z_0^0 = \frac{Qk_z^0}{2U_z^0}$ [ЦП-0117]. Підставивши ці

вирази до формули (3.2) отримаємо:

$$m_{пу}^0 = \frac{2p_{пу}^0}{g} \int_0^{\infty} \{\cos k_z^0 x + \sin k_z^0 x\}^2 \exp\{-2k_z^0 x\} dx$$

І в остаточному виді:

$$m_{пу}^0 = \frac{3p_{пу}^0}{2gk_z^0}, \quad (3.3)$$

Таким же чином виконуються розрахунки для баластного шару:

$$m_{\sigma}^0 = \frac{3p_{\sigma}^0}{2gk_z^0} \left(\frac{z_{\sigma}^0}{z_0^0} \right), \quad (3.4)$$

де z_{σ}^0 – пружне вертикальне переміщення приведеної маси баластного шару, прийнято рівним середньому значенню пружних переміщень точки контакту колеса та рейки z_0^0 та ґрунту z_{zp}^0 ;

$$z_{\sigma}^0 = 0,5(z_0^0 + z_{zp}^0), \quad (3.5)$$

Приведена вага 1 м баластної призми p_{σ}^0 знаходиться:

$$p_{\sigma}^0 = al_{ш}^0 h_{\sigma}^0 \gamma_{np}$$

де a – одинична протяжність баластної призми; $l_{ш}^0$ – половина довжини шпали; h_{σ}^0 – товщина баластного шару під шпалою; γ_{np} – приведена об'ємна вага баласту.

$$\gamma_{np} = \frac{h_{щ} \gamma_{щ} + h_n \gamma_n}{h_{щ} + h_n}, \quad (3.6)$$

де $h_{щ}$ та h_n – товщина шару відповідно щебеню та піску; $\gamma_{щ}$ та γ_n – об'ємна вага щебеню та піску;

При визначенні приведеної маси ґрунту можна скористатися приближеною оцінкою обсягу, який бере участь в коливаннях маси ґрунту по замірам динамічних напружень в земляному полотні. Г. Г. Коншин [76] запропонував апроксимувати розподілення напружень в земляному полотні на відстані h від підшви рейки залежністю виду:

$$\delta_h(h) = \delta_{h_0} \exp\{-\lambda(h - h_0)\}, \quad (3.7)$$

де δ_{h_0} – напруження в довільній точці основної площадки земляного полотна; h_0 – товщина баластного шару;

А. І. Гасанов [77] для спрощення розрахунків запропонував прийняти, що напруження δ_{h_0} на ділянці від перерізу по торцю шпали до підрейкового перерізу шпали зростає за законом:

$$\delta_{h_0}^I = a + k_1 y, \quad (3.8)$$

де y – відстань, яка вимірюється від торця шпали в напрямку вісі колії.

А на ділянці від підрейкового перерізу до вісі колії за законом:

$$\delta_{h_0}^{II} = b - k_2 (y - y_1), \quad (3.9)$$

В такому випадку кінетична енергія вирізаної маси ґрунту площинами, перпендикулярними вісі колії:

$$T = \frac{\gamma_{zp}}{2g} dz \cdot dh[z(h)]^2, \quad (3.10)$$

Застосовуючи закон прямої пропорційності між напруженнями ґрунту δ_h та деформаціями $z(h)$, таким чином $\delta_{h_0} = E_1 \frac{dz}{dh}$ та використовуючи наведені вище залежності (3.7), (3.8) та (3.9), можна так записати вираз для кінетичної енергії ґрунту:

$$T = \frac{\gamma_{zp}}{2g} z_{zp}^2 \int_0^\infty \exp\{-2\lambda(h-h_0)\} dh \left\{ \int_0^{y_1} (a+k_1y)^2 dy + \int_{y_1}^{y_2} [b-k_2(y-y_1)]^2 dy \right\}, \quad (3.11)$$

Очевидно, що принципи, прийняті при отриманні формули (3.11), вірні і в цьому випадку:

$$m_{zp}^0 = \frac{3B}{2k_z^0} \left(\frac{z_{zp}^0}{z_0^0} \right)^2, \quad (3.12)$$

$$B = \frac{\gamma_{zp}}{g} \int_0^\infty \exp\{-2\lambda(h-h_0)\} dh \left\{ \int_0^{y_1} (a+k_1y)^2 dy + \int_{y_1}^{y_2} [b-k_2(y-y_1)]^2 dy \right\}$$

Після інтегрування отримаємо:

$$B = \frac{\gamma_{zp} \exp(2\lambda h_0)}{2\lambda g} \left\{ \frac{(a+k_1y_1)^3 - a^3}{3k_1} + \frac{b^3 - [b-k_2(y_2-y_1)]^3}{3k_2} \right\}, \quad (3.13)$$

де $k_1 = \frac{b-a}{y_1}$; $k_2 = \frac{b-c}{y_2-y_1}$.

Використовуючи цей розрахунковий апарат та експериментальні дані Г. Г. Кошина [76] та А. І. Гасанова [77], вираховано для $V=100$ км/год значення приведеної маси для колії з рейками типу Р50 на дерев'яних шпалах (1840 шт/км) та щебеневому баласті ($h=45$ см) та для такої ж колії, але з залізобетонними шпалами при товщині баластного шару 50 см. Розраховане значення виявилось в першому випадку 1271 кг, а в другому 1438 кг.

Таким чином маса колії можна визначити аналітично, як суму маси рейко-шпальної решітки (формула (3.3)), баластного шару (формула (3.4)), земляного полотна (формула (3.12)).

Якщо врахування прогину і довжини рейки, що бере участь у взаємодії, для рейко-шпальної решітки відповідає сучасним уявленням щодо взаємодії колії і рухомого складу, в тому числі діючим Правилам розрахунків залізничної колії на міцність, то відповідні формули для баластного шару і земляного полотна містять низку спрощень і припущень. Основні з них:

– деформація баласту приймається для всього шару в цілому і розраховується приблизно виходячи з співвідношення прогину рейку та деформації земляного полотна (формула (3.5));

– розрахункова протяжність баластного шару приймається рівною довжини рейки, що бере участь у її пружному вигині, без врахування дійсних обсягів баласту, що деформується під даною опорою, які залежать від багатьох факторів, відсутніх у формулах (3.4) – (3.6);

– обсяг земляного полотна, що бере участь у взаємодії, корегується тільки врахуванням розрахункової глибини, яка, в свою чергу, визначається приблизно через експоненціальну залежність, отриману апроксимацією узагальнених даних (формула (3.7));

– напруження в земляному полотні (для подальшого розрахунку деформацій цього шару) визначаються приблизно за лінійною апроксимацією (формули (3.8) – (3.9)).

Тоді для отримання інструменту аналітичного розрахунку приведеної маси колії перш за все потрібно переглянути визначення приведеної маси підшпальної основи.

Очевидно, що найбільш практичне визначення приведеної маси колії можливе експериментальними методами. Але експериментальне безперервне вимірювання вертикальних прискорень рухомої точки контакту колеса та рейки через нерівності та особливо мікронерівності на їх контакті практично неможливо. Тому в більшості відомих на теперішній час дослідженнях [58-60] використовується експериментальний метод, в якому приведена маса m_{II}^{0*} визначається за вимірами вертикальних прискорень w_{II}^{0*} в деяких

фіксованих поперечних перерізах рейки при переході через ці перерізи коліс рухомого складу, а саме в нерухомій системі координат.

$$w_{II}^{0*} = \left[\frac{d^2 z^0(x, t)}{dt^2} \right]_{x=x_0}, \quad (3.14)$$

Можемо побачити, що w_{II}^{0*} та w_{II}^0 (формула 3.1) відрізняються. Якщо прийняти, що ідеально кругле колесо котиться по ідеально прямолінійній горизонтальній рейці з постійної по довжині колії та в часі і на рівній безкінечності жорсткості колії, то точка контакту колеса та рейки буде рухатись по горизонтальній прямій та w_{II}^0 буде дорівнювати нулю. В тих же умовах прискорення w_{II}^{0*} , виміряні в деякому фіксованому перерізі колії, при проході по ньому того ж колеса, будуть суттєво відрізнятись від нуля. w_{II}^{0*} та w_{II}^0 будуть співпадати лише в тому випадку, коли v – швидкість поступового руху перемінного навантаження $Q(t)$ буде дорівнювати нулю, так як в цьому випадку в виразі (3.14) $x = x_0$.

Для випадку, коли змінне в часі навантаження просувається зі швидкістю $v \neq 0$, приведена маса колії може бути визначена з умови рівності інерційних сил, які передаються рейкою колесу, з рівняння:

$$m_{II}^0 = m_{II}^{0*} \frac{\left[\frac{d^2 z^0(x, t)}{dt^2} \right]_{x=x_0}}{\frac{d^2 z^0(x_0, t)}{dt^2}}, \quad (3.15)$$

де m_{II}^{0*} – маса, яка визначається в нерухомій системі координат.

Оскільки $z^0(x, t)$ та $z^0(x_0, t)$ це функції часу, що залежать від динамічної сили $Q(t)$, яку сприймає рейка, то очевидно, що без знання цих функцій неможливо визначити співвідношення m_{II}^{0*} та m_{II}^0 . З цього маємо важливий висновок, що при експериментальному визначенні m_{II}^{0*} за прискореннями в фіксованій точці колії m_{II}^{0*} неможна вважати величиною, постійною в часі.

Оскільки, частоти збурювальних сил під кожним колесом екіпажа різні, а колювання елементів верхньої будови колії залежать від збурювальних сил, викликаних не одним колесом, а сукупністю розташованих коліс, то

прийняття в лінійних розрахункових схемах припущення о наявності під кожним колесом своїх «незалежних» та рівних за значеннями приведених мас прийнятно, лише для отримання приблизних результатів розрахунків.

Наступним був запропонований метод [78] визначення приведеної маси з вимірюванням прискорень елементів колії в деякій фіксованій на ній точці (в нерухомій системі координат). Для отримання приведеної маси колії використовували рівняння Д'Аламбера:

$$R + \sum I + \sum T = Q , \quad (3.16)$$

де R – динамічна реакція рейки в точці прикладення сили; $\sum I$ – сума сил інерції елементів колії; $\sum T$ – сума сил супротиву коливанням системи через внутрішнє тертя в ній; Q – вертикальна сила, яка діє на рейку.

Отримане таким чином значення m_{II}^{0*} не відповідає масі m_{II}^0 , яку слід використовувати для вирішення задач взаємодії колії та рухомого складу з використанням розрахункової лінійної схеми (методу скінчених елементів). Слід признати, що кількість експериментально отриманих значень m_{II}^0 для різних розрахункових випадків, поки ще дуже мало.

Величина m_{II}^0 залежить від багатьох факторів: від типу верхньої будови колії, швидкості руху екіпажів та особливо сильно від геологічної будови земляного полотна. Оскільки в практичних розрахунках по взаємодії колії та рухомого складу ці ґрунтові та геологічні фактори залишаються невідомими, як це і вказувалось, необхідно для прогнозування тих або інших явищ приймати в розрахунки ряд величин m_{II}^0 , які включають $(m_{II}^0)_{\min}$ та $(m_{II}^0)_{\max}$. Слід додати в розрахунки та $(m_{II}^0)_{\min} < (m_{II}^0) < (m_{II}^0)_{\max}$, оскільки екстремальні результати розрахунків можуть бути інколи досягнуті саме в цих випадках.

Для безударних процесів, в яких можна припускати монотонне змінення сил в контактї колеса та рейки, в роботі [79] були використані результати дослідів, в них m_{II}^{0*} отримані для найпростішого гармонічного динамічного навантаження, яке стоїть на місці, в межах частот 39,3–61,5 с⁻¹.

Залежність m_{II}^{0*} від кругової частоти ω (при нерухомому навантаженні), може бути апроксимована емпіричним рівнянням.

$$m_{II}^{0*} = \frac{43,2}{\omega} - 0,06, \quad (3.17)$$

Зв'язок між m_{II}^{0*} та m_{II}^0 для простого гармонічного навантаження виражається формулою:

$$m_{II}^0 = m_{II}^{0*} \left(1 + \frac{2k_z^0 v^2}{\omega^2} \right), \quad (3.18)$$

де v – швидкість руху колеса вздовж колії; ω – кутова частота збурювальної сили на колесі;

$$k_z^0 = \sqrt[4]{\frac{U_z^0}{4EI_{py}^0}}$$

де U_z^0 – модуль пружності колії; EI_{py}^0 – згинальна жорсткість рейки.

Таким чином, для кожної конструкції колії з заданою згинальною жорсткістю, модулем пружності, при відомій швидкості руху екіпажу v , задаючи межі частот збурювальної сили ω_{\min} та ω_{\max} , можна визначити можливі межі $(m_{II}^0)_{\min}$ та $(m_{II}^0)_{\max}$, які треба використовувати в наближених розрахунках по вивченню безударної взаємодії колії та рухомого складу.

Для ударної взаємодії колеса та рейки експериментально визначене значення маси колії слід вважати перемінною в часі. За цими дослідями час удару колеса та рейки на колії з дерев'яними шпалами складає $(0,4-0,44) \cdot 10^{-3}$ с, а на колії з залізобетонними шпалами $(0,32-0,36) \cdot 10^{-3}$ с. В перший період удару приведена маса колії на дерев'яних шпалах близька до маси відрізка рейки довжиною 1,5 м, а на колії з залізобетонними шпалами – до ваги відрізка рейки довжиною 1 м. В другий період удару приведена маса колії збільшується і для колії на дерев'яних шпалах близька до маси відрізка рейки довжиною 2–2,2 м, а на залізобетонних 1,5–1,6 м.

На основі аналізу існуючих уявлень щодо визначення приведеної маси колії, можна зробити наступні висновки:

- всі розглянуті теоретичні основи спрямовані на визначення приведеної маси колії, при застосування розрахункової схеми колії у вигляді балок-рейок, які спираються на суцільну пружну основу. Недоліки такої розрахункової схеми докладно розглянуті у розділі 1;

- в більшості розглянутих робіт передбачається, що маса колії, приведена до точки контакту колеса і рейки, складається з мас рейкошпальної решітки баластного шару та ґрунту земляного полотна без врахування, які їх частини беруть участь у процесі коливань на розрахунковий час;

- більшість досліджень щодо визначення приведеної маси колії базуються на експериментальних даних, при яких інерційні характеристики колії визначались в окремому дискретному перерізі колії за допомогою вібраційних машин. Наприклад, дослідження [58] при яких використовувалась вібраційна машина конструкції Ленінградського інституту залізничного транспорту;

- з урахуванням матеріалів, які викладені у 2 розділі, слід зробити припущення, що приведена до точки контакту колеса і рейки маса колії є величиною змінною, яка залежить від довжини ділянки колії, яка бере участь у коливаннях та складається з мас рейок, проміжних скріплень, шпал, баласту та земляного полотна;

- враховуючи результати досліджень в попередніх розділах, розрахунки приведеної маси рейок шпал та скріплень, які беруть участь у коливаннях не є складною задачею, а визначення приведеної маси підшпальної основи потребує окремих досліджень.

3.2 Теоретичні положення математичної моделі для визначення приведеної маси підшпальної основи

З урахуванням висновків, що зроблені у попередньому підрозділі, подальші дослідження були спрямовані на визначення маси підшпальної основи (баласту та земляного полотна), які беруть участь у коливаннях кожної рейкової опори в будь-який момент часу.

Для вирішення цього питання є сенс застосувати динамічну задачу теорії пружності, основні положення якої були описані в роботі [80] та отримали подальший розвиток в роботі [81].

Д. М. Курган в роботах [82, 83 та ін.] базуючись на теоретичних положеннях зазначених робіт, створив і методологію розрахунків залізничної колії, яка дозволяє визначати напружено-деформований стан колії з повноцінним просторово-часовим урахуванням динаміки прогину підрейкової основи. Деякі положення робіт [3] та [4] були використані в подальших дослідженнях.

Тому далі була застосована просторова модель динамічних деформацій залізничної колії на основі теорії пружності, опублікована в роботах [88, 89, 104] та інших з адаптацією та подальшим розвитком відповідно до задач даного дослідження.

Одним з базових елементів такої моделі є визначення геометрії поширення напружень (і відповідних деформацій) у півпросторі залізничної колії від дії зовнішнього навантаження (колів рухомого складу). Геометрія поширення напружень описується множиною векторів $\{\vec{u}\}$. Довжини векторів визначаються на кожному часовому кроці dt для всіх можливих напрямків поширення, які задаються кутами $\alpha \in [0; 0.5\pi]$ і $\gamma \in [0; 2\pi]$, що описують півпростір, рис. 3.1. Формула визначення довжини вектору в довільному напрямку має вид [88, 94]:

$$|\vec{u}| = \frac{C_t C_l}{\sqrt{C_t^2 - C_t^2 \sin^2 \alpha + C_l^2 \sin^2 \alpha}} dt, \quad (3.19)$$

де C_t , C_l – поперечна та поздовжня швидкість поширення хвилі відповідно:

$$\left. \begin{aligned} C_l &= \sqrt{\frac{E(1-\mu)}{\rho(1+\mu)(1-2\mu)}}; \\ C_t &= \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\mu)}} \end{aligned} \right\}, \quad (3.20)$$

де E – модуль пружності Юнга; μ – коефіцієнт Пуассона; ρ – щільність речовини.

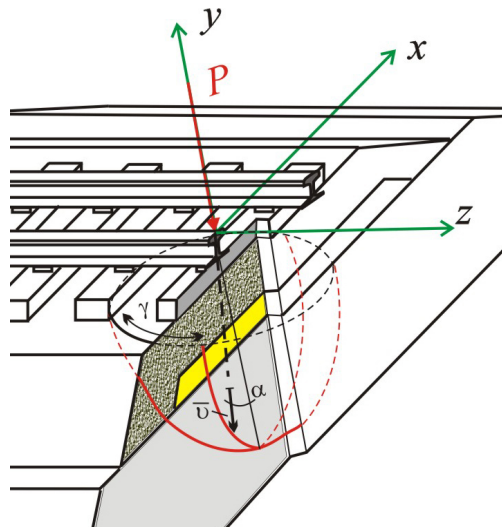


Рис. 3.1. Вектор поширення деформацій у вибраній системі координат

Таким чином поширення векторів (формула (3.19)) визначається фізичними характеристиками об'єктів, з яких складається система залізничної колії: рейки, скріплення, шпали, баласт, земляне полотно.

Множина векторів формує поверхню, яка відповідає фронту поширення напружень на даний момент часу взаємодії (рис. 3.2.). Для можливості візуального сприйняття зображення на рис. 3.2. крок розрахунку було суттєво збільшено відносно прийнятого для розрахунків.

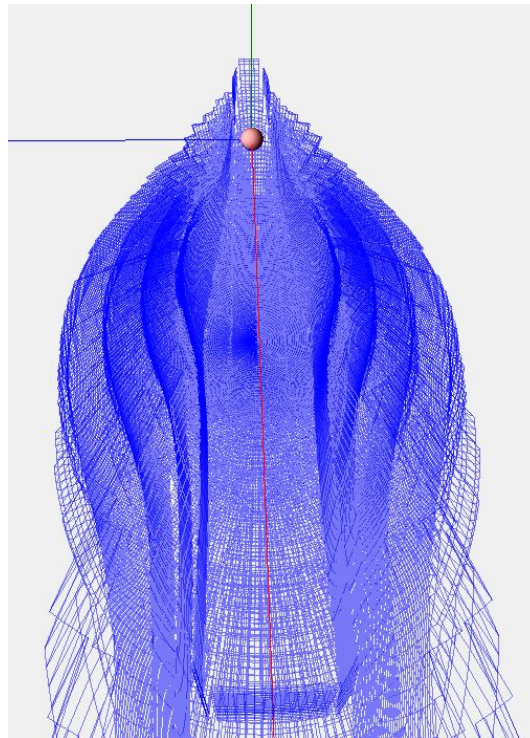


Рис. 3.2. Приклад формування геометрії поширення напружень

Геометрія поширення обмежується границями об'єктів (рис. 3.3.). При переході векторів з одного об'єкту в інший корегується швидкість поширення за рахунок зміни їх фізичних властивостей.

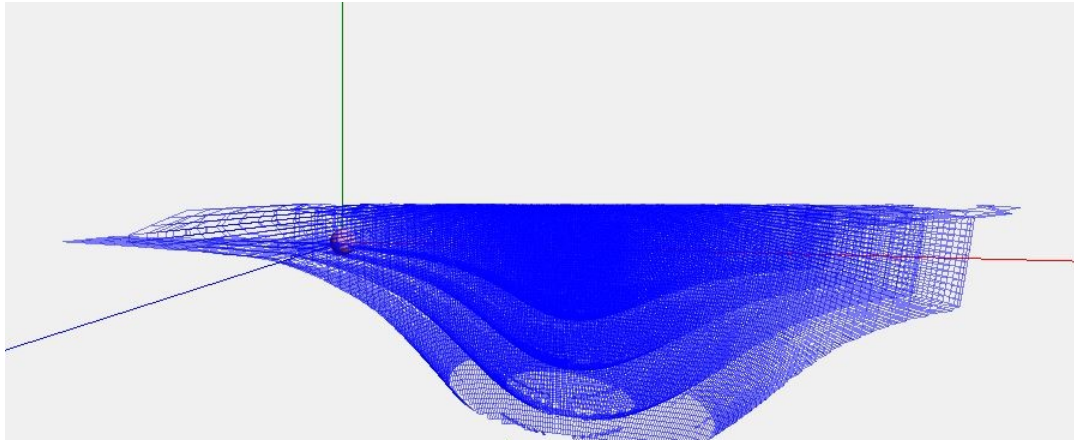


Рис. 3.3. Приклад формування геометрії поширення напружень

По ходу поширення хвилі напружень півпростір залізничної колії розподіляється на окремі сегменти, а кожен такий сегмент складається з множини векторів, що його утворили. Їх напружено-деформований стан буде описуватися системою диференціальних рівнянь [202, 203]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 \sigma_{0(1)}}{dt^2} \sum_{\alpha} \frac{m_{\alpha} \xi_{\alpha} \nu_{\alpha} \cos^4 \alpha}{E_{\alpha}} = f(P_m, Q_b) - \sigma_{0(1)} \sum_{\alpha} \sum_{\gamma} S_{\beta \xi_{\alpha}} \cos^2(\alpha - \beta) + D_k \frac{d\sigma_{0(1)}}{dt}; \\ \frac{d^2 \sigma_{0(2)}}{dt^2} \sum_{\alpha} \frac{m_{\alpha} \xi_{\alpha} \nu_{\alpha} \cos^4 \alpha}{E_{\alpha}} = \sigma_{0(1)} \sum_{\alpha} \sum_{\gamma} S_{\beta \xi_{\alpha}} \cos^2(\alpha - \beta) - \sigma_{0(2)} \sum_{\alpha} \sum_{\gamma} S_{\beta \xi_{\alpha}} \cos^2(\alpha - \beta) + D_k \frac{d\sigma_{0(2)}}{dt}; \\ \dots \\ \frac{d^2 \sigma_{0(i)}}{dt^2} \sum_{\alpha} \frac{m_{\alpha} \xi_{\alpha} \nu_{\alpha} \cos^4 \alpha}{E_{\alpha}} = \sigma_{0(i-1)} \sum_{\alpha} \sum_{\gamma} S_{\beta \xi_{\alpha}} \cos^2(\alpha - \beta) - \sigma_{0(i)} \sum_{\alpha} \sum_{\gamma} S_{\beta \xi_{\alpha}} \cos^2(\alpha - \beta) + D_k \frac{d\sigma_{0(i)}}{dt}; \\ \dots \\ \frac{d^2 \sigma_{0(n)}}{dt^2} \sum_{\alpha} \frac{m_{\alpha} \xi_{\alpha} \nu_{\alpha} \cos^4 \alpha}{E_{\alpha}} = \sigma_{0(n-1)} \sum_{\alpha} \sum_{\gamma} S_{\beta \xi_{\alpha}} \cos^2(\alpha - \beta) - \sigma_{0(n)} \sum_{\alpha} \sum_{\gamma} S_{\beta \xi_{\alpha}} \cos^2(\alpha - \beta) + D_k \frac{d\sigma_{0(n)}}{dt}. \end{array} \right. \quad (3.21)$$

де $\sigma_{0(i)}$ – осьові (за напрямком дії сили) напруження в i -му сегменті; m_j – маса j -го елемента; ξ – допоміжна величина, яка залежить від коефіцієнту Пуассона і напрямку α :

$$\xi = \frac{\varphi^2 - \varphi^2 \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\varphi^2}$$

де $\varphi = \sqrt{\frac{1-2\mu}{2(1-\mu)}}$; S_j – площа поверхні дії напружень i -го елемента; β –

допоміжний кут, визначає співвідношення положення поверхні елемента і дії нормальних напружень, $\beta = f(\alpha, \gamma)$; D_j – дисипація речовини.

Результатом розрахунків (розв’язанням систем рівнянь виду (3.21) для всіх сегментів, що залучені до взаємодії) є напруження та деформації для кожного елемента.

В дисертаційній роботі наведені лише основні положення залученої математичної моделі в обсязі, потрібному для загального розуміння принципів її роботи та з урахуванням тих позицій, які потребують розширення для розв’язування задач даного дослідження.

Звернемо увагу на рівняння динамічної рівноваги сегменту системи – формула (3.21). Одним із складових такого рівняння є маса кожного елемента – простору, що обмежено чотирма суміжними векторами, рис. 3.4.

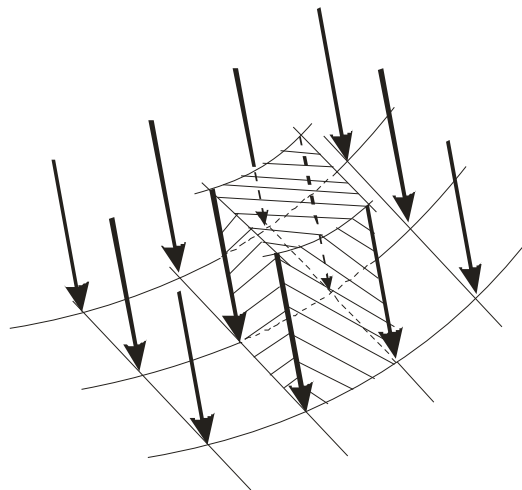


Рис. 3.4. Елемент сегменту – простір, обмежений чотирма суміжними векторами [88]

Маса визначається виходячи з геометрії елемента та щільності речовини:

$$dm = \rho S \frac{\sum_{i=1}^4 |\vec{u}_i|}{4}, \quad (3.22)$$

Такий підхід дає змогу отримати саме той простір залізничної колії, що залучено до взаємодії, у вигляді множини елементів, для яких відомі їх маси і вертикальні деформації. Цього достатньо для розрахунку приведеної маси підшпальної основи (баласту і земляного полотна) без залучення низки припущень, описаних вище при отриманні формул (3.4) і (3.12).

Кінетична енергія пружної системи, яка складається з елементів масою dm , що деформуються зі швидкістю V_i , дорівнює

$$T = \int_m \frac{V_i^2}{2} dm, \quad (3.24)$$

Тоді приведена маса системи буде така зосереджена в точці маса, яка, рухаючись зі швидкістю точки приведення, має таку саму кінетичну енергію, яку мають всі елементи пружної системи в процесі їх руху (деформації):

$$m_{np} = \frac{1}{z_0^2} \int_m z_i^2 dm, \quad (3.25)$$

де z_0 – вертикальний прогин в точці приведення (точка контакту колеса з рейкою); z_i – вертикальна деформація i -го елемента, з яких складається система, для якої визначається приведення маса.

Для практичної реалізації описаних розрахунків в математичну модель було додано відповідний розрахунковий модуль. Враховуючи прийняту в моделі структуру, розрахунок приведеної маси виконується в наступній послідовності.

1. До підшпальної основи відноситься 2 об'єкти системи: баластний шар (ω_o) і земляне полотно (ω_{zn}). Від сили, прикладеної до рейки, поширюються деформації і після декількох часових кроків моделювання передаються від підошви (і частково від бокових поверхонь) шпали до баласту. Подальше поширення деформацій формує розрахункові сфери (A_i), кожна з яких є простір між початками і кінцями векторів на поточному кроці розрахунку (рис. 3.2.) з урахуванням обмежень границями об'єкту (рис. 3.3.):

$$A_i = \{\vec{v}_j \mid \vec{v}_j \in \omega\}, \quad (3.26)$$

Таким чином складаються активні (тобто ті, що беруть участь у взаємодії) обсяги об'єктів (баласту і земляного полотна):

$$\omega = \{A_i\}, \quad (3.27)$$

2. Фіксується маса (повна) m_j і вертикальна деформація z_j кожного елемента, який бере участь у взаємодії.

3. Визначається приведена маса кожної сфери, з точкою приведення до її вертикальної осі:

$$m_{np(i)} = \frac{1}{z_{0(i)}^2} \sum_j m_j z_j^2, \quad (3.28)$$

де $z_{0(j)}^2$ – вертикальна деформації сфери по осі (рис. 3.5.).

4. Визначається приведена маса шару до точки контакту колеса і рейки:

$$m_{np(\omega)} = \frac{1}{z_0^2} \sum_{i \in \omega} m_{np(i)} z_{0(i)}^2, \quad (3.27)$$

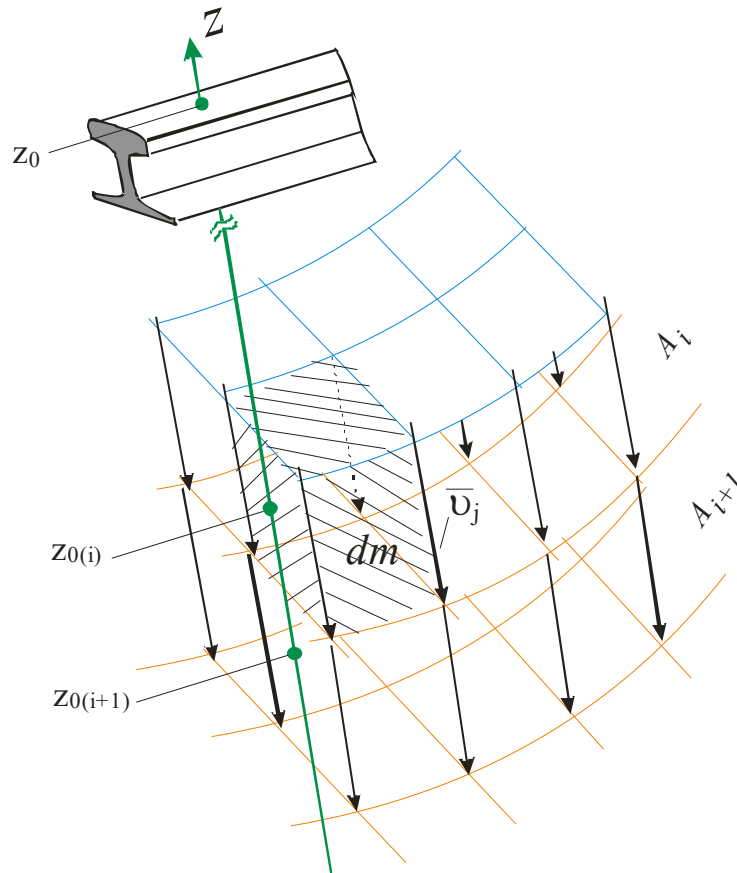


Рис. 3.5. Розрахункова схема визначення приведеної маси

3.3 Моделювання роботи залізничної колії для визначення приведеної маси підшпальної основи

В попередньому пункті було отримано математичну модель роботи залізничної колії на основі динамічної задачі теорії пружності як інструмент для подальших числових розрахунків. Приведена маса підшпальної основи залежить від багатьох вихідних характеристик системи. Тому подальші розрахунки будуть виконуватися та аналізуватися як варіантні зі зміною основних характеристик в певних діапазонах.

Як базовий прийнято наступний варіант підшпальної основи: баласт щебеневий товщиною 50 см, з модулем деформації 200 МПа і щільністю 1600 кг/м³; земляне полотно з ґрунту з модулем деформації 35 МПа і щільністю 1400 кг/м³. Враховуючи, що розрахунок мас елементів, залучених до взаємодії, і їх деформацій ведеться по сферам від точки прикладання сили, є можливість отримувати і відслідковувати поступове набирання приведеної маси по глибині підшпальної основи. На рис. 3.6. показано зростання маси підшпальної основи приведеної до точки контакту колеса і рейки з глибиною. За нульову відмітку глибини підшпальної основи тут і в подальших розрахунках прийнято підшпальну шпалу. На відмітці 0,5 м спостерігається зміна обрису кривої зростання приведеної маси, що пояснюється переходом від баластного шару до земляного полотна. Поступово з глибиною зменшуються пружні деформації земляного полотна, що, відповідно, приводить майже до нуля інтенсивність зростання приведеної маси.

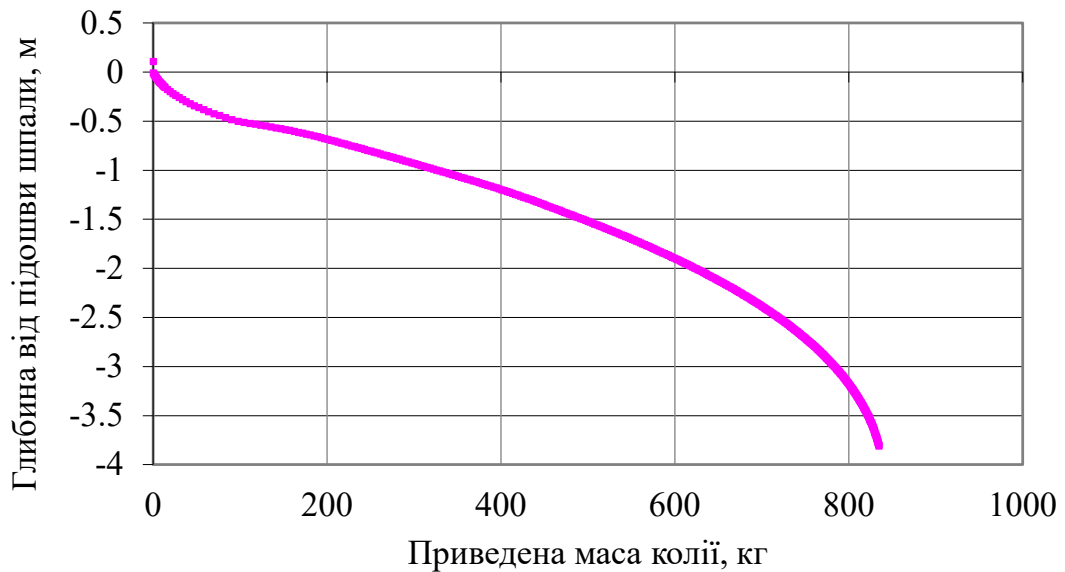


Рис. 3.6. Приклад визначення приведеної маси підшпальної основи

Для достатньо великого діапазону швидкостей руху час взаємодії не має значення, тому що навантаження (колесо) завжди знаходиться в зоні вже реалізованих деформацій [94]. Залежність приведеної маси залізничної колії від швидкості руху з'являється при умовах, коли прогин рейки під колесом не встигає набути максимального значення і має місце відмінність динамічного і статичного прогинів. Тому результати даного і більшості подальших розрахунків не залежать від швидкості руху. Докладніше це питання буде розглянуто далі.

Також зрозуміло, що результати приведеної маси не можуть залежати від величини зовнішнього навантаження (в межах лінійності залежності деформацій від напружень).

Таким чином для розглянутого варіанту приведена маса підшпальної основи складає 836 кг. Якщо рейко-шпальна решітка (див. формулу (3.2)) складається з рейок типу Р65 і залізобетонних шпал з епюрою 1840 шт/км, то приведена маса залізничної колії буде дорівнюватися 1274 кг. Слід звернути увагу, що крім зазначених характеристик, на отримані значення будуть впливати й інші.

Далі поступово розглянемо вплив різних факторів на приведену масу як окремих шарів залізничної колії, так і підшпальної основи в цілому.

3.3.1 Товщина баласту

Зберігаючи вихідні дані попереднього прикладу (будемо вважати його базовим для подальших досліджень), проаналізуємо вплив товщини баластного шару. На рис. 3.7. наведена залежність приведеної маси баласту від його товщини (розглянуто діапазон від 40 до 60 см).

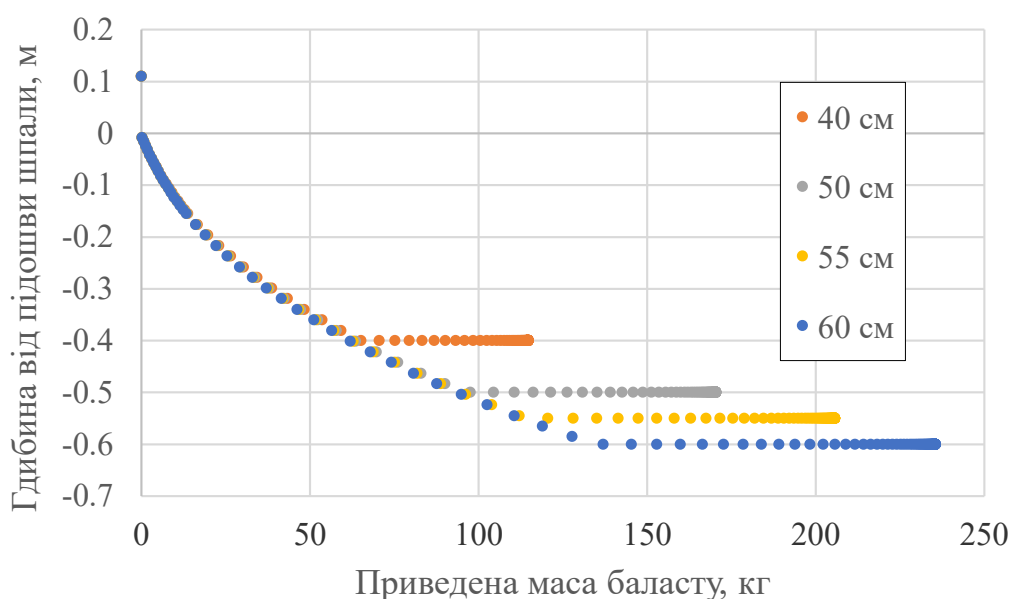


Рис. 3.7. Вплив товщини баласту на його приведену масу

Для кожного варіанту показано поступовий набір маси по глибині підшпальної основи, що відповідає залученню все більших обсягів баласту. За нульову відмітку по вертикальній осі прийнято підшву шпали. При завершенні товщини баластного шару його приведена маса ще продовжує зростати за рахунок поширення взаємодії вздовж колії (прямі відрізки на рис. 3.7.). Але, враховуючи, що при цьому напруження в баласті і відповідно його деформації швидко зменшуються, інтенсивність додавання до приведеної маси також наближається до нуля.

На рис. 3.8. показано накопичення приведеної маси земляного полотна у відповідності до розглянутих варіантів товщини баласту.

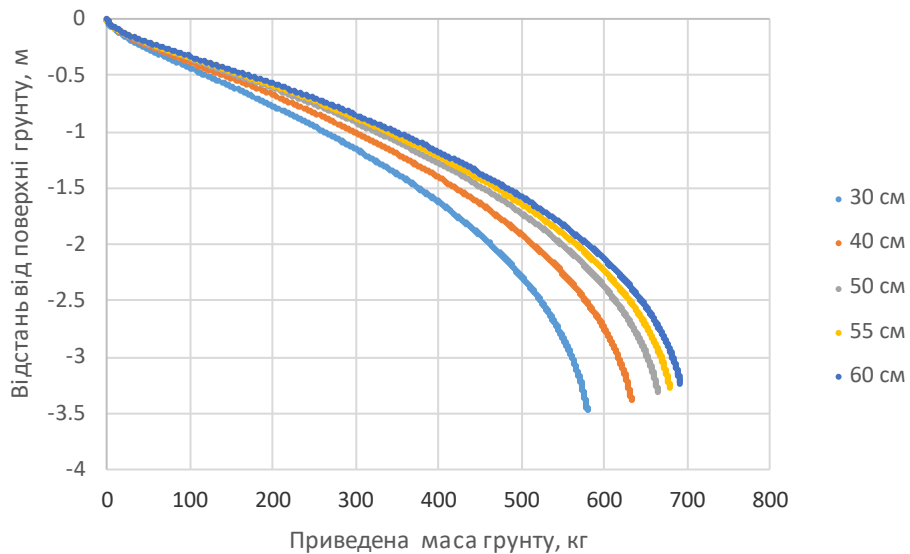


Рис. 3.8. Вплив товщини баласту на приведену масу земляного полотна

Для одноманітності сприйняття для всіх варіантів за нульову глибину на рис. 3.8. прийнято положення основної площадки земляного полотна. З глибиною все більші обсяги ґрунту залучаються до взаємодії, що приводить до збільшення приведеної маси, але з іншого боку, з глибиною поступово згасають деформації, що з початку зменшує, а потім й зупиняє інтенсивність накопичення приведеної маси.

Слід звернути увагу, що для варіанту з більшою товщиною баластного шару, напруження, а відповідно й деформації, в земляному полотні будуть менші. Але при цьому спостерігається збільшення приведеної маси ґрунту. Це пояснюється тим, що варіант з більшою товщиною баластного шару має й більшу площу контакту баласту з земляним полотном, що збільшує обсяги ґрунту, залученого до взаємодії.

3.3.2 Модуль деформації ґрунту

На основі варіанту, прийнятого як базовий (див. вище), розглянуто зміну модуля деформації ґрунту в діапазоні від 25 до 45 МПа – рис. 3.9.

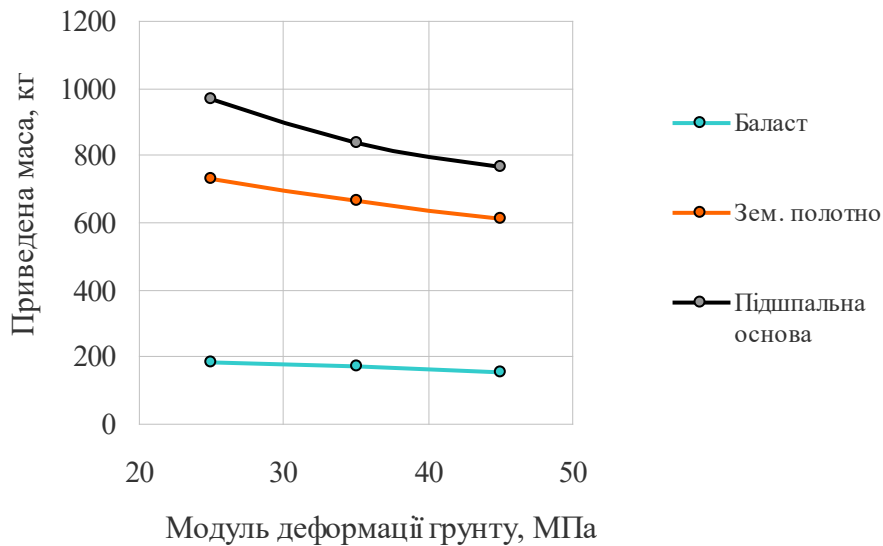


Рис. 3.9. Вплив модуля деформації ґрунту на приведену масу

Зрозуміло, що збільшення модуля деформації ґрунту зменшує його деформації, що й приводить до зменшення приведеної маси ґрунту. Слід звернути увагу, що, хоч і з меншою інтенсивністю, але ця характеристика впливає також на приведену масу баласту. Це пояснюється тим, що модуль деформації ґрунту впливає на загальну деформативність підрейкової основи (модуль пружності), в тому числі на деформації в баласті. Так, якщо модуль пружності підрейкової основи для базового варіанту (модуль деформації ґрунту 35 МПа на рис. 3.9.) складає 52,4 МПа, то для варіантів з модулями деформації ґрунту 25 і 45 МПа (при збереженні всіх інших вихідних характеристик) він склав 40,6 і 62,6 МПа відповідно.

Враховуючи на важливість такої характеристики як модуль пружності підрейкової основи вона визначалася для кожного розрахунково варіанту буде наведена в остаточних результатах.

3.3.3 Щільність ґрунту

Розглянуто варіанти розрахунків для різної щільності ґрунту в діапазоні 1400–1800 кг/м³, інші характеристики прийняті як в базовому варіанті.

Результати розрахунків показано на рис. 3.10.

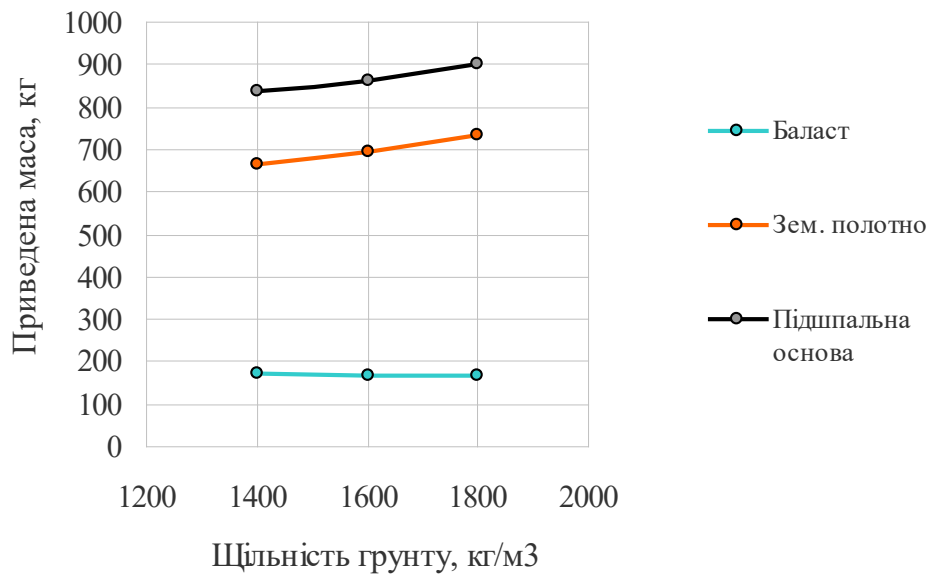


Рис. 3.10. Вплив щільності ґрунту на приведену масу

Як і очікувалось, збільшення щільності ґрунту, а відповідно і його об'ємної ваги, приводить до збільшення приведеної маси ґрунту і, як наслідок, приведеної маси колії в цілому.

3.3.4 Модуль деформації баласту

Розглянемо вплив модуля деформації баласту в діапазоні 100–200 МПа на основі базового варіанту. Результати розрахунків наведено на рис. 3.11.

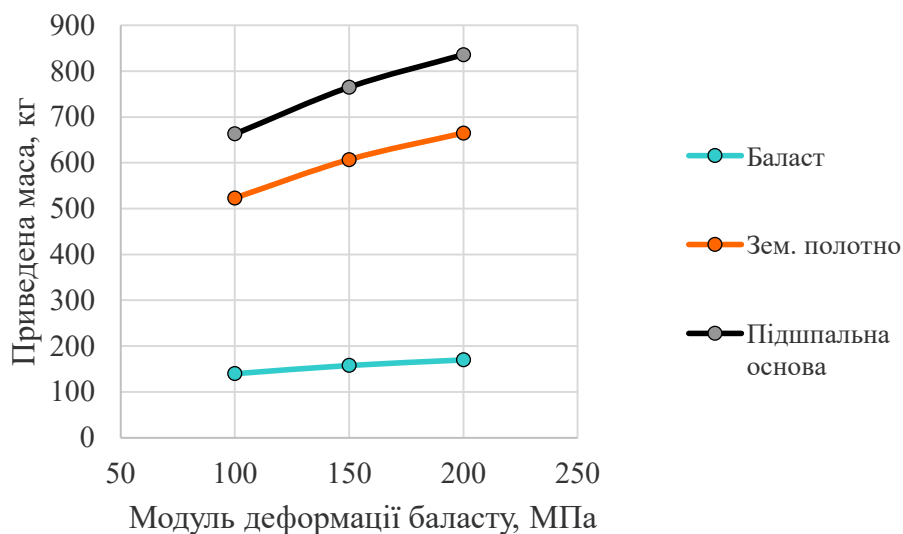


Рис. 3.11. Вплив модуля деформації баласту на приведену масу

Як видно з рисунку, модуль деформації баласту впливає як на його приведену масу, так і на приведену масу земляного полотна, що перш за все, пояснюється зміною загального модуля пружності підрейкової основи і, як наслідок, зміною деформацій залізничної колії в цілому.

3.3.5 Щільність баласту

Вплив щільності баласту в діапазоні 1600-2000 кг/м³ показано на рис. 3.12.

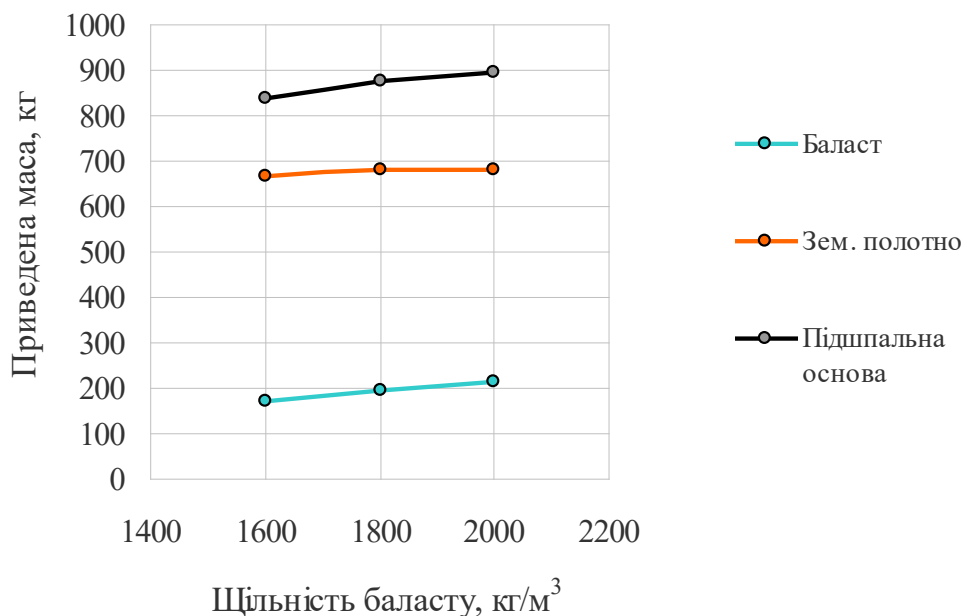


Рис. 3.12 Вплив щільності баласту на приведену масу

Збільшення щільності баласту очікувано збільшує його приведену масу але не суттєво, що пояснюється відносно невеликими об'ємами баластного шару, що бере участь у взаємодії.

3.3.6 Швидкість руху

Вплив швидкості руху навантаження на приведену масу залізничної колії буде мати місце у випадках відчутної від'ємності динамічного і статичного прогинів. Як показує велика кількість досліджень при

швидкостях руху до 160 км/год такий ефект відсутній. Навіть при подальшому збільшенні швидкості руху відмінність динамічного і статичного прогинів виявляється тільки при наявності доволі слабкої підрейкової основи. При низькому значенні модуля пружності підрейкової основи можуть виникнути фізичні умови, при яких швидкість поширення деформацій буде недостатньою для формування повного прогину колії на момент проходження колеса.

Як вже говорилося раніше, деформації в залізничній колії (як і в будь-якому твердому тілі) поширюються зі швидкістю пружних хвиль. Ця швидкість в свою чергу залежить від таких фізичних характеристик середовища як модуль деформація, щільність та коефіцієнт Пуассона. Причому поздовжня швидкість поширення (за напрямком дії сили) буде більше, ніж поперечна (див. формулу (3.20)). Наприклад, для баласту з модулем деформації 200 МПа і щільністю 1600 кг/м³ (базовий варіант розрахунків) поздовжня і поперечна швидкості складають 410 м/с² і 219 м/с² відповідно. Для земляного полотна, особливо у разі слабких ґрунтів, ці швидкості будуть менші, а для більш ущільненого баласту, навпаки, більші. За винятком окремих випадків, наприклад для деяких торф'яних ґрунтів, швидкості поширення хвиль суттєво більші за швидкість рухомого складу. Але просте порівняння швидкостей не є показовим для висновків щодо достатності часу для реалізації повного прогину рейки. По-перше, за рахунок інерційності процесу реалізація повних деформацій запізнюється в порівнянні з поширенням фронту хвилі. По-друге, і для залізничної колії саме це є важливим фактором, для реалізації повного прогину рейки потрібно не тільки достатня глибина поширення деформацій в перерізі натискання колесом, а й достатнє поширення вздовж підрейкової основи під рейкою, що повинна брати участь у формуванні її прогину. Порушення саме цієї умови, як правило, і приводить к змінам в динамічному прогині

при високих швидкостях руху [94].

Тому розглянемо вплив швидкості руху на прикладі наступної конструкції підрейкової основи: залізобетонні шпали з епюрою 1840 шт/км, щебеневий баласт товщиною 50 см (модуль деформації баласту 100 МПа, щільність 1600 кг/м³), земляне полотно (модуль деформації ґрунту 10 МПа, щільність 1400 кг/м³). Як показали розрахунки при таких вихідних даних загальний модуль пружності підрейкової основи буде складати 16,7 МПа, при низьких швидкостях руху приведена маса підшпальної основи склала 931 кг (217 кг приведена маса баласту і 714 кг приведена маса земляного полотна).

Як показали подальші розрахунки відмінність в приведеній масі підшпальної основи починає з'являтися починаючи зі швидкості руху 240 км/год – рис. 3.13., і продовжує збільшуватись при подальшому зростанню швидкості.

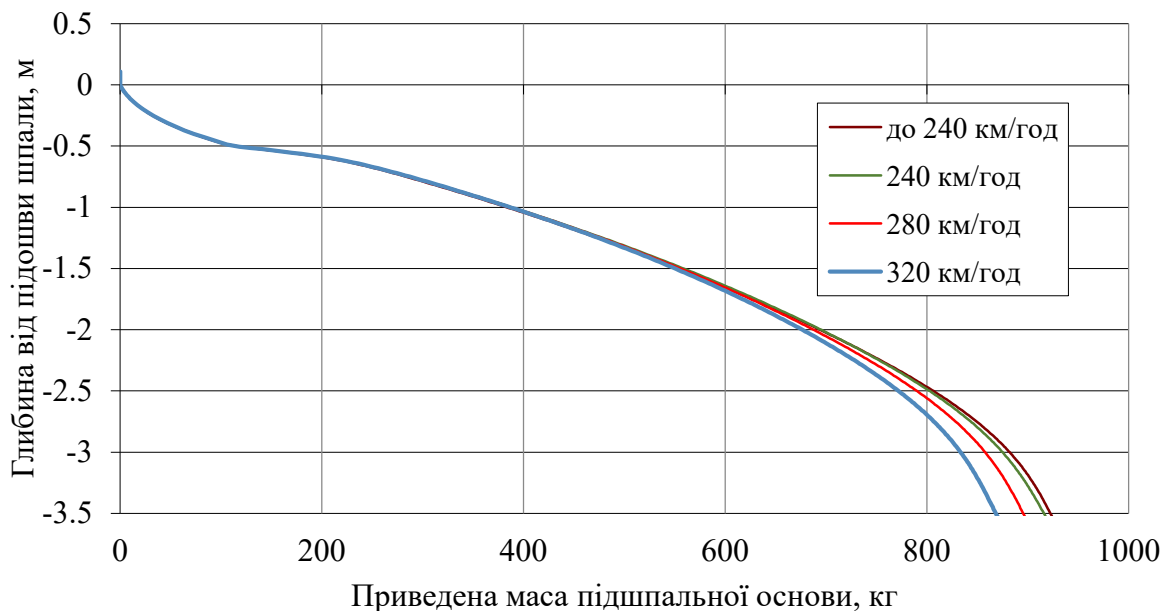


Рис. 3.13. Формування приведеної маси підшпальної основи для різних рівнів швидкості руху

З рис. 3.13. видно, що приведена маса підшпальної основи зменшується в зоні певної глибини земляного полотна, тобто там, де відбувається запізнювання деформацій вздовж рейки перед колесом [94]. Враховуючи, що цей простір – на певній глибині і на певній відстані перед колесом – не має значних деформацій, їх зменшення не приводить до значних змін в приведеній масі підрейкової основи.

Дослідження, проведені в цьому розділі дисертаційної роботи, показали, що приведена маса як колії, так і окремих шарів, з яких вона складається, залежить від багатьох факторів. В першу чергу це характеристики матеріалів підшпальної основи, які впливають на пружні деформації залізничної колії. Основні результати варіантних розрахунків наведені в табл. 3.1 і табл. 3.2 В таблицях виділено варіант розрахунку, який було прийнято як базовий, і відмінні від нього характеристики інших варіантів. Дані таблиці дозволяють обґрунтовано прийняти приведену вагу колії (або окремо її складових) в залежності від основних характеристик підшпальної основи. У разі наявності даних відмінних від наведених в таблиці, можливе інтерполяція або екстраполяція результатів (рис. 3.7–3.13).

Таблиця 3.1

Результати варіантних розрахунків приведеної маси залізничної колії

№ варіанту	Вихідні дані					Результати розрахунків			
	Баластний шар			Земляне полотно		Модуль пружності підрейкової основи, МПа	Приведена маса, кг		
	Товщина шару, см	Модуль деформації, МПа	Щільність, кг/м ³	Модуль деформації, МПа	Щільність, кг/м ³		баластного шару	підшпальної основи	залізничної колії
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>
1	40	200	1600	35	1400	48.2	115	749	1196
2	50	200	1600	35	1400	52.4	170	836	1274
3	55	200	1600	35	1400	54.5	206	886	1319
4	60	200	1600	35	1400	56.5	235	925	1355
5	50	200	1600	25	1400	40.6	187	917	1384
6	50	200	1600	45	1400	62.6	157	766	1185
7	50	200	1600	35	1600	53.5	169	853	1288
8	50	200	1600	35	1800	54.4	168	900	1334
9	50	100	1600	35	1400	40.9	140	663	1129
10	50	150	1600	35	1400	47.6	158	765	1213
11	50	200	1800	35	1400	51.3	214	894	1334
12	50	200	2000	35	1400	52.0	196	874	1313

Таблиця 3.2

Результати розрахунків приведеної маси для різної швидкості руху

№ варіанту	Вихідні дані						Результати розрахунків		
	Баластний шар			Земляне полотно		Швидкість руху, км/год	Приведена маса, кг		
	Товщина шару, см	Модуль деформації, МПа	Щільність, кг/м ³	Модуль деформації, МПа	Щільність, кг/м ³		баластного шару	підшпальної основи	залізничної колії
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>
13	50	100	1600	10	1400	до 240	217	931	1514
14	50	100	1600	10	1400	240	219	925	1508
15	50	100	1600	10	1400	280	220	904	1485
16	50	100	1600	10	1400	320	220	877	1458

3.4 Експериментальне визначення величини приведеної маси залізничної колії

Для оцінки адекватності розробленої математичної моделі було проведено експериментальні роботи по вимірюванню вертикальних прискорень в елементах залізничної колії на окремих діючих ділянках регіональної філії «Південна залізниця» (табл. 3.3).

Таблиця 3.3

Характеристика конструкції колії на ділянках проведення експериментальних робіт

№ дослідної ділянки	Пропущений тоннаж, млн.т.	Характеристики конструкції колії
№1	118	Безстикова, рейки типу Р65, шпали залізобетонні типу СБ-3-0 з епурою укладання 1840 шт/км, проміжні рейкові скріплення типу КПП-5, двошарова баластна призма, товщина щебеню згідно паспортних даних 40 см.
№2	327	Безстикова, рейки типу Р65, шпали залізобетонні типу Ш-1-1 з епурою укладання 1840 шт/км, проміжні рейкові скріплення типу КБ, двошарова баластна призма, товщина щебеню згідно паспортних даних 40 см.
№3	210	Безстикова, рейки типу Р65, шпали залізобетонні типу СБ-3-0 з епурою укладання 1840 шт/км, проміжні рейкові скріплення типу КПП-5, двошарова баластна призма, товщина щебеню згідно паспортних даних 40 см.
№4	268	Безстикова, рейки типу Р65, шпали залізобетонні типу Ш-1-1 з епурою укладання 1840 шт/км, проміжні рейкові скріплення типу КБ, двошарова баластна призма, товщина щебеню згідно паспортних даних 40 см. мій
№5	284	Безстикова, рейки типу Р65, шпали залізобетонні типу Ш-1-1 з епурою укладання 1840 шт/км, проміжні рейкові скріплення типу КБ, двошарова баластна призма, товщина щебеню згідно паспортних даних 40 см.

Згідно табл. 3.3, на всіх експериментальних ділянках укладено безстикову колію з рейками типу Р65 на залізобетонних шпалах і щебеному баласті. Всі дослідні ділянки розташовано в прямій. На ділянках №2, 4, 5 експлуатуються проміжні рейкові скріплення типу КБ, на інших – скріплення типу КПП-5.

Фактичний стан колії на ділянках проведення експерименту знаходився у відповідності до вимог Правил технічної експлуатації залізниць України. Відхилення (відступи) від норм утримання рейкової колії (за стрічками вагону-колієвимірювача за останні три місяці) не перевищували 3 ступеню.

Вимірювання прискорень в елементах залізничної колії проводилося за допомогою мініатюрного акселерометру з високою роздільною здатністю ADXL345 (рис. 3.14).

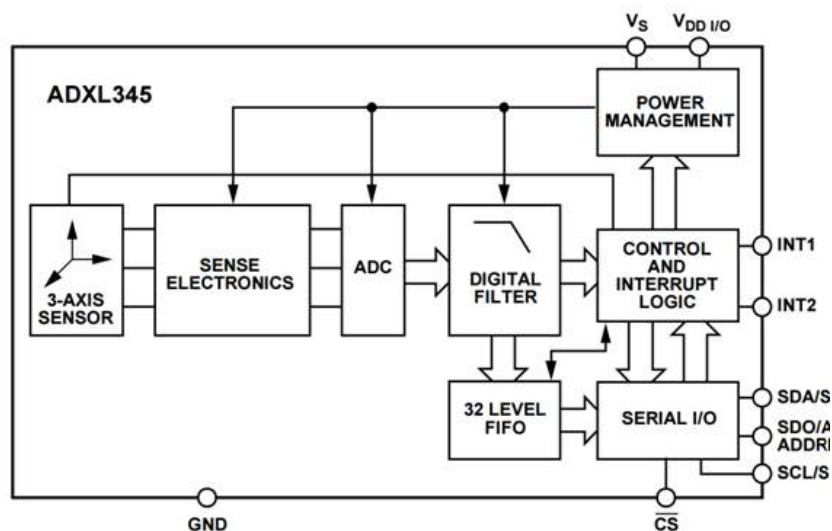


Рис. 3.14 Функціональна схема акселерометра ADXL-345

Згідно [116, 117, 118] цифрові результати вимірювання представляються у вигляді 16-розрядних чисел в додатковому коді і доступні через цифрові інтерфейси SPI (трьох- або чотирьох дротовий) або I²C. Модуль здатний вимірювати статичні прискорення, викликане гравітацією, в задачах визначення відхилення, а також динамічне прискорення, викликане рухом або ударами. Висока роздільна здатність ADXL345 ($4 \cdot 10^{-3} \text{ g/LSB}$) дозволяє вимірювати зміни відхилення менш ніж на 1.0° .

Мікросхема має декілька спеціалізованих функціональних блоків. Блок детектування активності і не активності дозволяє виявляти наявність або відсутність руху, а також перевищення прискоренням уздовж будь-яких осей встановлюється користувачем рівня. Детектор торкань виявляє одноразові і подвійні торкання в будь-якому з напрямів. Детектор вільного падіння визначає, чи знаходиться пристрій в стані падіння. Вихідні сигнали цих функціональних блоків можуть виводитися в індивідуальному порядку на будь-який з двох вихідних висновків переривань. Інтегрований буфер FIFO глибиною 32 рівня може бути використаний для зберігання даних в цілях мінімізації втручання з боку хост-процесора. Режими зниженого енергоспоживання дозволяють реалізувати інтелектуальне управління живленням системи з виявленням перевищення порогового значення і проведенням вимірів прискорення при вкрай низькому споживанні.

Основні технічні характеристики ADXL345:

- діапазон робочого напруження: 2,0...3,6 В;
- струм споживання в робочому режимі 40 ... 150 мкА, в залежності від частоти опитування;
- роздільна здатність 10-13 розрядів (при вимірюванні прискорення $\pm 16g$);
- робочий діапазон температур: $-40...+85^{\circ}\text{C}$;
- інтерфейс SPI або I²C.

Для настройки, обробки та реєстрації даних на базі акселерометра було розроблено пристрій з використанням мікроконтролера AVR ATmega328P. Запис даних проводився на карту пам'яті microSD. Принципова схема та загальний вигляд пристрою наведено на рис. 3.15.

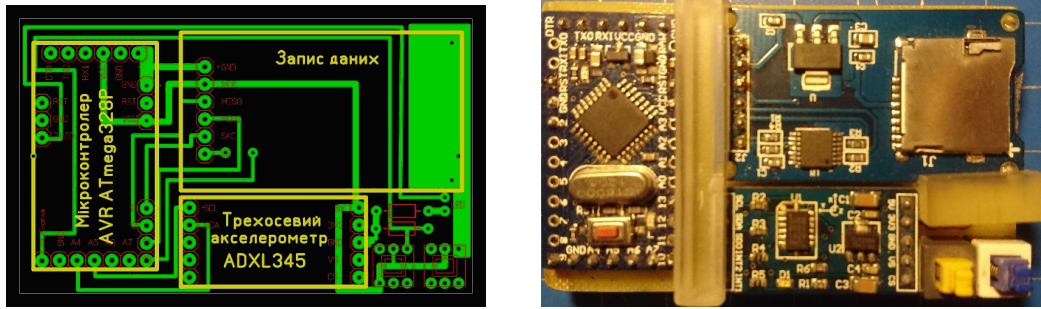


Рис. 3.15. Принципова схема та загальний вигляд пристрою для вимірювання прискорень

В обраному для спостережень перерізі колії за допомогою магніту на підшву кожної рейкової нитки (рис. 3.16) було встановлено по одному пристрою.



Рис. 3.16. Встановлення пристрою на підшву рейки.

В якості джерела коливань було використано динамічний стабілізатор колії ДСП-С4, технічні можливості якого, дали змогу моделювати зовнішнє динамічне поїзне навантаження. Вимірювання проводились серіями (в середньому протягом 15-20 секунд) у відповідності до робочих частот коливань стабілізатора, що дало змогу отримати достатній обсяг вихідних даних для побудови акселерограм (Додаток А). Деякі фрагменти наведено на рис. 3.17.

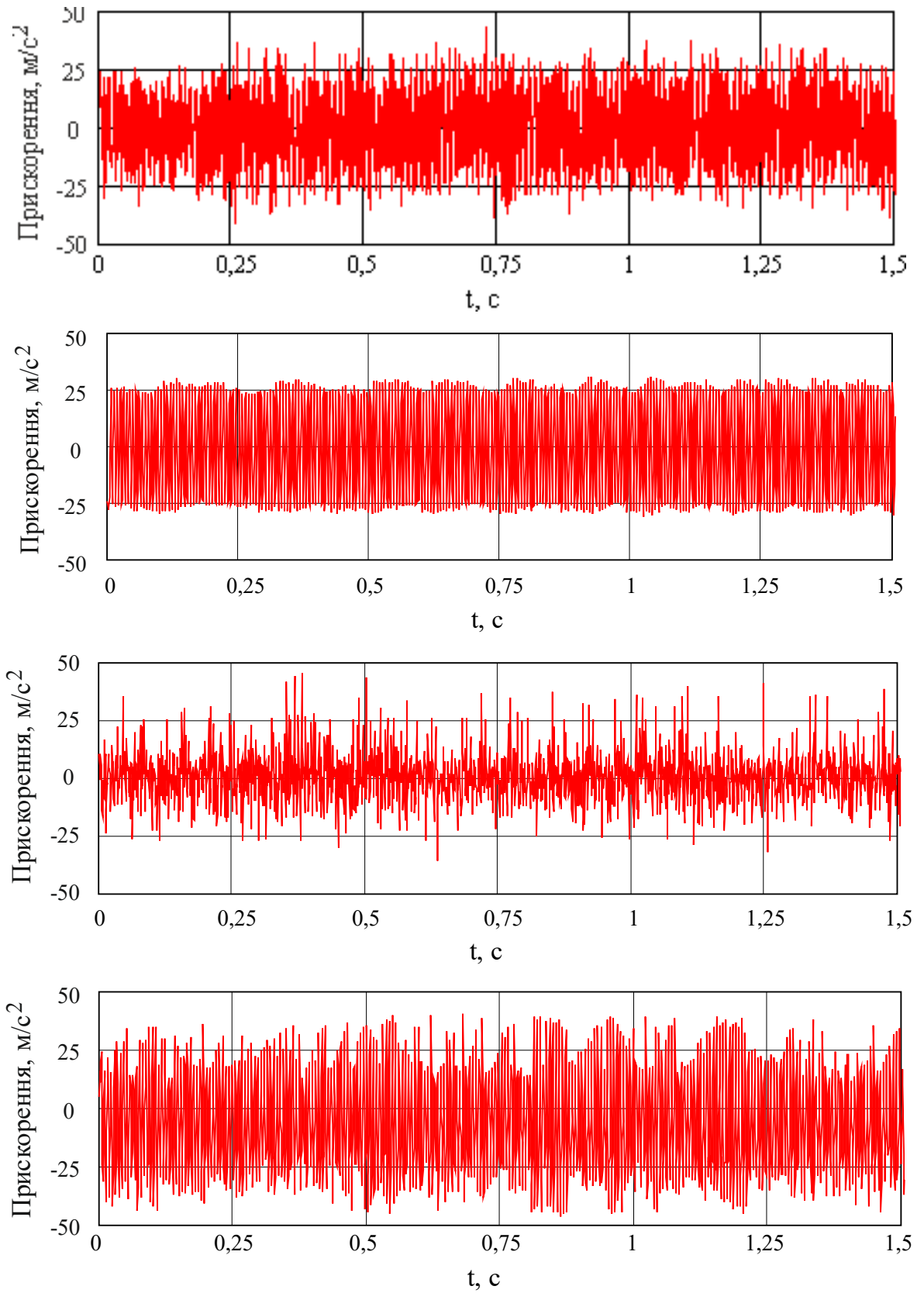


Рис. 3.17. Акселерограми з дослідних ділянок колії №1,3,4,5.

Подальша статистична обробка отриманих таким чином акселерограм показала, що розподіл середньої величини максимальних прискорень в елементах верхньої будови колії описується нормальним законом розподілу. Відповідно до [119, 120] для кожної дослідної ділянки було визначено та середньоквадратичн відхилення (табл. 3.4).

Таблиця 3.4

Середні значення та середньоквадратичні відхилення максимальних прискорень на дослідних ділянках

№ дослідної ділянки	Середнє значення максимальної величини прискорень, м/с ²	Середньоквадратичне відхилення максимальної величини прискорень, м/с ²
№1	25,9	9,8
№2	24,2	10,4
№3	24,7	9,7
№4	24,9	8,2
№5	24,5	8,7

Для визначення величини приведеної маси залізничної колії в роботі було використано загальновідомий математичний апарат, основні положення якого знайшли своє відображення в працях Г.П. Бурчака, М.В. Вольнова [58], які використовували для збудження вимушених коливань вібраційну машину конструкції НДІ мостів ЛШЗТу, а також в роботах А.І. Гасанова [77] та В.Ф. Яковлева [78, 79]. В її основі лежить використання отриманих в результаті експериментальних робіт, як в діючих коліях, так і в лабораторних умовах, прискорень в елементах залізничної колії. Створена в програмному середовищі «Mathcad» програма дозволила остаточно розрахувати величину приведеної маси залізничної колії та провести порівняння з отриманими раніше теретичним значеннями (табл. 3.5).

Узагальнена порівняльна таблиця результатів експериментальних робіт

№ дослідної ділянки	Приведена маса залізничної колії за результатами експериментів, кг	Приведена маса залізничної колії за теоретичними розрахунками, кг	Розбіжність між теоретичними та експериментальними результатами, %
1 КПП	1235	1196	3,2
2 КБ	1324	1218	7,9
3 КПП	1296	1196	7,7
4 КБ	1287	1218	5,3
5 КБ	1304	1218	6,5

Дані табл. 3.5 свідчать, що розроблені в цьому розділі теоретичні підходи та проведені на їх підставі розрахунки по визначенню як величини приведеної маси підшпальної основи, так і приведеної маси залізничної колії в цілому є достатньо обґрунтованими і можуть бути використані для подальших досліджень в дані роботі. Розбіжність між результатами теоретичних розрахунків та експериментальними даними знаходиться в межах від 3,2 до 7,9%.

3.5 Висновки до розділу 3

1. В існуючих роботах приведену масу колії визначають або за аналітичними методиками, в яких передбачається, що маса приведена до точці контакту колеса і рейки, складається з мас рейко-шпальної решітки, баластного шару та ґрунту земляного полотна без врахування, які їх частини

беруть участь у процесі коливань на розрахунковий час та з низкою спрощень; або опосередковано через вертикальні прискорення рейки, отримані за експериментальними вимірюваннями.

2. Для отримання інструментарію визначення приведеною маси підшпальної основи з урахуванням меж простору, що бере участь у коливаннях кожної рейкової опори в розрахунковий момент часу, застосовано математичну модель напружено-деформованої роботи залізничної колії на основі динамічної задачі теорії пружності.

3. Встановлено, що основними факторами, які впливають на приведену масу підшпальної основи є такі, що визначають деформаційні характеристики залізничної колії, а саме: товщина баластного шару, модулі деформації та щільності баласту і земляного полотна. Швидкість руху має вплив тільки починаючи з високих рівнів (від 240 км/год і вище) для конструкцій з низьким модулем пружності підрейкової основи (від 20 МПа і менше).

4. Встановлено, що величина приведеної маси підшпальної основи прямо пропорційна модулю деформації баластного шару (його товщині, щільності), щільності ґрунту земляного полотна, а також обернено залежна від модуля деформації ґрунту земляного полотна. При зміні модуля деформації баластного шару в інтервалі 100÷200 МПа величина приведеної маси збільшується від 6,63 до 8,36 кН. У випадку збільшення товщини баласту (від 30 до 60 см.) та його щільності (від 16 до 20 кН) величина приведеної маси знаходиться відповідно в межах 0,45÷1,37, та 8,41÷8,94 кН. Зміна модуля деформації ґрунту земляного полотна від 25 до 45 МПа призводить до зменшення величини приведеної маси з 9,67 до 7,66 кН

5. Надані рекомендації щодо визначення приведеної маси як колії в цілому, так і складових частин підшпальної основи, в залежності від характеристик конструкції залізничної колії і швидкості руху. Так, для залізничної колії з

рейками Р65 на залізобетонних шпалах в залежності від значень інших характеристик приведена маса знаходиться в межах $1,1-1,5 \cdot 10^3$ кг.

6. Розбіжність між експериментальними та отриманими раніше теоретичними значеннями величини приведеної маси залізничної колії складає до 8%, що свідчить про адекватність запропонованої моделі по визначенню величини приведеної маси залізничної колії (під шпальної основи).

Матеріали, викладені в розділі, опубліковані в роботах [127, 128, 137,].

РОЗДІЛ 4

ЧИСЛОВІ ДОСЛІДЖЕННЯ ВЕЛИЧИНІ ВЕРТИКАЛЬНИХ СИЛ ВЗАЄМОДІЇ ЗАЛІЗНИЧНОЇ КОЛІЇ ТА ЕЛЕКТРОПОЇЗДІВ EJ 675, NRCS2, ЕКР-1.

4.1 Опис алгоритму та програми для розрахунків

Для проведення числових досліджень величин сил взаємодії залізничної колії та обраних в роботі рухомих одиниць було доопрацьовано та використано програму, яка була розроблена в програмному середовищі *Mathcad* [80], яка структурно складається з п'ятнадцяти блоків (рис. 4.1).

Блок 1 «Формування початкових даних» організаційно складається з чотирьох масивів параметрів. В перший масив включено характеристики потягу, у другий – режим його руху. В третьому – прийняті характеристики колії, включаючи місце положення і розміри нерівностей. Четвертий масив складається з характеристик розрахункового екіпажу.

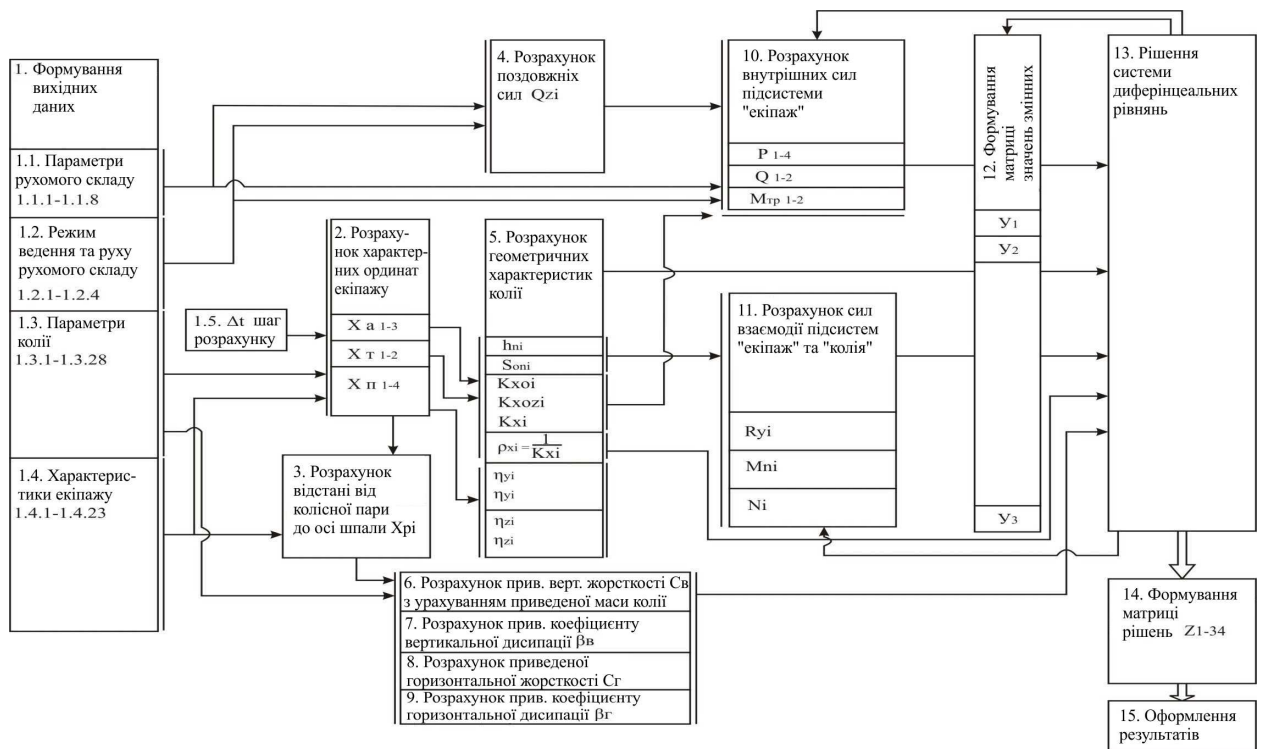


Рис. 4.1 – Алгоритм програми розрахунків сил взаємодії екіпажа і колії

Таким чином, чотири масиви першого блоку складаються з 67 значень.

В першому блоці окремим елементом задається крок розрахунку у вигляді інтервалу часу. Цей параметр визначає всі подальші розрахунки, включаючи розрахунки геометрії колії, значення параметричних джерел горизонтальних і вертикальних коливань екіпажа і колії.

В блоці 2 алгоритми розрахунків визначають положення характерних точок екіпажа щодо початку відліку осі x . Приймається, що в початковий момент часу $t=0$ початок осі x співпадає з віссю другого по ходу руху автозчеплення.

Блок 3 виконує функції визначення положення кожної осі екіпажа щодо осей найближчих шпал, що необхідне в подальшому для розрахунків значень приведених до точок контактів коліс і рейок жорсткостей і коефіцієнтів демпфування.

Розрахунок поздовжніх сил в складі, що виникають при його русі в режимі тяги, виконується в блоці 4.

В блоці 5 виконується розрахунок геометричних характеристик колії, відповідних точкам розміщення на колії колісних пар, центрів важкості кузова і візка, осей автозчеплень. Виконується перевірка розташування цих точок щодо початку перехідної кривої, початку кругової кривої, початку і закінчення вертикальних і горизонтальних нерівностей колії. Значення похідних ординат горизонтальних і аплікват вертикальних нерівностей використовуються в блоці 11.

В блоках 6, 7, 8 і 9 визначаються приведені до точки контакту колеса і рейки вертикальна жорсткість колії і приведений до цієї точки коефіцієнт розсіювання енергії у вертикальній площині, виконується перехід до статистичної оцінки значень. Ці розрахунки виконуються для кожного колеса екіпажа. Саме в блок №6 було внесено відповідні зміни для урахування приведеної маси залізничної колії.

Внутрішні сили, що виникають в підсистемі «екіпаж» розраховуються в блоці 10 з урахуванням набутих в блоці 4 значень поздовжніх сил, значень геометричних характеристик колії (блок 5) для характерних точок екіпажа.

В блоці 11 виконується розрахунок силових і кінематичних зв'язків підсистем «екіпаж» і «колія». Вертикальні сили взаємодії екіпажа і колії можуть визначатися з урахуванням дисбалансу коліс і з урахуванням ударних сил при русі колеса з повзуном та рейкових стиків. Наявність коліс в екіпажі з такими дефектами задається в масиві 3 блока 1 початкових даних.

Вбудовані в середовище системи *Mathcad* функції рішення диференціальних рівнянь вирішують систему, приведену до нормальної форми Коші $\dot{y}(t) = F(t, y)$. Оскільки, будь-яка система n диференціальних рівнянь приводиться до еквівалентної системи $2n$ рівнянь першого порядку, в програмі введені нові змінні y_i ($i=1-34$) таким чином:

$$y_1=q_1, y_2=q_2, y_3=q_3 \dots\dots\dots y_{17}=q_{17}; \quad (4.1)$$

тоді

$$\dot{q}_1 = \dot{y}_{18}, \dot{q}_2 = \dot{y}_{19}, \dot{q}_3 = \dot{y}_{20} \dots\dots \dot{q}_{17} = \dot{y}_{34} \quad (4.2)$$

Приведення системи рівнянь до нормальної форми виконано з використанням системи *Mathcad* і із застосуванням матеріалів, приведених в блоках 10 і 11 алгоритму розрахунків.

Рішення системи в нормальній формі виконується в блоці 13 інтеграцією по методу Рунге-Кутта з фіксованим кроком. Для цього використовується функція *rkfixed* (Y_0, t_n, t_k, n, F), вбудована в *Mathcad*, де вектор Y_0 містить початкові умови (блок 12), t_n і t_k , визначають початкове і кінцеве значення змінної інтеграції, n – фіксоване число кроків, F – символний вектор, який містить праві частини рівнянь.

Результат роботи блоку 13 – матриця Z , яка має розміри $(5 \cdot 10^4 \div 10 \cdot 10^4) \times 35$. Перший стовпець цієї матриці містить координати вузлів сітки – в даному випадку – час, з другого по тридцять п'ятий стовпець значення рішень y_i ($i = 1 - 17$).

Вбудовані функції системи *Mathcad* дозволяють ілюструвати одержані результати у вигляді графіків, при цьому можна масштаб осі ординат задавати автоматично або встановлювати його довільно. Також система дозволяє в автоматичному режимі вибирати максимальні і мінімальні

значення результатів, як протягом всієї розрахункової ділянки, так і на певному його відрізку.

4.2 Результати числових досліджень

З метою встановлення впливу приведеної маси залізничної колії на величину сил у вертикальній площині вихідні дані було розбито на дві групи. Єдиною відмінністю проведення розрахунків для варіантів першої групи (у порівнянні з другою) було відключення відповідних обчислювальних модулів для визначення приведеної маси залізничної колії. Всі інші вихідні дані були повністю ідентичними. В результаті проведених розрахунків були отримані величини вертикальних сил взаємодії для обраних рухомих одиниць в діапазоні швидкостей від 100 до 160 км/год., як із урахуванням приведеної маси залізничної колії, так і без неї.

На рис 4.2–4.7 наведено результати розрахунків електропоїздів EJ 675, HRCS2 та ЕКр1 при швидкості руху 160 км/год (результати для всіх діапазонів швидкостей наведено в Додатку Б).

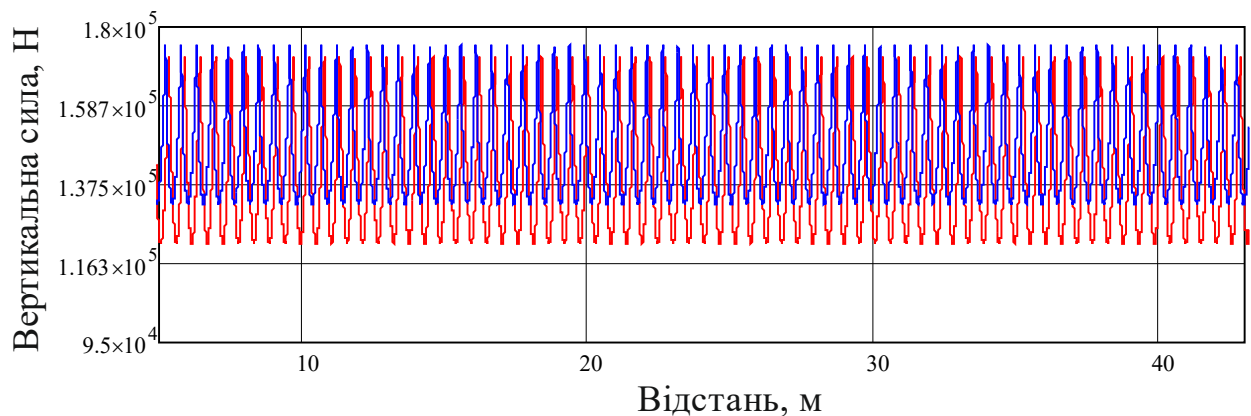


Рис. 4.2 Значення вертикальних сил без врахування приведеної маси колії при $V=160$ км/год для електропоїзда EJ 675

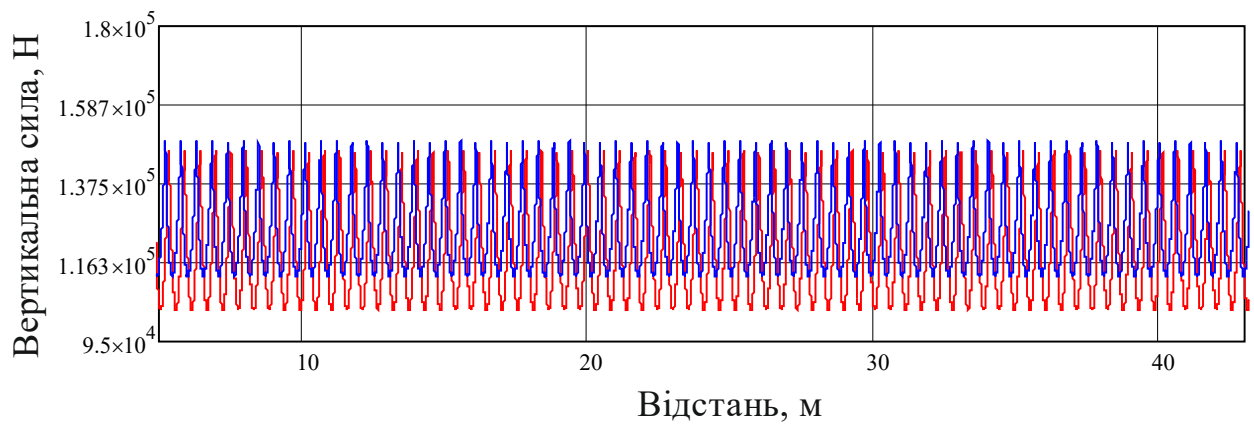


Рис. 4.3 Значення вертикальних сил із врахування приведеної маси колії при $V=160$ км/год для електропоїзда EJ 675

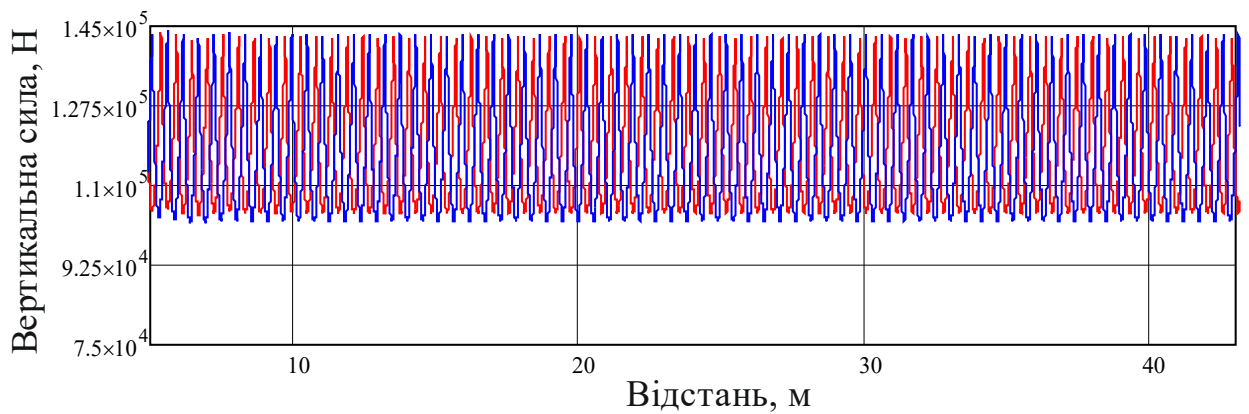


Рис. 4.4 Значення вертикальних сил без врахування приведеної маси колії при $V=160$ км/год для електропоїзда HRCS2

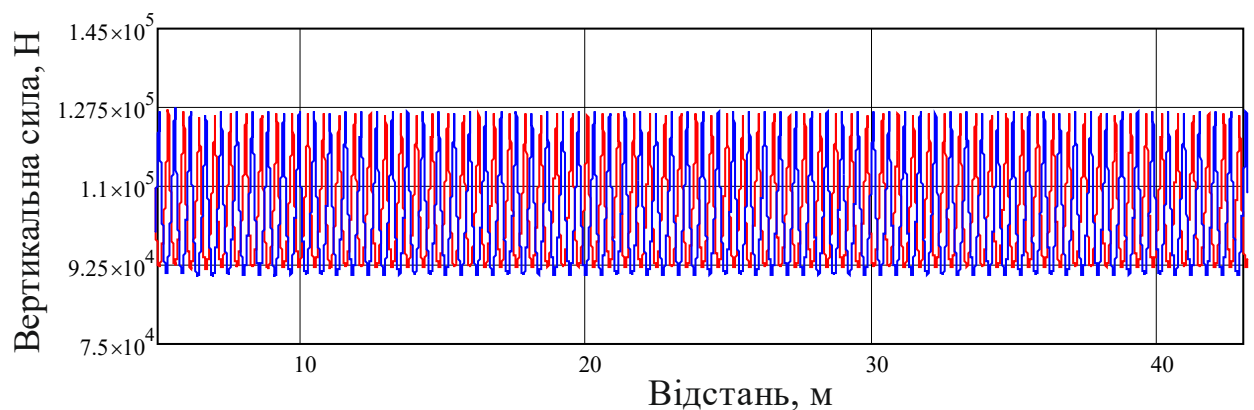


Рис. 4.5 Значення вертикальних сил із врахування приведеної маси колії при $V=160$ км/год для електропоїзда HRCS2

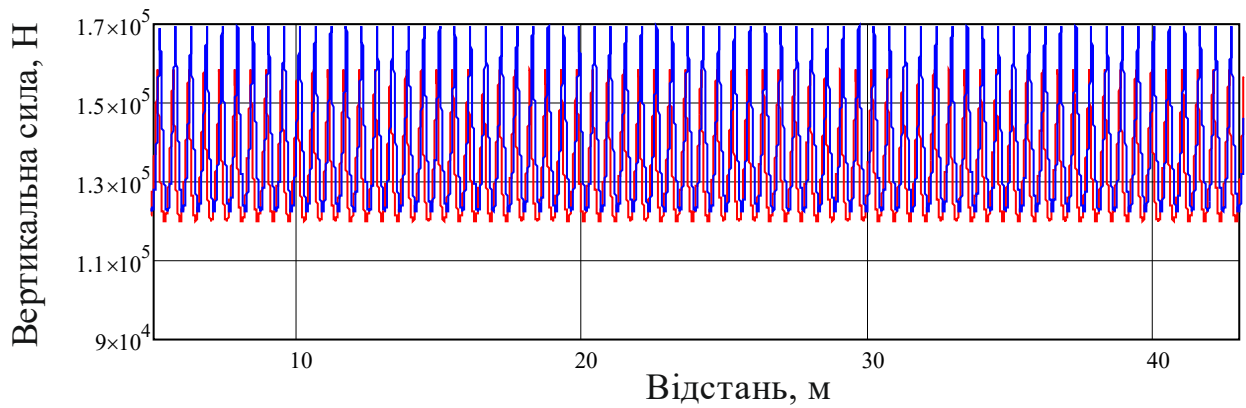


Рис. 4.6 Значення вертикальних сил без врахування приведеної маси колії при $V=160$ км/год для електропоїзда ЕКр1

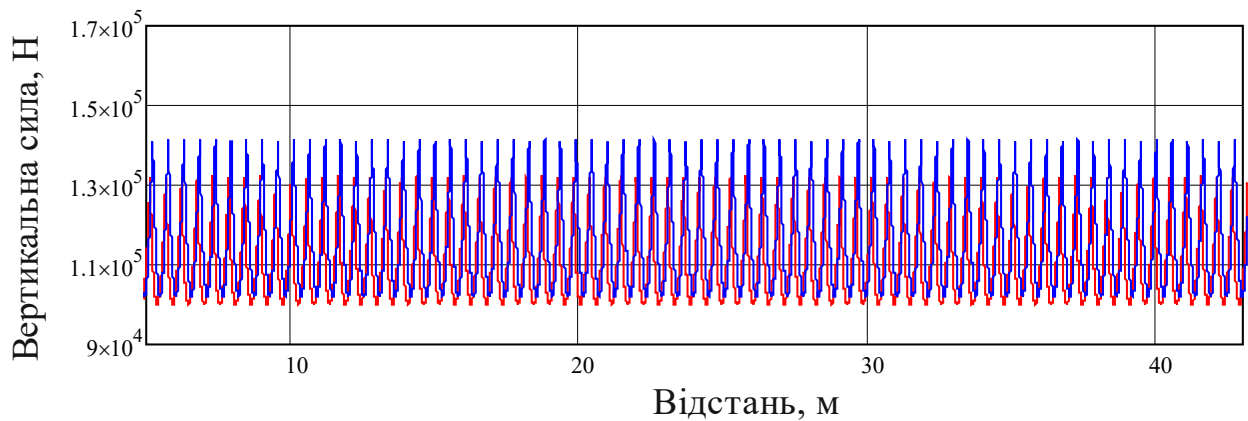


Рис. 4.7 Значення вертикальних сил із врахування приведеної маси колії при $V=160$ км/год для електропоїзда ЕКр-1

Аналізуючи рис. 4.2–4.7 можна відмітити, що при максимальній швидкості 160 км/год за умови врахування приведеної маси залізничної колії для електропоїзда EJ675 величина вертикальних сил знижується на 15% (з 175 до 149 кН); для електропоїзда HRCS2 це зменшення складає 12% (з 143 до 127кН) і для електропоїзда ЕКр1 – 17% (з 169 до 141 кН).

Аналогічна тенденція прослідковується і для мінімальної швидкості руху (яку було обрано для розрахунків) 100 км/год. За умови врахування приведеної маси колії зниження рівня вертикальних сил складає: для електропоїзда EJ 675 – 5% (з 144 до 137 кН), для електропоїзда HRCS2 – 4% (з 113 до 108 кН), електропоїзда ЕКр1 – 7% (з 139 до 130 кН).

Результати розрахунків для всього діапазону швидкостей наведено в табл. 4.1–4.3.

Таблиця 4.1

Результати розрахунків вертикальних сил взаємодії залізничної колії та електропоїзда EJ 675

Швидкість руху, км/год	Максимальні вертикальні сили P_{\max} без врахування приведеної маси колії, кН	Максимальні вертикальні сили P_{\max} із врахування приведеної маси колії, кН
100	143,7	136,7
110	148,9	138,1
120	154,2	139,8
130	159,5	142,0
140	164,7	143,7
150	170,0	145,3
160	175,2	149,1

Таблиця 4.2

Результати розрахунків вертикальних сил взаємодії залізничної колії та електропоїзда HRCS2

Швидкість руху, км/год	Максимальні вертикальні сили P_{\max} без врахування приведеної маси колії, кН	Максимальні вертикальні сили P_{\max} із врахування приведеної маси колії, кН
100	112,8	108,4
110	117,9	110,5
120	122,9	112,8
130	128,0	115,1
140	133,1	118,8
150	138,2	121,8
160	143,3	126,7

Результати розрахунків вертикальних сил взаємодії залізничної колії та електропоїзда ЕКр-1

Швидкість руху, км/год	Максимальні вертикальні сили P_{\max} без врахування приведеної маси колії, кН	Максимальні вертикальні сили P_{\max} із врахування приведеної маси колії, кН
100	139,1	129,9
110	144,1	132,2
120	149,2	133,4
130	154,3	134,3
140	159,4	135,8
150	164,5	138,7
160	169,6	141,4

Виходячи з таблиць 4.1–4.3 можна заключити, що при швидкостях руху 100-160 км/год без урахування приведеної маси залізничної колії величини вертикальних сил знаходяться в межах 113-175,2 кН, а при врахуванні цієї характеристики – від 109 до 149 кН. На умовному «першому» місці за цим показником знаходиться електропоїзд EJ675. Мінімальний рівень силового впливу на колію зафіксований для HRCS2

Вищенаведене дозволяє стверджувати, що приведена маса залізничної колії чине вплив на величину вертикальних сил взаємодії з рухомим складом.

Встановлено загальне зменшення величини цих сил для всіх обраних типів електропоїздів. Мінімальне (у процентному відношенні) зменшення для всього діапазону швидкостей зафіксоване для електропоїзда HRCS2 (4-12%), максимальне – для Екр1 (7-17%). При швидкості руху 140 км/год рівень вертикальних сил для електропоїздів EJ675, HRCS2, ЕКр1 знижується відповідно на 13, 11 та 15%.

Графічна інтерпретація отриманих результатів (рис. 4.1) дозволяє припустити, що імовірно можна говорити про деяку межу швидкості руху, до

якої вплив приведеної маси залізничної колії на величину сил вертикальних сил є мінімальним, тобто при проведенні розрахунків цю інерційну характеристику колії можна не враховувати. Але, безперечно, це припущення потребує додаткових досліджень.

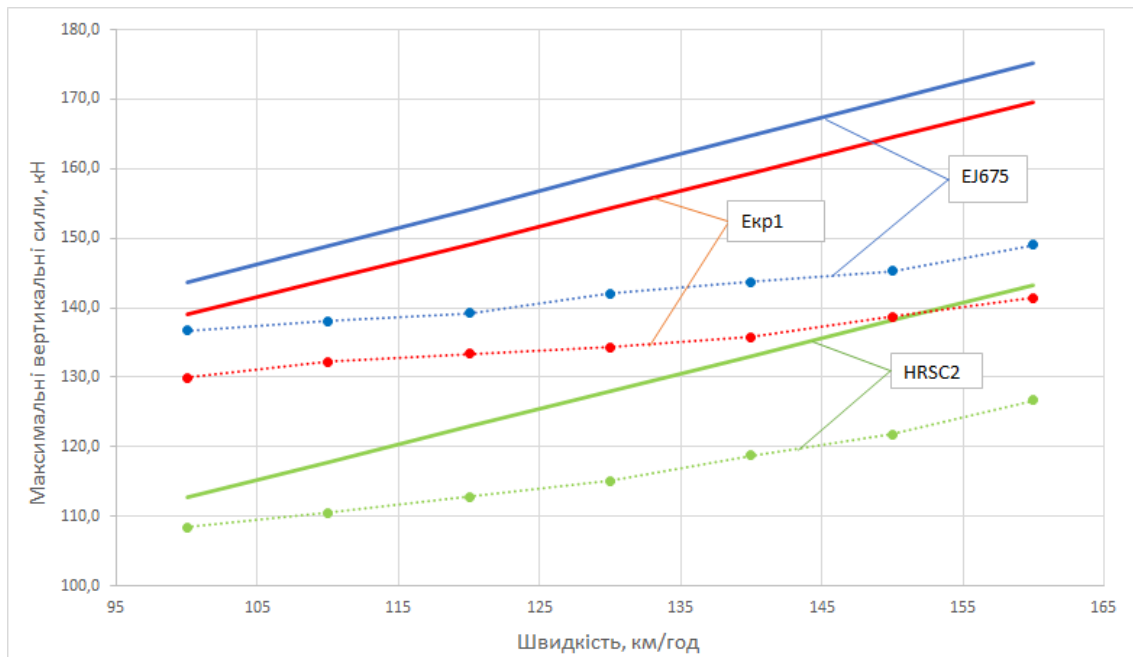


Рис. 4.8 Результати розрахунків вертикальних сил взаємодії залізничної колії та електропоїздів EJ675, HRCS2, Екр-1

Висновки до розділу 4

1. Проведені багатоваріантні числові дослідження сил взаємодії залізничної колії та електропоїздів EJ675, HRCS2, Екр-1 дозволили встановити, що величина приведеної маси колії чине вплив на рівень сил у вертикальній площині.

2. Встановлено загальне зменшення величини вертикальних сил для всіх обраних типів електропоїздів. Мінімальне (у процентному відношенні) зменшення для всього діапазону швидкостей зафіксоване для електропоїзда HRCS2 (4-12%), максимальне – для Екр-1 (7-17%). При швидкості руху 140

км/год рівень вертикальних сил для електропоїздів EJ675, HRCS2, ЕКр-1 знижується відповідно на 13, 11 та 15%

3. Врахування приведеної маси залізничної колії дозволяє точніше (на 4-17%) розраховувати величину вертикальних сил взаємодії залізничної колії і рухомого складу при швидкостях руху 100-160 км/год.

4. Отримані в цьому розділі результати з одного боку створюють передумови для проведення попередньої оцінки щодо можливості підвищення швидкостей на діючих дільницях прискореного руху АТ «Укрзалізниця», а з іншого – можуть розглядатися в якості відправної точки для проведення подальших досліджень для більш високих швидкостей руху.

Матеріали, викладені в розділі, опубліковані в роботах [128, 131, 133, 138].

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

Проведені в дисертаційній роботі теоретичні та експериментальні дослідження дозволили вирішити актуальну науково-технічну задачу по встановленню впливу приведеної маси колії на рівень сил взаємодії залізничної колії і рухомого складу у вертикальній площині в експлуатаційних умовах магістральних залізниць. Отримані результати дозволяють зробити наступні висновки:

1. Для вибору математичної моделі для даного дослідження проведено аналіз розвитку теорії розрахунків взаємодії залізничної колії та рухомого складу. Встановлено факт поступового відходу від використання в сучасних математичних моделях розрахункової схеми залізничної колії у вигляді балки на суцільній пружній основі. Результати проведеного аналізу також свідчать про складність формування вимог (надання рекомендацій) для вибору математичних моделей при проведенні відповідних досліджень, виходячи з постійного розвитку фізико-математичних засобів розрахунків та комп'ютерних систем їх реалізації. В якості однієї з альтернатив можливе використання просторових моделей, в яких залізнична колія розглядається як балка, що спирається на окремі опори з нелінійними пружно-дисипативними характеристиками.

2. Адаптовано комплекс математичних моделей просторової динамічної системи «екіпаж-колія». Внесені в розрахункову модель екіпажа та систему диференційних рівнянь зміни враховують особливості конструкції електропоїздів EJ675, HRCS2, ЕКр-1 (зокрема наявність двох ступенів ресорного підвішування). Рішення диференційного рівняння вертикальних переміщень рейки під дією зовнішнього вертикального навантаження, що

змінюється по гармонійному закону, дозволило визначити опорні реакції із урахуванням маси залізничної колії.

3. Величину приведеної маси залізничної колії (зокрема підшпальної основи) визначено з використанням просторової моделі динамічних деформацій залізничної колії на основі теорії пружності з урахуванням меж простору, що бере участь у коливаннях кожної рейкової опори в розрахунковий момент часу. Для залізничної колії з рейками типу Р65 на залізобетонних шпалах, в залежності від значень інших характеристик, величина приведеної маси знаходиться в межах $11 \div 15$ кН. Проведені експериментальні роботи в польових умовах показали задовільну достовірність отриманих результатів (розбіжність в межах $3 \div 8\%$)

4. Встановлено, що величина приведеної маси підшпальної основи прямо пропорційна модулю деформації баластного шару (його товщині, щільності), щільності ґрунту земляного полотна, а також обернено залежна від модуля деформації ґрунту земляного полотна. При зміні модуля деформації баластного шару в інтервалі $100 \div 200$ МПа величина приведеної маси збільшується від 6,63 до 8,36 кН. У випадку збільшення товщини баласту (від 30 до 60 см.) та його щільності (від 16 до 20 кН) величина приведеної маси знаходиться відповідно в межах $0,45 \div 1,37$, та $8,41 \div 8,94$ кН. Зміна модуля деформації ґрунту земляного полотна від 25 до 45 МПа призводить до зменшення величини приведеної маси з 9,67 до 7,66 кН

Швидкість руху починає впливати на величину приведеної маси залізничної колії при значеннях більше 240 км/год для конструкцій з низьким модулем пружності підрейкової основи.

5. Проведені багатоваріантні числові дослідження сил взаємодії залізничної колії та електропоїздів EJ675, HRCS2, ЕКр-1 дозволили

встановити, що величина приведеної маси колії чине вплив на рівень сил у вертикальній площині.

Врахування цієї інерційної характеристики дозволяє точніше (на 4-17%) розраховувати величину вертикальних сил взаємодії залізничної колії і рухомого складу при швидкостях руху 100-160 км/год.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Петров Н.П. Влияние поступательной скорости на напряжения в рельсе. Записки РТО, книга II. С.-Петербург, 1903. 89 с.
2. Петров Н.П. Постепенное развитие и современное состояние вопроса о напряжениях, вызываемых в рельсе вертикальными силами. *Железнодорожное дело*. 1904, Вип. 5. С. 43 – 51.
3. Тимошенко С.П. К вопросу о прочности рельсов. Прочность и колебания элементов конструкций. Москва, 1975. С. 322 – 358.
4. Годицкий-Цвирко А.М. Взаимодействие пути и подвижного состава. Монография. Москва, 1931. 215 с.
5. Марье Г. Взаимодействие пути и подвижного состава. *Труды Науч.- эксперимент. конструктор. ин-та ЦНТУ НКПС*. 1933, Вип. 2. 336 с.
6. Ершков О.П. Установление коэффициентов, учитывающих боковой изгиб и кручение рельсов. *Труды ВНИИЖТ*. 1955, Вип. 97. С. 189 – 325.
7. Вериго М.Ф. Вертикальные силы, действующие на путь при прохождении подвижного состава. *Труды ВНИИЖТ*. 1955, Вип. 97. С. 25-288.
8. Вериго М.Ф. Взаимодействие пути и подвижного состава. Москва, 1956. 280 с.
9. Щепотин К.И. О природе формирования модуля упругости рельсового основания. *Вопросы устройства и работы железнодорожного пути*. 1964, Вип. 40. С. 211 – 237
10. Даниленко Э.И. Расчетно-теоретический метод определения упруго-динамических параметров для обычной конструкции пути и многониточных. *Межвузовский сборник научных трудов. Исследования взаимодействия пути и подвижного состава*. 1997. С. 32 – 41.
11. Даниленко Э.И., Гнатенко В.П., Черник В.И., Шавловский Н.Н. Некоторые теоретические и практические вопросы, связанные с внедрением стрелочных переводов на железобетонных брусках. *Межвузовский сборник*

научных трудов. *Исследования взаимодействия пути и подвижного состава*. 1997. С. 20 – 31.

12. Е.І. Даніленко, В.В. Рибкін. Правила розрахунків залізничної колії на міцність і стійкість. Київ, 2006. 168 с.

13. Правила производства расчетов верхнего строения железнодорожного пути на прочность. Москва, 1954. 70 с.

14. Тимошенко С.П. О динамических напряжениях в рельсах. Статические и динамические проблемы теории упругости. Киев, 1975. С. 28 – 44.

15. Холодецкий А.А. Об износе железнодорожных рельсов в зависимости от напряжений, появляющихся в них при действии подвижной нагрузки. *Инженер*. 1888, Вып. 6. С. 224 – 235.

16. Ангелейко В.И. О предпосылках для разработки наставления по расчету верхнего строения пути. *Техника железных дорог*. 1949, Вып. 6. С. 12 – 24.

17. Ангелейко В.И. К вопросу о влиянии поперечных горизонтальных сил на напряжения в рельсе. Харьков, 1953. 131 с.

18. Ангелейко В.И. О влиянии поперечных горизонтальных сил на напряжения в рельсе. *Труды ХИИТ*. 1956, Вып. 26. С. 112 – 142.

19. Ангелейко В.И. Вывод основных уравнений для расчета рельса в горизонтальной и вертикальной плоскостях. Харьков, 1958. 38 с.

20. Шахунянц Г.М. Расчеты элементов верхнего строения пути на прочность. Москва, 1939. 154 с.

21. Даніленко Е.І. Сучасні рейкові пружні скріплення і особливості вимог до вітчизняних скріплень на залізобетонних шпалах. *Залізничний транспорт України*. 2002, Вып. 6. С. 3 – 12.

22. Даніленко Е.І. Вибір раціональних параметрів пружності для вітчизняних скріплень на залізобетонних шпалах. *Збірник наукових праць КУЕТТ*. 2003, Вып. 1 – 2. С. 4 – 17.

23. Даніленко Е.І. Дослідження проміжних рейкових скріплень для залізобетонних шпал на витривалість при впливі циклічного навантаження.

Збірник наукових праць КУЕТТ. 2005. С. 26 – 38.

24. Даниленко Е.І. Забезпечення поперечної стійкості колії проти розпирання при сучасних конструкціях проміжних рейкових скріплень.

Збірник наукових праць ДЕТУТ. 2008, Вип. 12. С. 40 – 41.

25. Даниленко Е.І. Сучасний підхід до визначення сил взаємодії колії та рухомого складу в зоні стрілочного переводу. *Вістник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту. 2003, Вип. 2. С. 6 – 10.*

26. Даниленко Э.И., Гниломедов В.В., Мналимов Т.М. Определение сил взаимодействия на крестовинах с различной массой и жесткостью. *Деп. рук. РЖ ВИНТИ АН СССР “Железнодорожный транспорт”. 1983, Вип. 10. 11 с.*

27. Даниленко Э.И., Гниломедов В.В., Абросимов В.И. Силовое взаимодействие подвижного состава и крестовин с непрерывной поверхностью катания. *Межвузовский сборник научных трудов. 1983. С. 98 – 107.*

28. Даниленко Э.И., Коган А.Г., Щур Э.А. Определение допускаемых напряжений в литых крестовинах из высокомарганцевистой стали. *Вестник ВНИИЖТа. 1989, Вип. 5. С. 44 – 48.*

29. Яковлев В.Ф. Специальные конструкции пути промышленных железных дорог. Ленинград, 1981. 43 с.

30. Першин С.П. Вертикальная жесткость пути и его надежность. *Путь и путевое хозяйство. 1996, Вип. 8. С. 8 – 10.*

31. Волошко Ю.Д. Расчет рельса как балки на дискретных упругих опорах со случайными характеристиками. *Труды ДИИТ. 1977, Вип. 196/19. С. 93 – 98.*

32. Инструктивные указания по определению эффективности внедрения систем управления качеством работы предприятий железнодорожного транспорта, эксплуатационная деятельность. Москва, 1991. 104 с.

33. Даренський О.М. Статические характеристики случайных вертикальных неровностей пути в условиях промышленного транспорта.

ІКСЗТ. 2007, Вип. 3. С. 2 – 4.

34. Даренський О.М. Оценка влияния кривых на статистические характеристики горизонтальных неровностей пути в условиях промышленного транспорта. *ІКСЗТ*. 2007, Вип. 4. С. 2 – 4.

35. Балака Є.І. Оцінка економічної доцільності інвестицій в інноваційні проекти на транспорті. Харків, 2005. 210 с.

36. Даренський О.М. Статистические характеристики силовых неровностей продольного профиля пути на участках обращения подвижного состава с осевыми нагрузками до 30т. *ІКСЗТ*. 2008, Вип. 2. С. 17 – 20.

37. Даренський О.М. Влияние осевых нагрузок на статистические характеристики геометрических неровностей плана и профиля пути промышленного транспорта. *ІКСЗТ*. 2008, Вип. 3. С. 43 – 47.

38. Даренський О.М. Влияние геометрических неровностей пути на величины изгибных напряжений в рельсах. *Зб. наук. праць УкрДАЗТ*. 2008, Вип. 99. С. 167 – 176.

39. Климов В.И., Рыбкин В.В. Статический расчет пути как балки на опорах с нелинейной жесткостью. *Труды ДИИТ*. 1984, Вип. 235/26. С. 3 – 8.

40. Никеров Н.С. Исследование сил взаимодействия рельсовых нитей и подрельсовых шпальных оснований. *Труды ЛИИЖТ*. 1977, Вип. 416. С. 40 – 47.

41. Никеров Н.С., Гниломедов В.В. Метод расчета пути на горизонтальные продольные силы. *Труды ЛИИЖТ*. 1977, Вип. 416. С. 26 – 35.

42. Семёнов И.И., Никеров Н.С. Исследование напряженно-деформированного состояния элементов верхнего строения пути на основе пространственной расчетной схемы. *Труды ЛИИЖТ*. 1971, Вип. 328. С. 43 – 61.

43. Никеров Н.С. Изгибные напряжения в рельсах и давления на шпалы при воздействии на путь миксерных чугуновозов. *Межвузовский сборник научных трудов*. Ленинград, 1978. С. 13 – 17.

44. Белых К.Д., Гонтаровский П.П. Вариационный метод расчета рельса как пространственной конструкции верхнего строения пути. *Труды ДИИТ*. 1972, Вип. 138. С. 129 – 138.

45. Белых К.Д. К вопросу расчета рельса по методу предельных состояний на базе пространственной расчетной схемы в условиях промтранспорта. *Труды ДИИТ*. 1975, Вып. 167/16. С. 113 – 119.
46. Белых К.Д., Уманов М.К., Малышко Г.Н. О нагрузках от колёс при расчете железнодорожного пути. *Металлургическая и горнорудная промышленность*. 1976, Вып. 5. С. 78 – 79.
47. Белых К.Д. Теория расчета и исследование напряженно-деформированного состояния железнодорожного пути на металлургических заводах. Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук. Ленинград, 1979. 41 с.
48. Першин С.П. Вертикальная жесткость пути и его надежность. *Путь и путевое хозяйство*. 1996, Вып. 8. С. 8 – 10.
49. Клименко Л.В. Расчет пути с учетом неравноупругости подрельсового основания. *Путь и путевое хозяйство*. 2005, Вып. 6. С. 34 – 35.
50. Бугаець Н.В. Результати експериментальних робіт з визначення напружень у баластному шарі і на основній площадці земляного полотна в умовах промислового залізничного транспорту. *Зб. наук. праць УкрДАЗТ*. 2010, Вып. 119. С. 199 – 204.
51. Бугаець Н.В. Вплив експлуатаційних характеристик промислових залізниць на змінення коефіцієнта постілі шпал. *Вісник Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля*. 2012, Вып. 9 (180). С. 254 – 257.
52. Клименко А.В. Особенности расчетов взаимодействия пути и подвижного состава в зоне рельсовых стыков при дискретном подрельсовом основании. *Вісник Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля*. 2013, Вып. 9 (198). С. 49 – 53.
53. Клименко А.В. Чисельні дослідження сил взаємодії спеціального та спеціалізованого рухомого складу в зоні рейкових стиків. *Сборник научных трудов «S-world»*. 2014, Вып. 3 (36). С. 7–12.
54. Керр А., Зарембски А. Новые уравнения для реакции пути на шпалах в поперечной плоскости. *Железные дороги мира*. 1987, Вып. 10. С. 52 – 58.

55. Кравченко Н.Д. Условия работы рельсовой нити при воздействии боковых нагрузок. Москва, 1977. 38 с.
56. Яковлев В.Ф. Исследование упруго-динамических характеристик пути и определение динамических вертикальных сил в крестовине. *Труды ЛИИЖТ*. 1964, Вып. 222. С. 36 – 49.
57. Полетаев В.И. О методах определения упруго-динамических характеристик пути в вертикальной плоскости. *Труды ЛИИЖТ*. 1969, Вып. 296. С. 63 – 75.
58. Бурчак Г.П., М.В. Вольнов Определение инерционных и диссипативных характеристик пути из опыта на вынужденном колебании. *Труды МИИТ*. 1976, Вып. 542. С. 43 – 68.
59. Ершков О.П. Изгиб и кручение рельса под действием горизонтальных поперечных сил. Автореферат диссертации на соискание ученой степени к. т. н.. Москва, 1951. 26 с.
60. Даниленко Э.И. Результаты динамикопрочностных и эксплуатационных испытаний крестовин типа Р65 марки 1/9. *Межвузовский сборник научных трудов*. Дніпропетровськ, 1991. С. 45 – 60.
61. Даніленко Е.І. Графоаналітичний метод визначення динамічних сил взаємодії в зоні нерівностей на хрестовинах з залізобетонними брусами на основі аналізу їх параметрів. *Збірник тез доповідей 3-ї Науково-практичної конференції КУЕТТ*. 2005. 6 с.
62. Поньрко В.Н. К вопросу определения приведенной массы пути при нелинейной жесткости пути. *Труды ДИИТ*. 1982, Вып. 223/24. С. 86 – 92.
63. Современные конструкции верхнего строения железнодорожного пути. Москва, 1975. 280 с.
64. Золотарский А.Ф., Евдокимов Б.А., Исаев Л.Г., Крысанов Л.Г. Железобетонные шпалы для рельсового пути. Москва, 1980. 270 с.
65. Работа шпалы и рельса под статической нагрузкой. *Тр. МИС ЦПТДУ НКПС*. 1931, Вып. 146. 119 с.

66. Сергеев Б.Н. Упрощенные методы полевых испытаний рельсового пути. *Тр. НИИ пути*. Москва, 1933. С. 9 – 27.
67. Фришман М.А. Еще раз об определении модуля упругости подрельсового основания. *Труды ДИИТ*. 1965, Вып. 57. С. 4 – 8.
68. Лысюк В.С. Вероятностные исследования жесткости пути. *Вестник ВНИИЖТ*. 1981, Вып. 6. С. 53 – 56.
69. E. Winkler. Der Eisenbahnoberbau nach den vortriigen iiber Eisenbahn buu gehalten an der k. k. technischen Hochschule in Wien. Prag, 1875. s 54.
70. Бабков В.Ф. Об истинном авторе одной гипотезы. *Строительство дорог*. 1950, Вып. 5. С. 24 – 26.
71. Васютинский А.А. Наблюдения над временными деформациями верхнего строения пути на Варшаво-Венской железной дороге. *Труды XV съезда инженеров службы пути*. Москва, 1858. С. 12 – 17.
72. Стецкевич И.Р. Об опытах над устойчивостью верхнего строения пути при проходе поездов. *Протоколы XII совмещенного съезда инженеров службы пути русских железных дорог*. Москва, 1894. С. 65 – 72.
73. Ершков О.П. Исследование жесткости железнодорожного пути и ее влияние на работу рельсов в кривых участках. *Труды ЦНИИ МПС*. 1964, Вып. 264. С. 39 – 48.
74. Вериго М.Ф. К вопросу о процессах взаимодействия необрессоренных масс и пути. *Вестник ВНИИЖТ*. 1969, Вып. 6. С. 22 – 25.
75. Шмидт К.М. Влияние массы пути на деформацию его при ударе колеса с подрессоренным грузом. *Сб. НИИ пути и путевого хозяйства*. Москва, 1941. С. 87 – 109.
76. Шахунянц Г.М., Коншин А.А., Коншин Г.Г. Работа пути с железобетонными шпалами под нагрузкой. *Тр. МИИТ*. 1968, Вып. 178. С. 20 – 59.
77. Гасанов А.И. О приведенной массе пути. *Вестник ВНИИЖТ*. 1968, Вып. 6. С. 52 – 53.

78. Яковлев В.Ф., Семенов И.И. Исследование упруго-динамических характеристик пути и определение вертикальных динамических сил в пространстве. *Труды ЛИИЖТ*. 1964, Вып. 222. С. 106 – 137.

79. Яковлев В.Ф. Определение расчетных параметров пути в вертикальной и горизонтальной плоскостях с помощью вибромашины. *Труды ЛИИЖТ*. 1971, Вып. 326. С. 66 – 85.

80. Вітольберг В.Г. Прогнозування ресурсу роботи залізобетонних шпал типу сб 3-0 в умовах залізничних колій незагального користування Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня к.т.н. Київ. 2013. 23 с.

81. Тулей Ю.Л. Раціоналізація норм улаштування рейкової колії в кривих малих радіусів для підвищення ресурсів роботи рейок Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня к.т.н. Харків. 2018. 25 с.

82. Клименко А. В. Підвищення ресурсів роботи залізничних колій незагального користування за рахунок вдосконалення утримання рейкових стиків. Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня к.т.н. – Київ. – 2015. – 26 с.

83. Мямлин С. В. Моделирование динамики рельсовых экипажей / С. В. Мямлин. – Д. : Новая идеология, 2002. – 240 с.

84. Математическое описание силового взаимодействия колес и рельсов / Л. Н. Дегтярева, Ю. И. Осенин, С. В. Мямлин // Вісн. Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Дніпропетровськ, 2009. – Вып. 28. – С. 21–24.

85. Myamlin S. V. Investigation of dynamic characteristics of gondola cars on perspective bogies / S. V. Myamlin, V. M. Bubnov, Ye. O. Pysmennyi // Наука та прогрес транспорту. – 2014. – № 5 (53). – С. 126–137.

86. Myamlin S. et al. Determination of the dynamic characteristics of freight wagons with various bogie //Transport. – 2015. – Т. 30. – №. 1. – С. 88-92.

87. Мямлин С. В. Математична модель коливань колісної пари з незалежним обертанням коліс в горизонтальній площині / S. Myamlin, O. Kirilchuk, V. Metyzenko // Наука та прогрес транспорту. Вісник

Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту. – 2016. – N 4(64). - С. 134-141.

88. Курган Д.М. Методологія розрахунків залізничної колії при взаємодії з швидкісним рухомим складом // Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора тех. н. – Дніпро. – 2017. – 378 с.

89. Курган Д. М. Основи математичного опису хвильової моделі розповсюдження напружень в залізничній колії / Д. М. Курган // Наука та прогрес транспорту. Вісн. Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. – 2016. – № 5(65). – С. 101–113.

90. Курган Д. М. Визначення динамічного навантаження від колеса на рейку для швидкісних поїздів / Д. М. Курган // Наука та прогрес транспорту. Вісн. Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. – 2015. – № 3 (57). – С. 118–128.

91. Kurhan D. Determination of Load for Quasi-static Calculations of Railway Track Stress-strain State / D. Kurhan // Acta Technica Jaurinensis. – 2016. – Т. 9. – №. 1. – С. 83–96.

92. Курган М. Б. Теоретичні основи впровадження високошвидкісного руху поїздів в Україні : монографія / М. Б. Курган, Д. М. Курган // –Дніпро : Вид-во ДНУЗТ, 2016. – 283 с.

93. Kurhan D. Determination of Load for Quasi-static Calculations of Railway Track Stress-strain State / D. Kurhan // Acta Technica Jaurinensis. – 2016. – Т. 9. – №. 1. – С. 83–96.

94. Kurhan D. M. Features of perception of loading elements of the railway track at high speeds of the movement / D. M. Kurhan // Science And Transport Progress. Bulletin of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport. – 2015. – № 2(56). – P. 136–145.

95. Курган Д. Моделирование взаимодействия пути и подвижного состава с учетом времени прогиба подрельсового основания / Д. Курган // Проектирование развития региональной сети железных дорог : сб. науч. тр. /

Дальневосточный гос. ун-т путей сообщения; под ред. В. С. Шварцфельда. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2015. – Вып. 3. – С. 167–175.

96. Використання цифрової вимірювальної техніки для експериментальних досліджень взаємодії колії і рухомого складу / І. О. Бондаренко, Д. М. Курган, О. М. Патласов, В. Є. Савлук // Вісн. Дніпропетр. нац. Ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Дніпропетровськ, 2011. – Вип. 37. – С. 124–128.

97. Інструкція з улаштування та утримання колії залізниць України. ЦП- 0269 / Е. І. Даніленко, А. М. Орловський, О. М. Патласов, М. І. Карпов, В. П. Шраменко, О. І. Белорусов, В. О. Яковлев, В. М. Молчанов, К. В. Корноухова, М. Б. Курган, Д. М. Курган, В. М. Твердомед, Р. М. Йосифович, О. О. Сорока. – Київ, 2012. – 456 с.

98. Даніленко Е. І. Залізнична колія. Улаштування, проектування і розрахунки, взаємодія з рухомим складом : підруч. для вищ. навч. закл. : у 2 т. / Е. І. Даніленко. – Київ : Інпрес, 2010. – Т. 1. – 456 с.

99. Даніленко Е. І. Залізнична колія. Улаштування, проектування і розрахунки, взаємодія з рухомим складом : підруч. для вищ. навч. закл. : у 2 т. / Е. І. Даніленко. – Київ : Інпрес, 2010. – Т. 2. – 456 с.

100. Даніленко Е. І. Правила розрахунків залізничної колії на міцність і стійкість. ЦП-0117 / Е.І. Даніленко, В. В. Рибкін. – Київ : Транспорт України, 2004. – 64 с.

101. Даниленко Э. И. Стрелочные переводы железных дорог Украины (Технология производства, эксплуатация в пути, расчеты и проектирование) / Э. И. Даниленко, А. П. Кутах, С. Д. Тараненко : Киевский ин-т ж.-д. трансп. – К.: 2001. – 296 с.

102. Даніленко Е. І. Розрахунок характеристик жорсткості та пружності рейкової нитки при крученні під дією вертикальних і горизонтальних сил // Наука та прогрес транспорту. Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту. – 2016. – № 5(65). - С. 79-91.

103. Даніленко Е. І. Експериментальні дослідження характеристик горизонтальної поперечної жорсткості і модуля пружності залізничної колії

при різних конструкціях рейкових скріплень / Е. І. Даніленко, В. П. Велінець // Залізн. трансп. України. – 2015. – № 4. – С. 3–11.

104. Даніленко Е. І. Новітні дослідження бічної пружності рейкових ниток при спільній дії вертикальних і горизонтальних сил // Наука та прогрес транспорту. – 2015. – № 6 (60). – С. 65–77.

105. Даниленко Э. И. Теоретическое решение задачи по определению реального бокового модуля упругости пути, при совместном действии на рельсовую нить горизонтальных и вертикальных сил / Э. И. Даниленко, В. П. Велинец // Зб. наук. пр. Держ. економ.-техн. унту трансп. Серія: Трансп. системи і технології. – Київ, 2014. – Вип. 24. – С. 106–122.

106. Kurhan D. Modeling the Dynamic Response of Railway Track / D. Kurhan, M. Kurhan // IOP Conf. Ser.: Materials Science and Engineering. – 2019. – Vol. 708. – p. 012013.

107. Electric multiple units series 675 Ukraine [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.skoda.cz/en/references/electric-multiple-units-series-675-ukraine/?from=prod> – Назва з екрана. – Перевірено: 02.04.2020.

108. EJ 675 [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://uk.wikipedia.org/wiki/EJ_675 – Назва з екрана. – Перевірено: 02.04.2020.

109. Ukraine Intercity Express EMU [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://www.hyundai-rotem.co.kr/Eng/Business/Rail/Business_Record_View.asp?brid=53 – Назва з екрана. – Перевірено: 05.03.2020.

110. HRCS2 [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://uk.wikipedia.org/wiki/HRCS2> – Назва з екрана. – Перевірено: 12.03.2020.

111. Швидкісний двосистемний електропоїзд ЕКр-1 [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.kvsz.com/index.php/ua/produktsiya/pasazhirske-vagonobuduvannya/motorvagonnij-rukhomij-sklad/item/1902-shvydkisnyi-dvosystemnyi-elektropoizd-ekr-1> – Назва з екрана. – Перевірено: 15.03.2020.

112. ЕКр1 «Тарпан» [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://uk.wikipedia.org/wiki/ЕКр1_«Тарпан» – Назва з екрана. – Перевірено: 02.04.2020.

113. Высокоскоростной железнодорожный транспорт. Общий курс: учеб. пособие: в 2 т. / И.П. Киселев и др.; под ред. И.П. Киселев. – М.: ФГБОУ «Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте», 2014. – Т.1. – 308 с.

114. Высокоскоростной железнодорожный транспорт. Общий курс: учеб. пособие: в 2 т. / И.П. Киселев и др.; под ред. И.П. Киселев. – М.: ФГБОУ «Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте», 2014. – Т.2. – 272 с.

115. Теорія та конструкція рухомого складу високошвидкісного транспорту : підручник / С. В. Панченко, О. Б. Бабанін, А. О. Каграманян, Ю. М. Дацун. – Харків : УкрДУЗТ, 2018. - 362 с.

116. Digital Accelerometer ADXL345 Data Sheet. // Analog Devices, Inc. ©2009–2015. 24 с.

117. www.vibration.ru. [Електронний ресурс] – Режим доступу: <https://vibration.ru> – Назва з екрана. – Перевірено: 02.04.2020.

118. [Електронний ресурс] – Режим доступу: <https://russianelectronics.ru/3-osevye-mikromekhanicheskie-akselerometry-adxl345-i-adxl346-s-mikropotrebleniem-i-detektorom-sobytij/> – Назва з екрана. – Перевірено: 18.03.2020.

119. Гурский Е. И. Теория вероятностей с элементами математической статистики / Е. И. Гурский – Москва : Высш. школа. 1971. – 328 с.

120. Рибкін В. В. Надійність залізничної колії : навчальний посібник / В. В. Рибкін, І. О. Бондаренко, Д. М. Курган. – Д.: ДНУЗТ, 2013. – 154 с.

121. Fandos M.M Investigation and Classification of Bogie Designs and their Potential to Adopt Lightweight Structures by Means of a Database // Bachelor Thesis Institute of Vehicle System Technology Rail System Technology – 2018. – 81p.

122. Çağlar Uyulan, Metin Gokasan Nonlinear Dynamic Characteristics of the Railway Vehicle// *Nonlinear Engineering* – 2017; №6(2). – p. 123–137.
123. Chenyi Zhou, Liang Gao, Hong Xiao, Bowen Hou Railway Wheel Flat Recognition and Precise Positioning Method Based on Multisensor Arrays// *Applied Sciences*. – <http://dx.doi.org/10.3390/app10041297>
124. Connolly D. P. Benchmarking railway vibrations—Track, vehicle, ground and building effects // *Construction and Building Materials*. – 2015. – Т. 92. – С. 64-81.
125. Connolly D. P. Assessment of railway vibrations using an efficient scoping model // *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. – 2014. – Т. 58. – С. 37-47.
126. Connolly D. Optimising low acoustic impedance back-fill material wave barrier dimensions to shield structures from ground borne high speed rail vibrations // *Construction and Building Materials*. – 2013. – Т. 44. – С. 557-564.
127. Kurhan, D., Leibuk, Y. Research of the Reduced Mass of the Railway Track. *Acta Technica Jaurinensis*. 2020. 13(4). pp. 324–341.
128. Лейбук Я.С., Скорик О.О., Муригіна Н.О., Зверева А.С. Експериментальне визначення приведеної маси колії. *Збірник наукових праць «Мости та тунелі: теорія, дослідження, практика»*. 2019. № 15. С. 41–46.
129. Даренський О.М., Шраменко В.П., Тулей Ю.Л., Дудін О.А., Лейбук Я.С. Математична модель колії, яка має інерційні характеристики, під дією швидкісного рухомого складу. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*. 2018. №4. С. 35–40.
130. Даренський О.М., Тулей Ю.Л., Овчинніков О. О., Лейбук Я.С. Числові дослідження динамічних поперечних сил у кривих, у зонах нерівностей ланок колії. *Збірник наукових праць УкрДУЗТ*. 2018. Вип. 179. С. 51–58.
131. Даренский А.Н., Лейбук Я.С. Математическая модель колебаний железнодорожного пути как балки, которая имеет инерционные характеристики. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*. 2017. №2. С. 16–20.

132. Dmytro Potapov, Sergij Panchenko, Yaroslav Leibuk, Yuseph Tuley, Pavel Plis Effect of joint and isolated irregularities of the track on the wear of rails in curves. *MATEC Web of Conferences* 230. 2018. 01012.

133. Alexander Darenskiy, Volodymyr Vitolberg, Denis Fast, Andrii Klymenko, Yaroslav Leibuk A mathematical model of the rail track presented as a bar on elastic and dissipative supports under the influence of moving loads. *MATEC Web of Conferences* 116. 2017. 03002

134. Даренський О.М., Лейбук Я.С., Клименко А.В. Математична модель коливань залізничної колії як балки, яка має інерційні характеристики. *6-а Міжнародна науково-технічна конференція «Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд і будівель на залізничному транспорті»*. 2017. Харків: УкрДУЗТ. С. 196–197.

135. Лейбук Я.С. Вынужденные колебания пути как балки, которая имеет инерционные характеристики. *Збірник наукових праць УкрДУЗТ. Тези доповідей 80-ї Міжнародній науково-технічній конференції «Розвиток наукової та інноваційної діяльності на транспорті»*. 2018. С. 109.

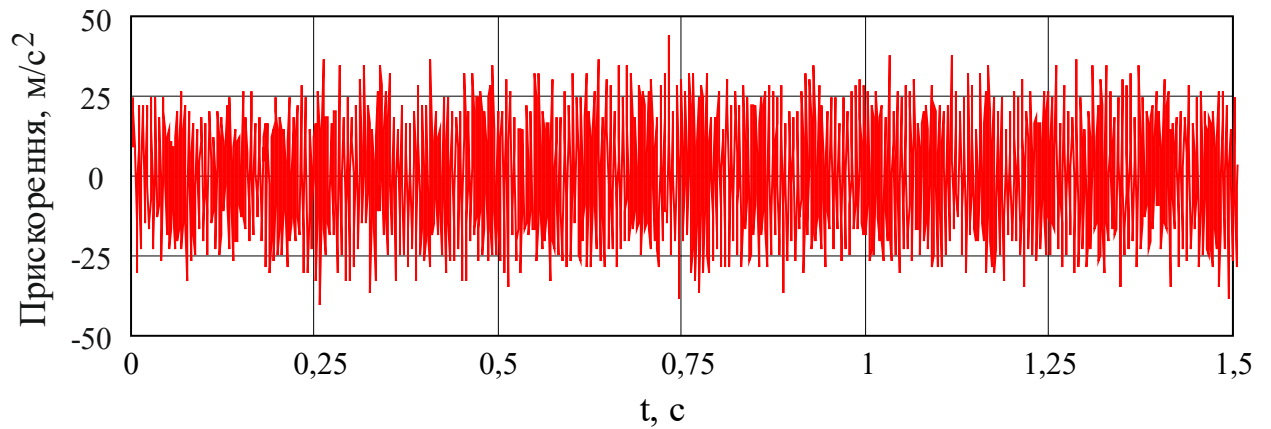
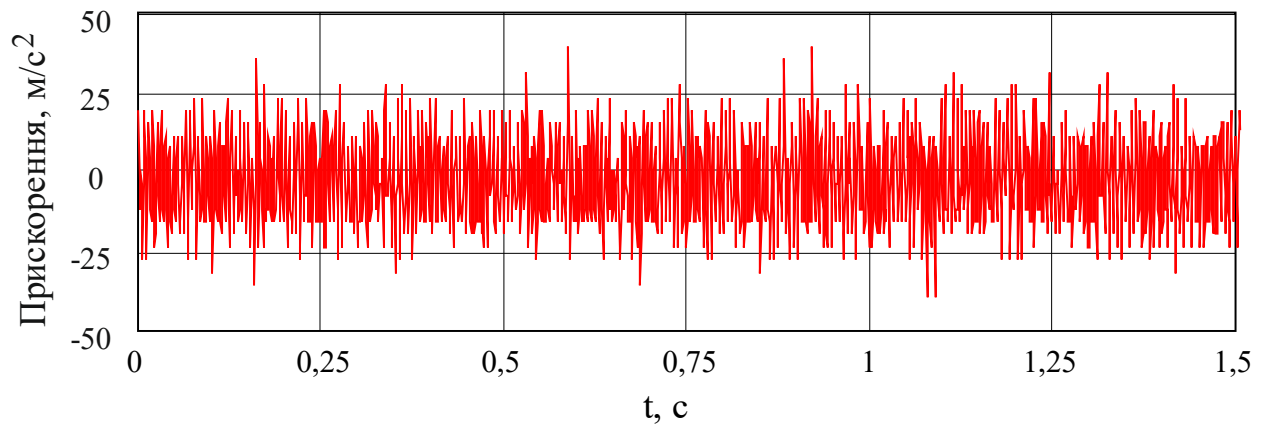
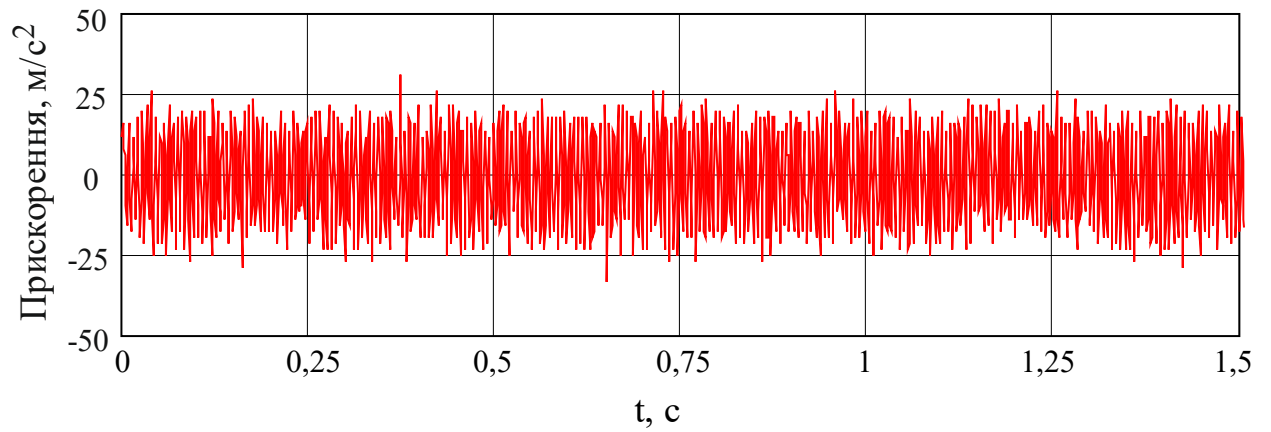
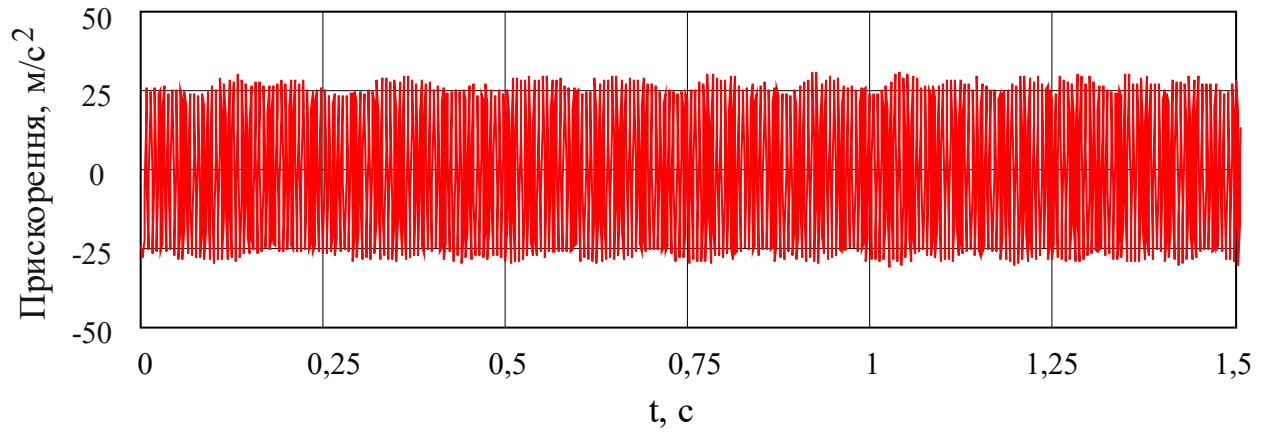
136. Даренський О.М., Лейбук Я.С. Чисельні дослідження динамічних поперечних сил в кривих, в зонах нерівностей ланок колії. *7-а Міжнародна науково-технічна конференція «Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд і будівель на залізничному транспорті»*. 2018. С. 35–36.

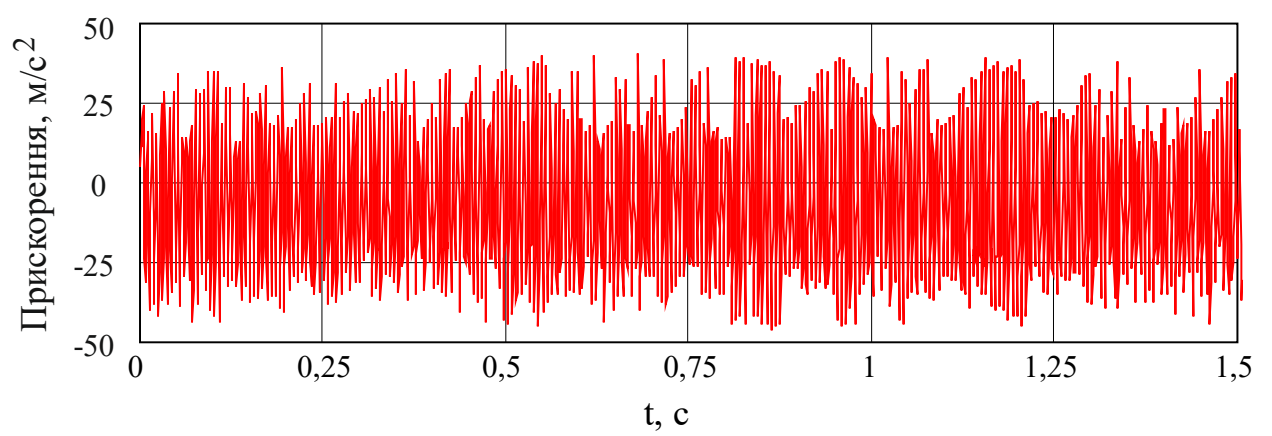
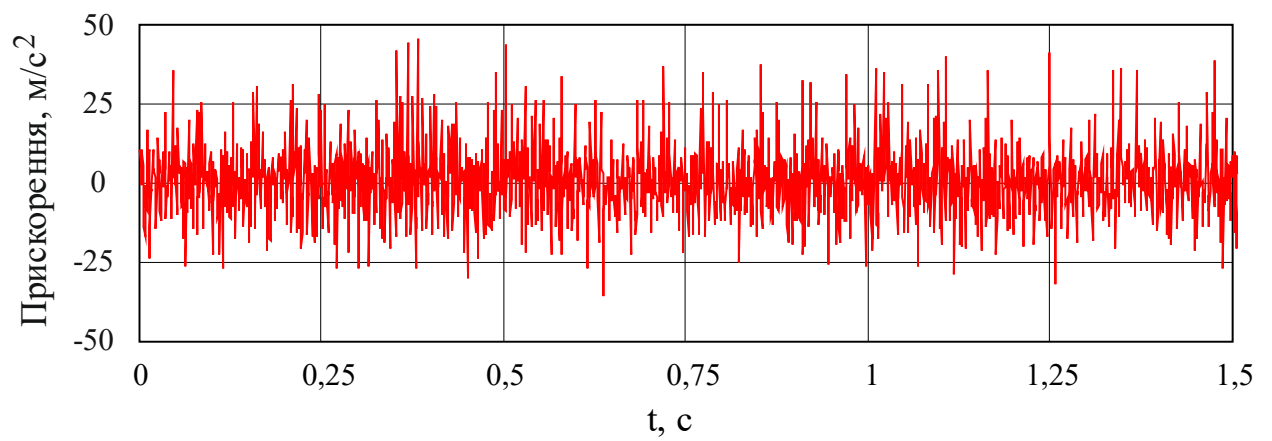
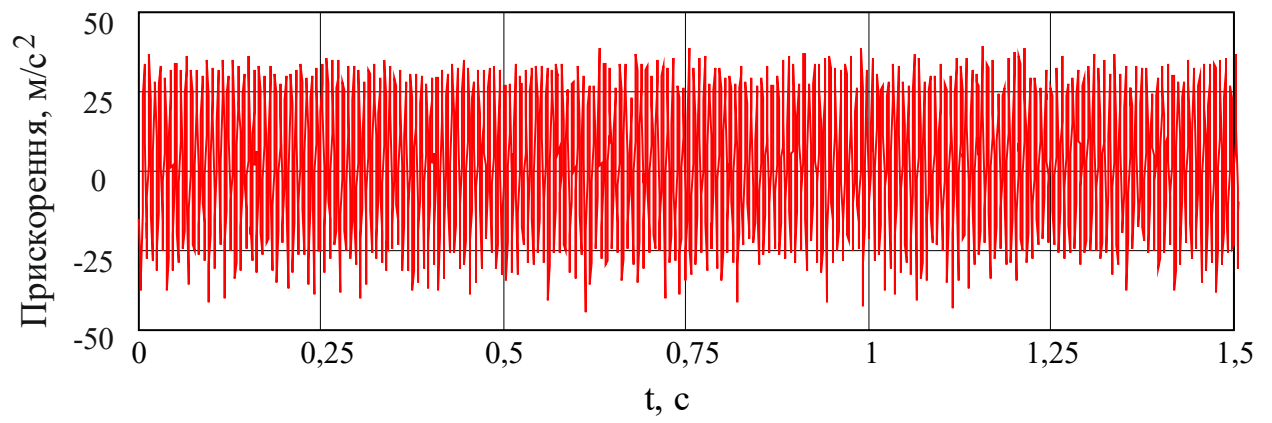
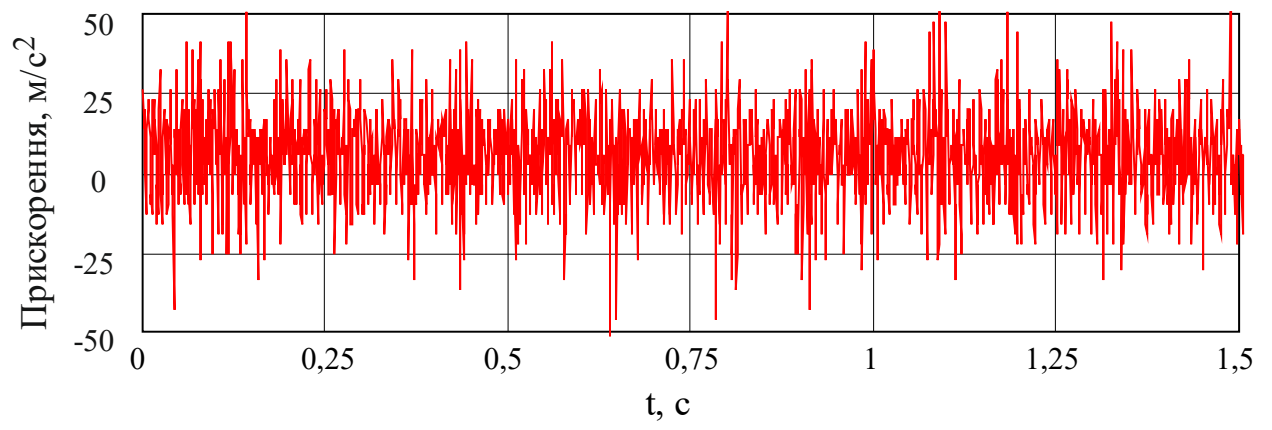
137. Лейбук Я.С., Скорик О.О. Визначення приведеної маси колії за допомогою динамічного стабілізатора колії. *79 Міжнародна науково-практична конференція «Проблеми та перспективи розвитку залізничного транспорту»*. 2019. С. 240–242.

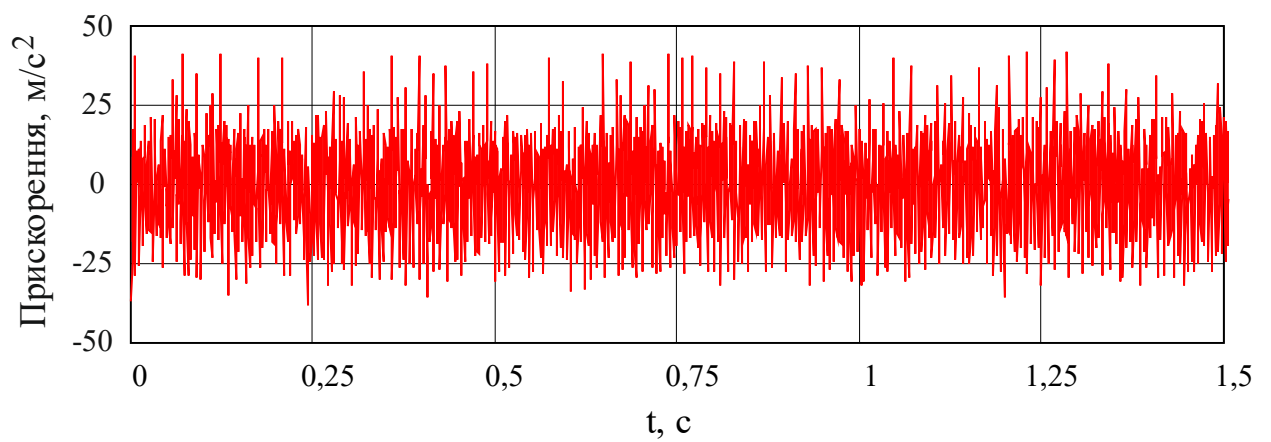
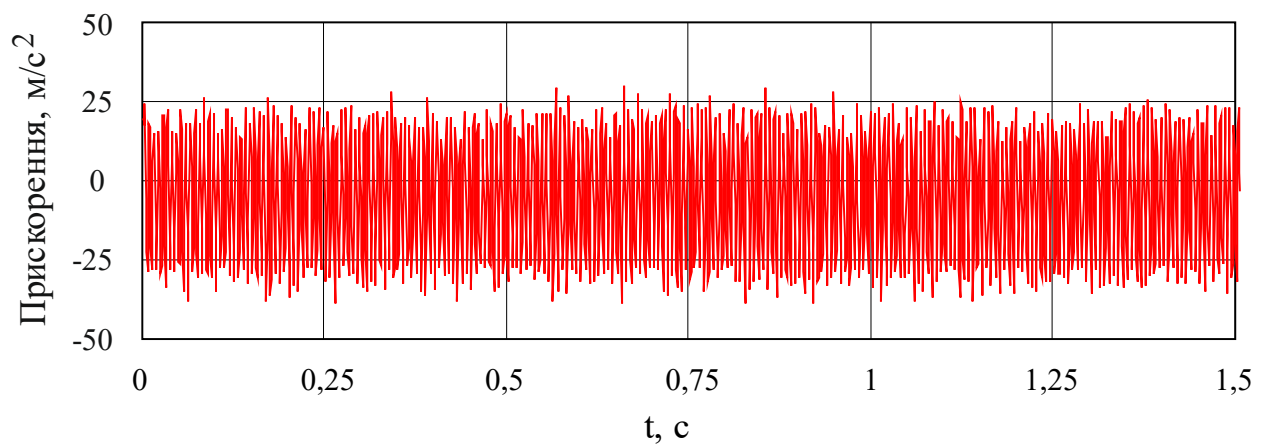
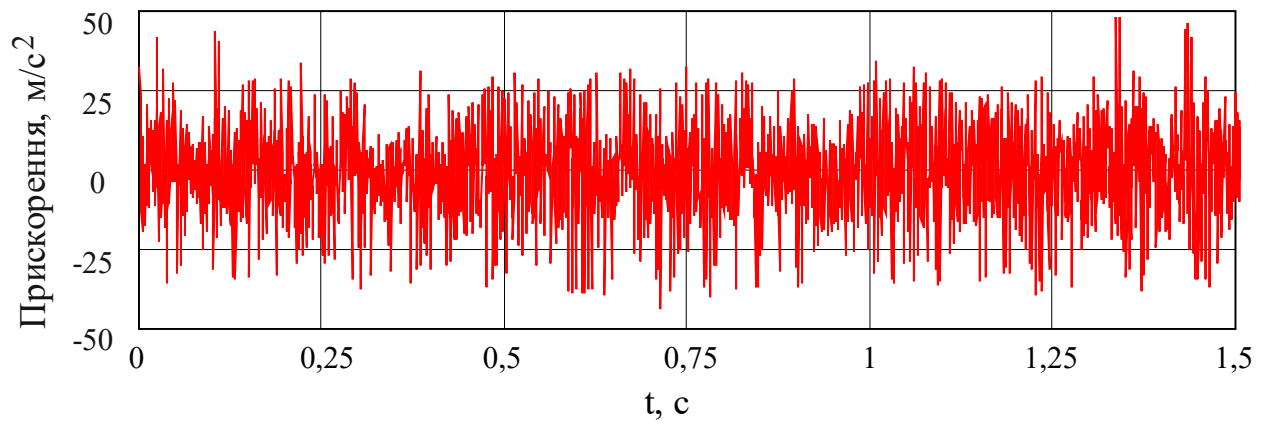
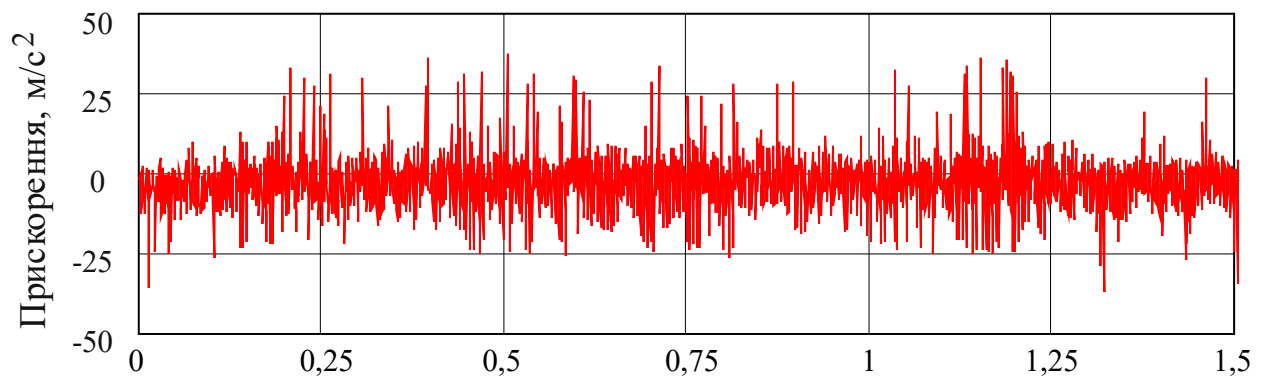
138. Лейбук Я.С. Урахування інерційних характеристик колії при визначенні сил її взаємодії з рухомим складом. *Збірник наукових праць УкрДУЗТ. Тези доповідей 78-ї Міжнародній науково-технічній конференції «Розвиток наукової та інноваційної діяльності на транспорті»*. 2016. С. 91–92.

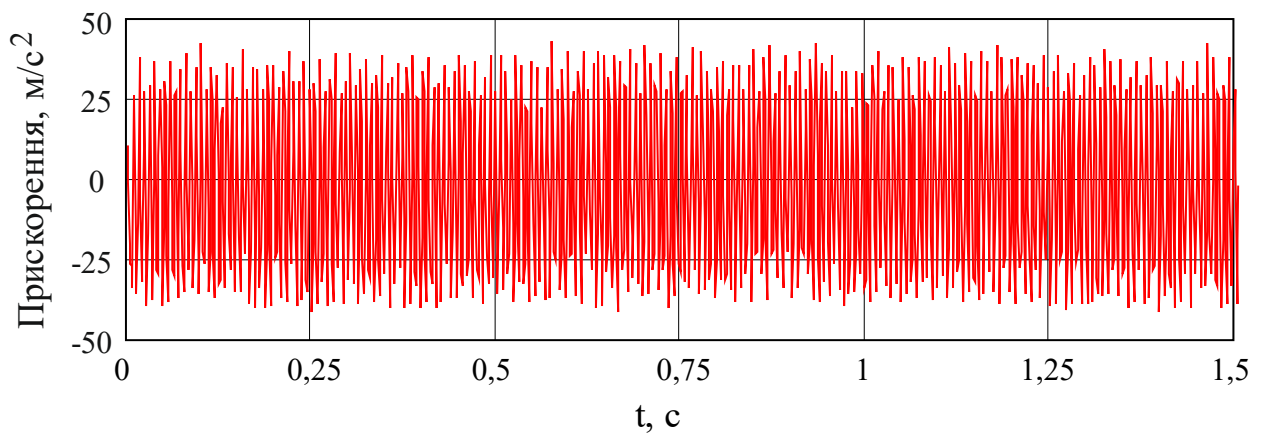
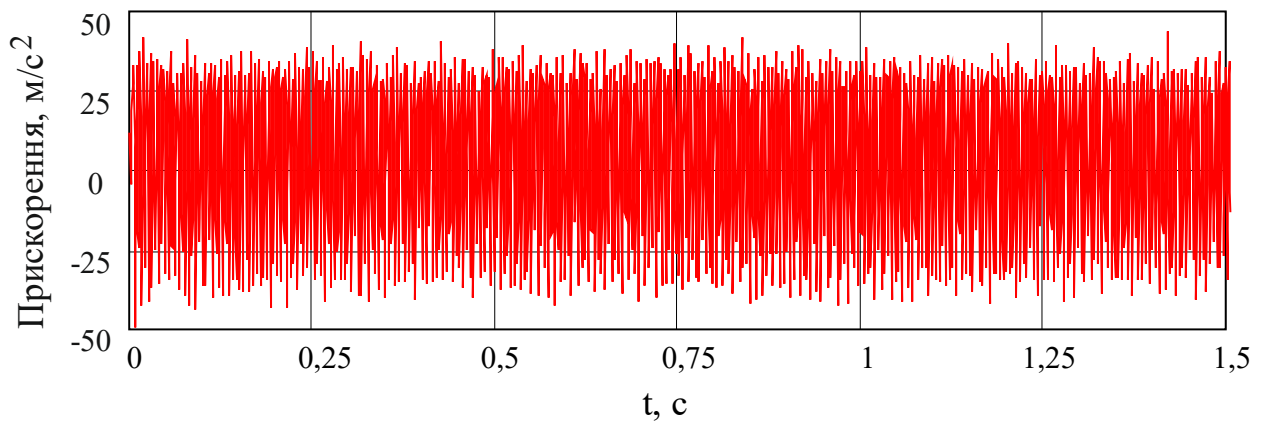
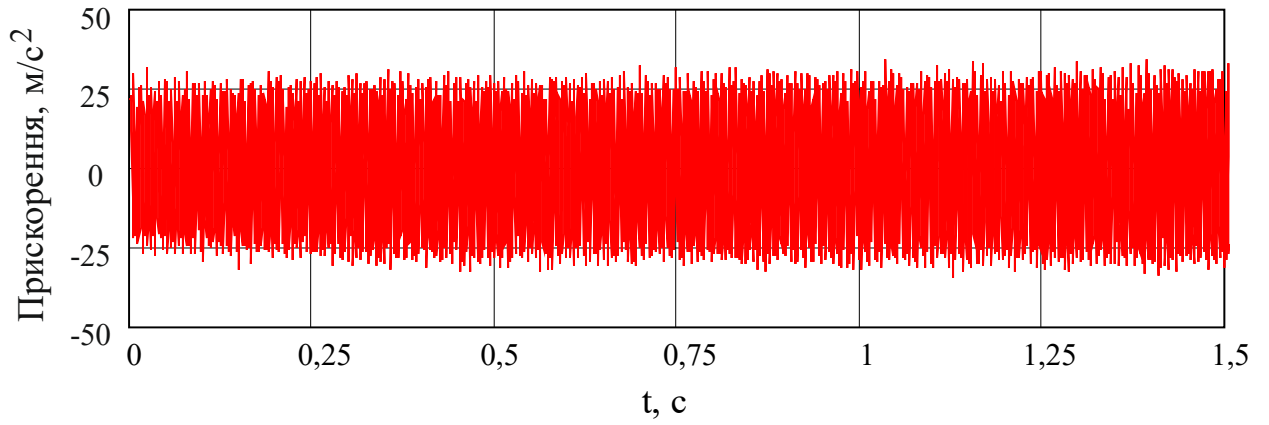
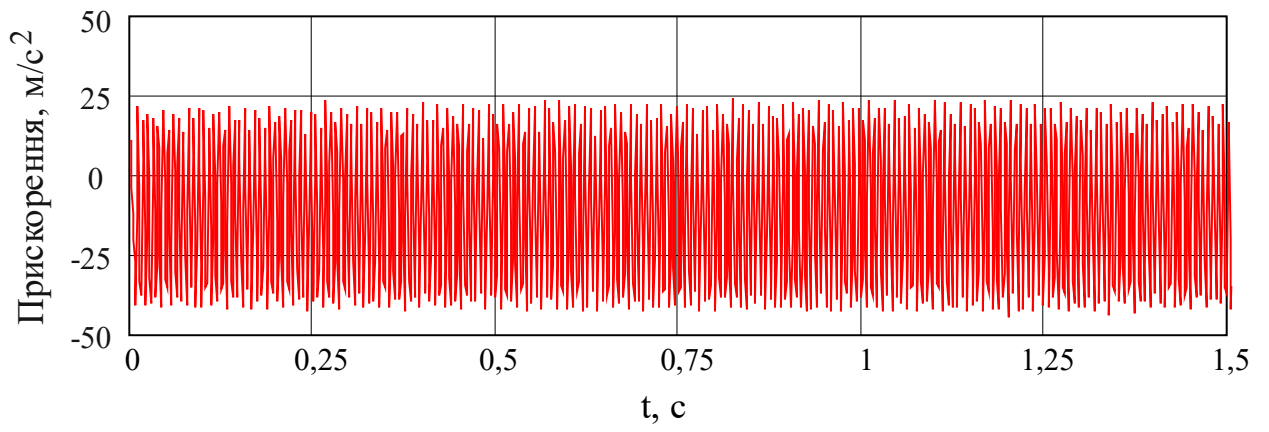
**Результати експериментальних робіт по вимірюванню
прискорень в елементах залізничної колії на дослідних
ділянках.**

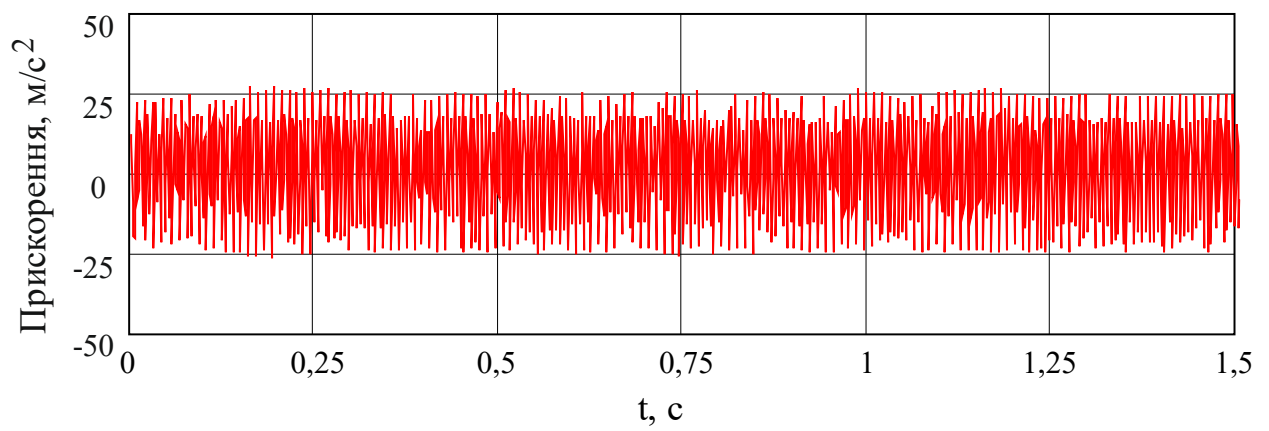
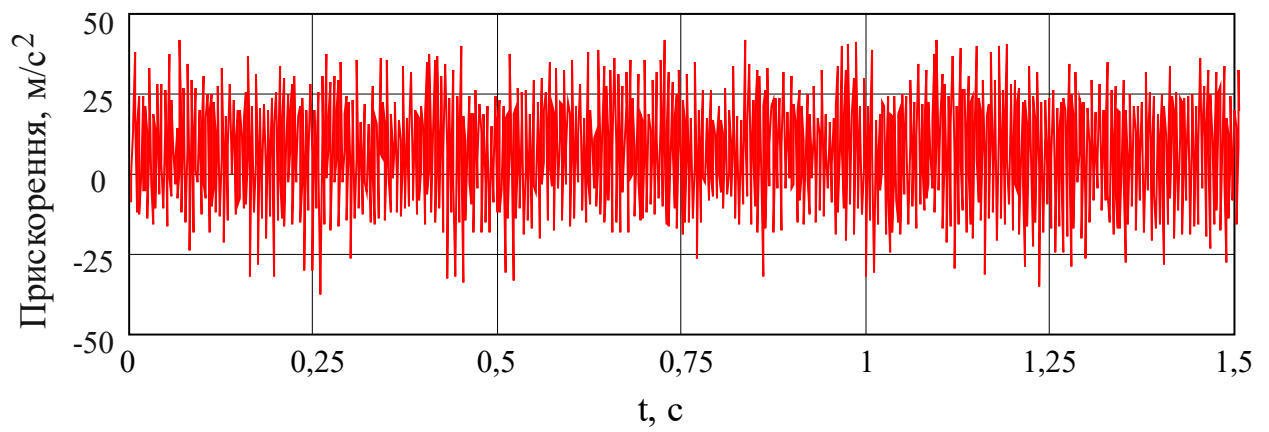
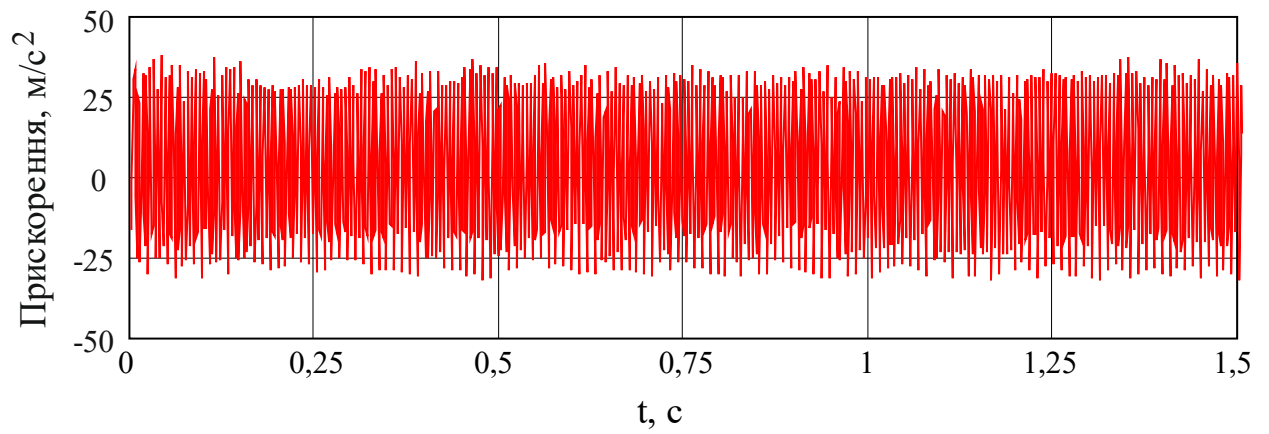
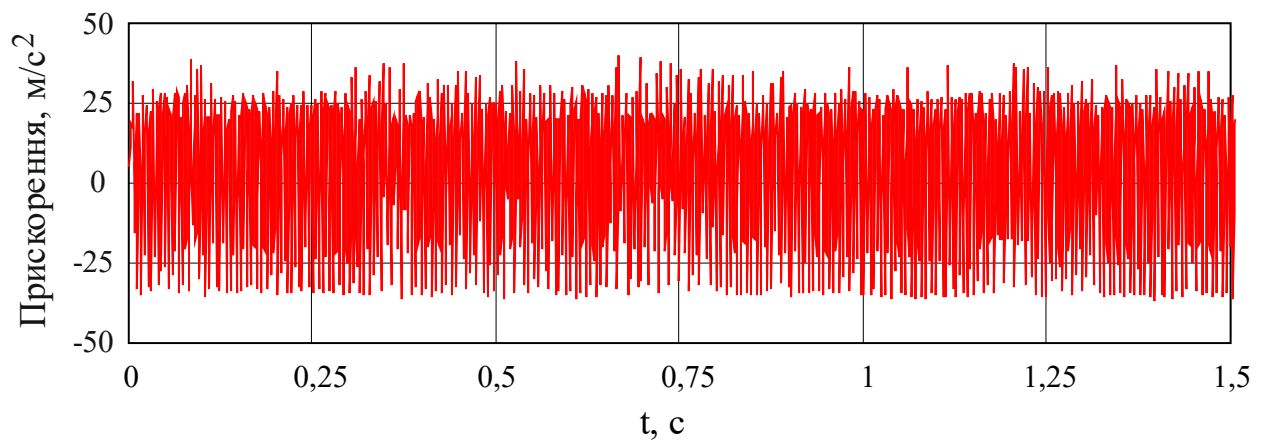
Фрагменти акселерограм з дослідних ділянок











**Результати числових досліджень вертикальних сил взаємодії
залізничної колії та електропоїздів EJ 675, HRCS2, ЕКр1.**

Результати розрахунків для електропоїзда EJ 675

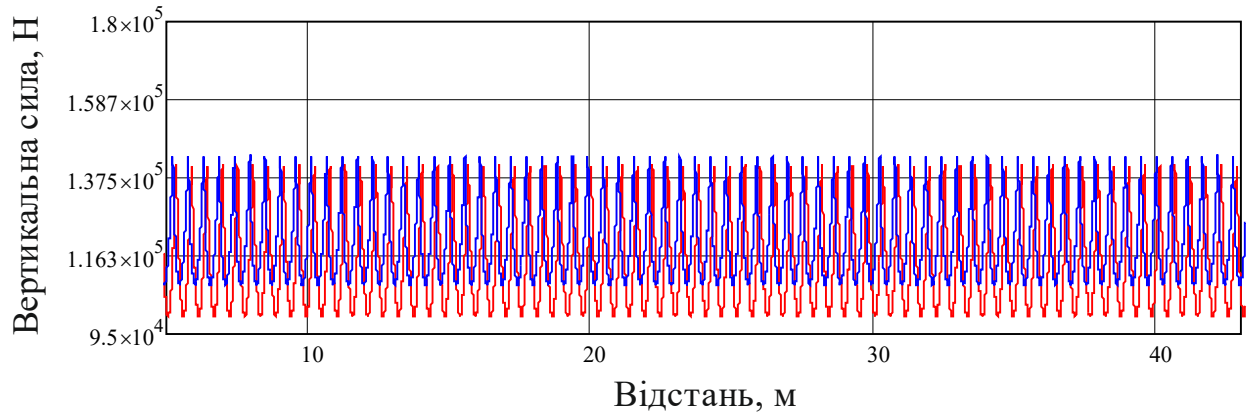


Рис. Б1. Значення вертикальних сил без врахування приведеної маси колії при $V=100$ км/год

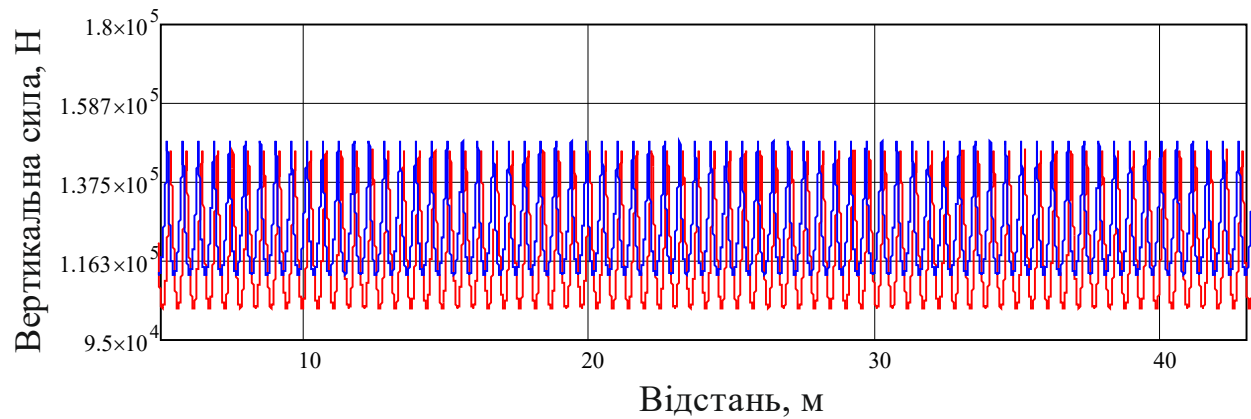


Рис. Б2. Значення вертикальних сил без врахування приведеної маси колії при $V=110$ км/год

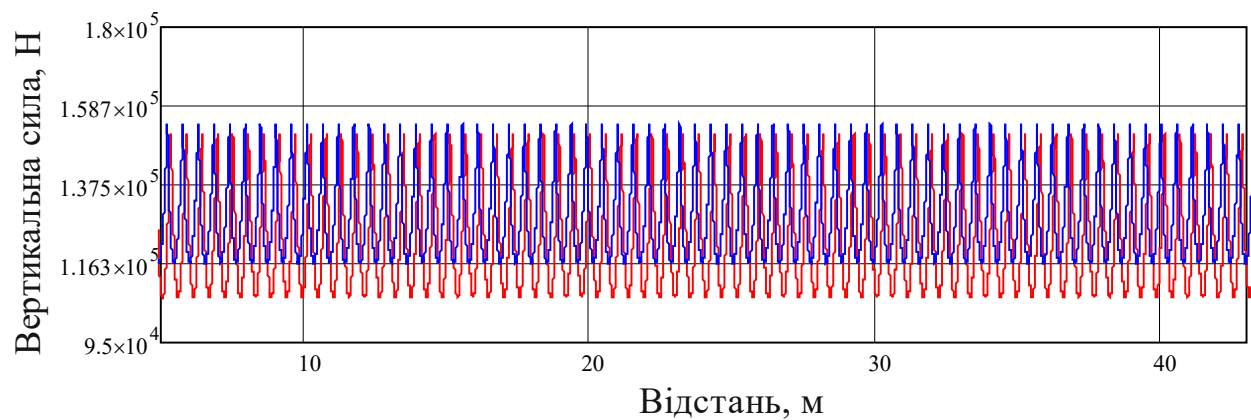


Рис. Б3. Значення вертикальних сил без врахування приведеної маси колії при $V=120$ км/год

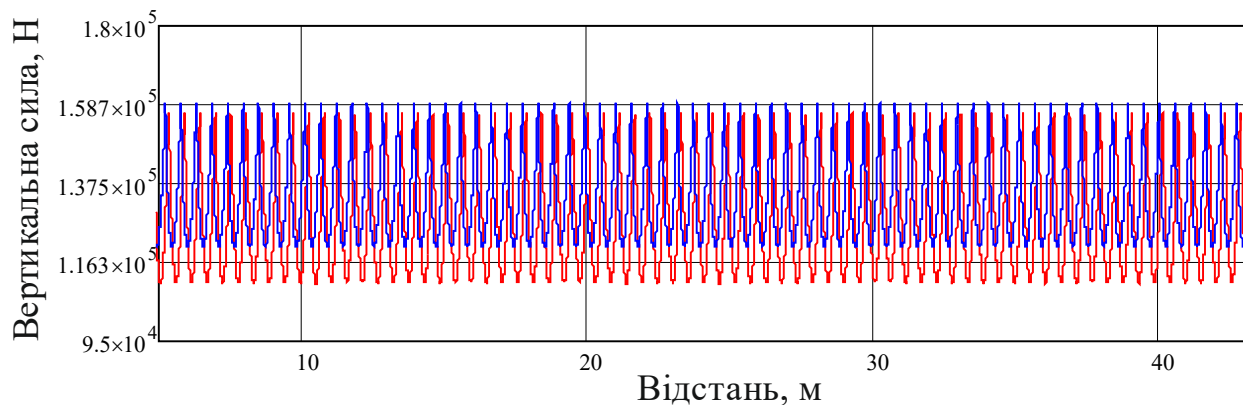


Рис. Б4. Значення вертикальних сил без врахування приведеної маси колії при $V=130$ км/год

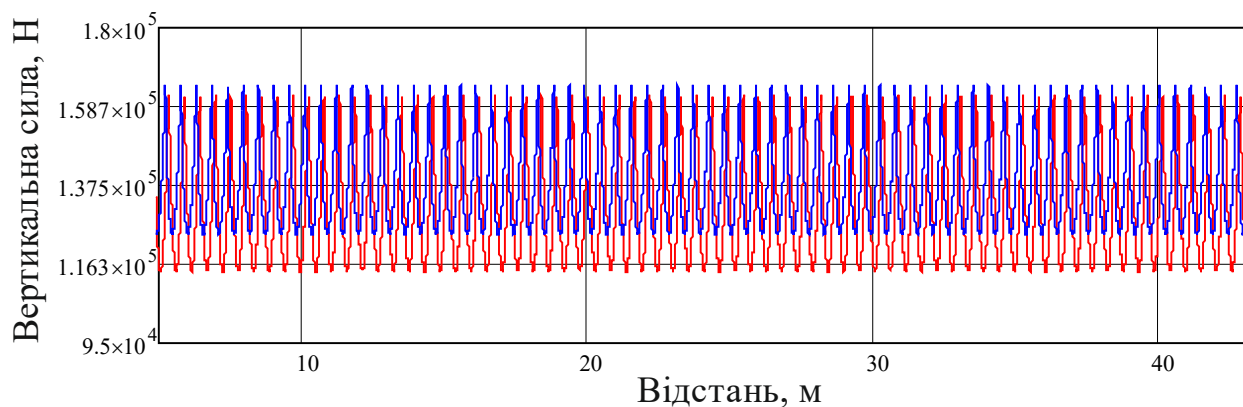


Рис. Б5. Значення вертикальних сил без врахування приведеної маси колії при $V=140$ км/год

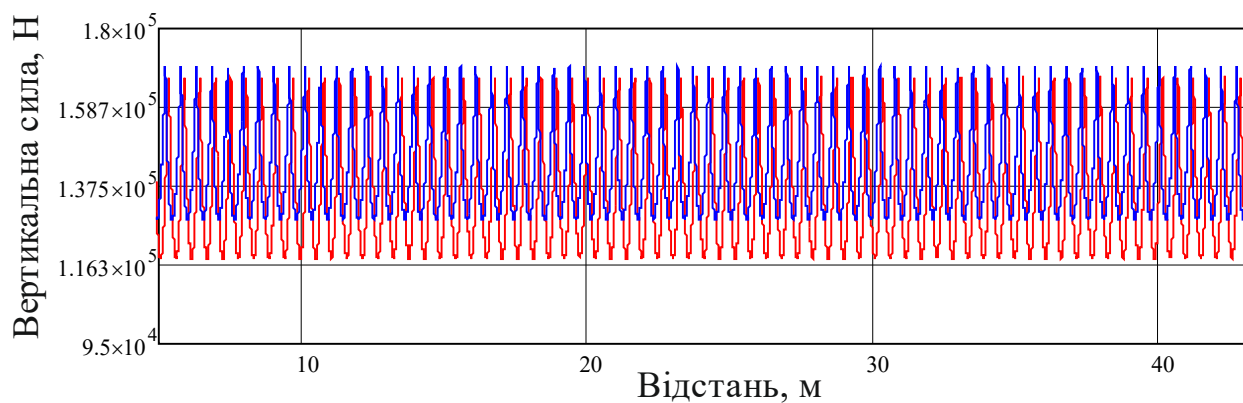


Рис. Б6. Значення вертикальних сил без врахування приведеної маси колії при $V=150$ км/год

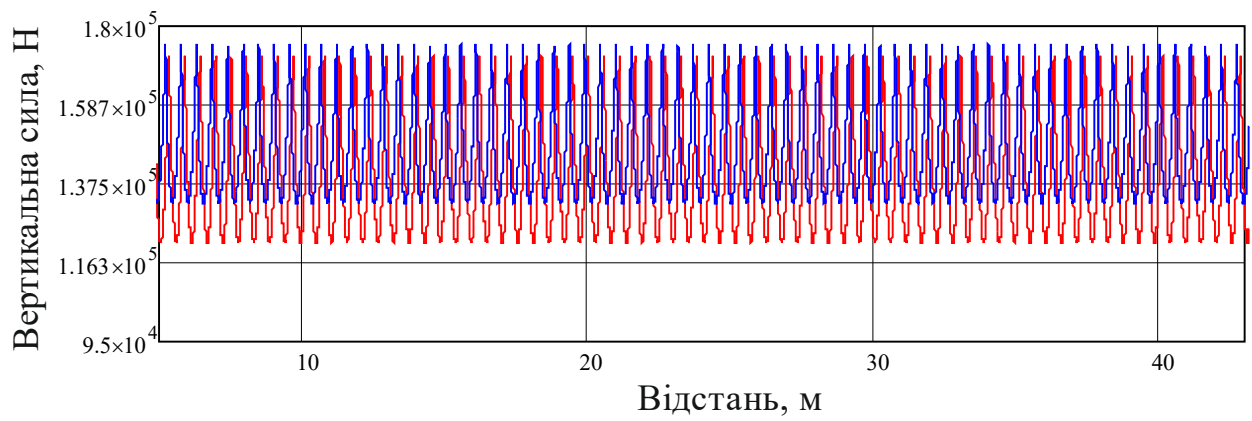


Рис. Б7. Значення вертикальних сил без врахування приведеної маси колії при $V=160$ км/год

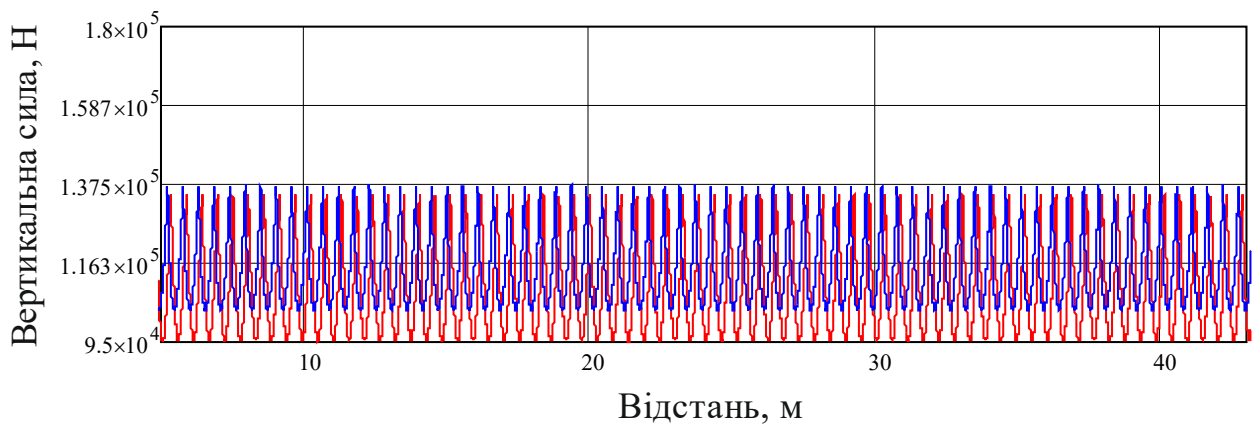


Рис. Б8. Значення вертикальних сил із врахування приведеної маси колії при $V=100$ км/год

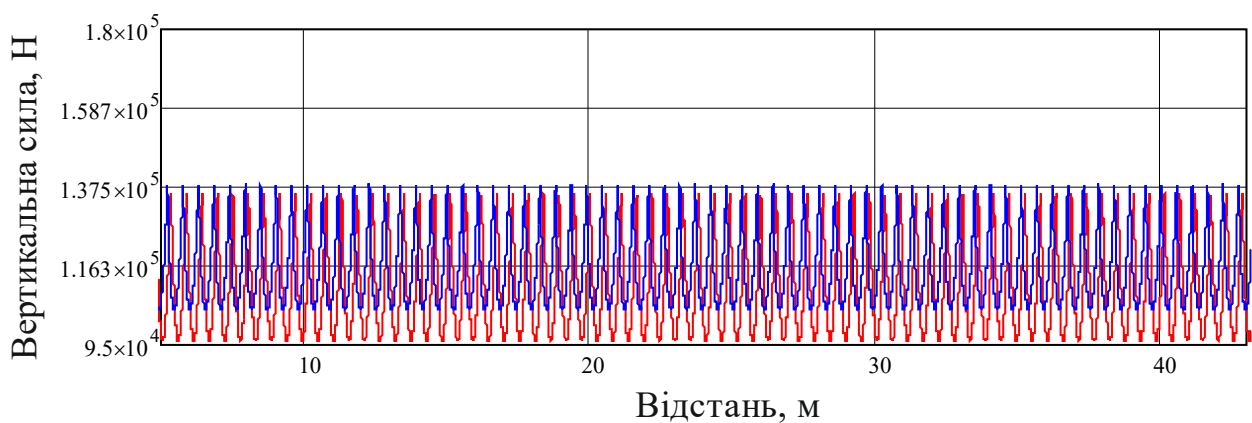


Рис. Б9. Значення вертикальних сил із врахування приведеної маси колії при $V=110$ км/год

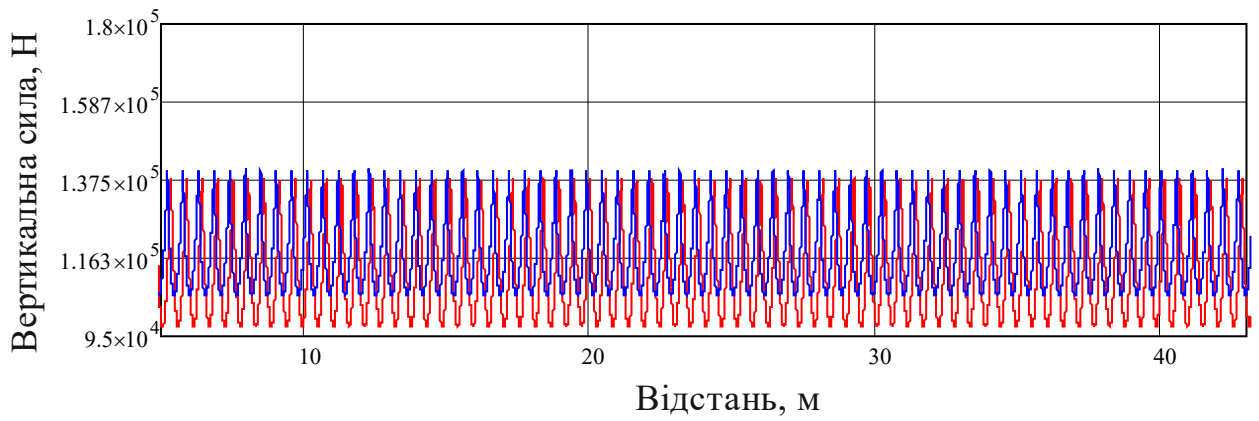


Рис. Б10. Значення вертикальних сил із врахування приведеної маси колії при $V=120$ км/год

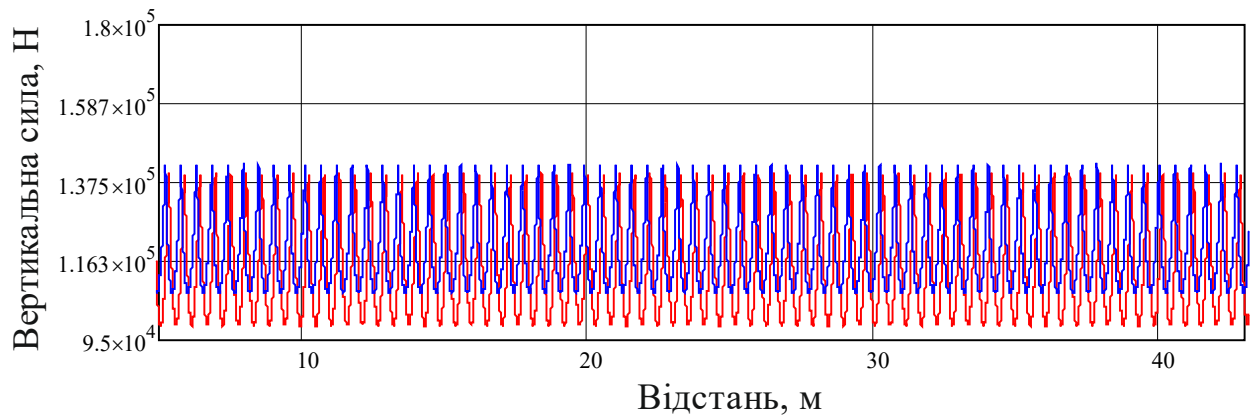


Рис. Б11. Значення вертикальних сил із врахування приведеної маси колії при $V=130$ км/год

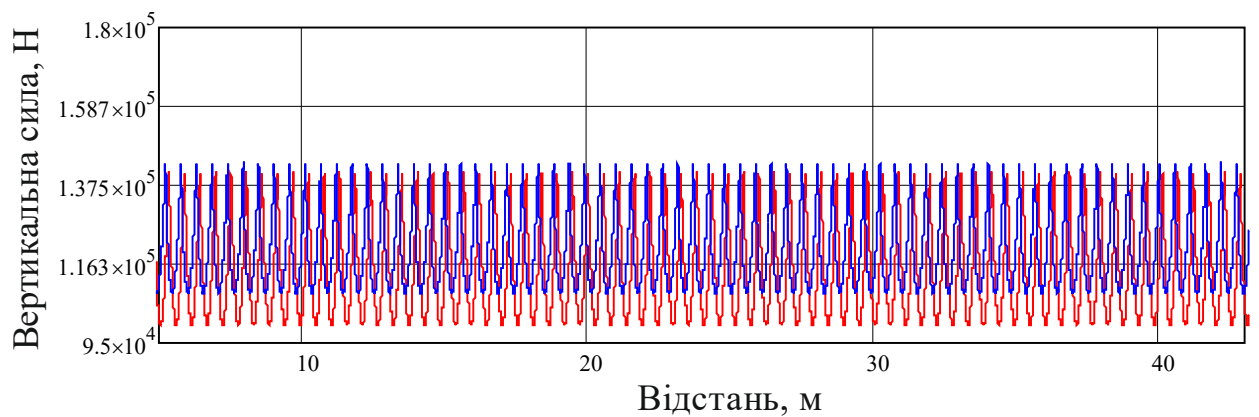


Рис. Б12. Значення вертикальних сил із врахування приведеної маси колії при $V=140$ км/год

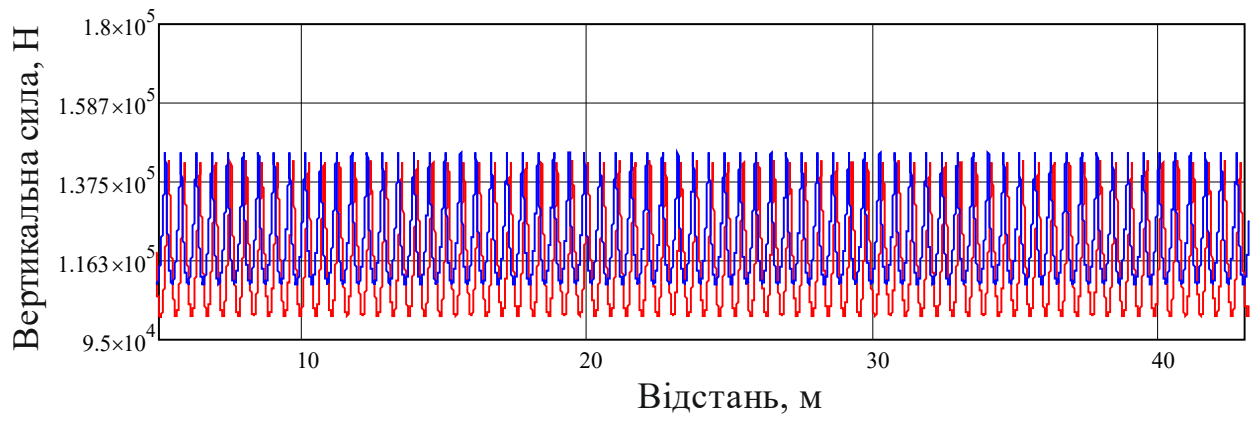


Рис. Б13. Значення вертикальних сил із врахування приведеної маси колії при $V=150$ км/год

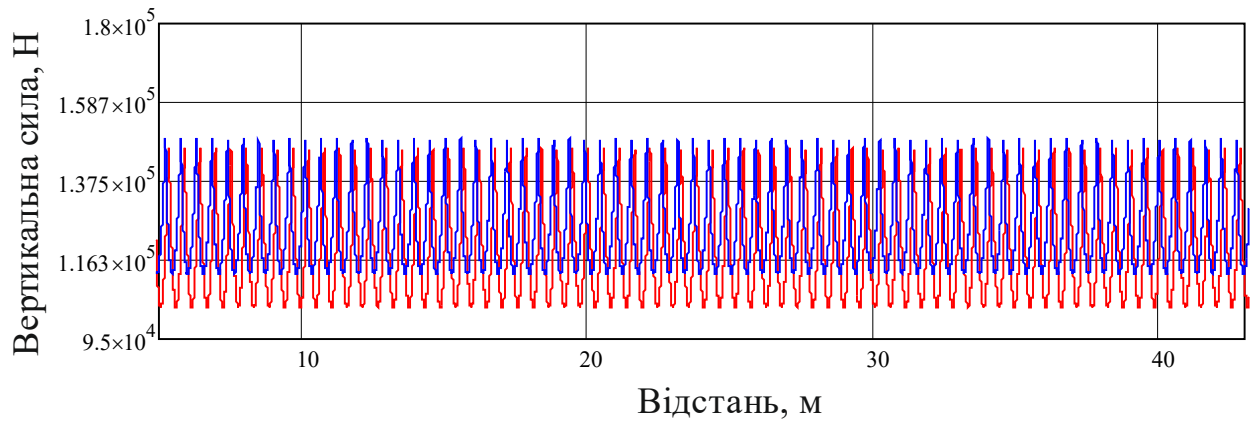


Рис. Б14. Значення вертикальних сил із врахування приведеної маси колії при $V=160$ км/год

Результати розрахунків для електропоїзда HRCS2

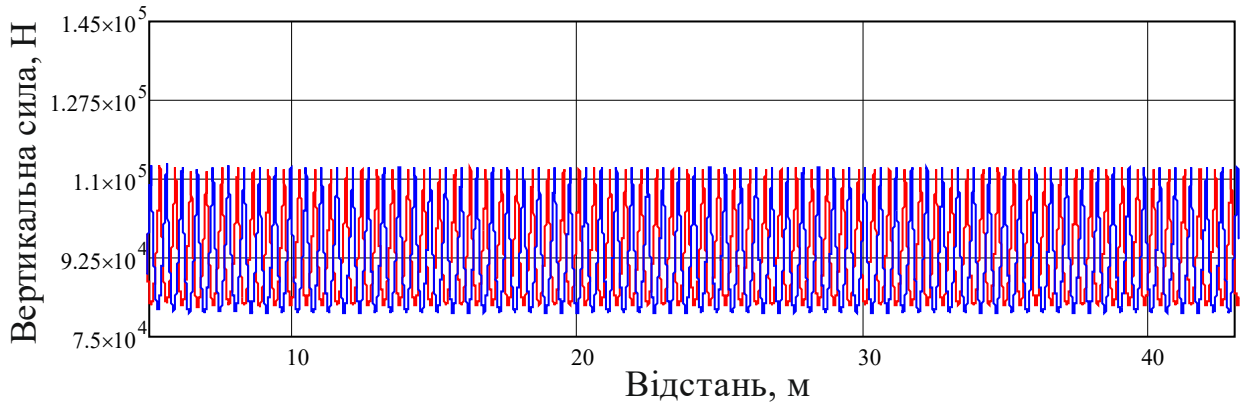


Рис. Б15. Значення вертикальних сил без врахування приведеної маси колії при $V=100$ км/год

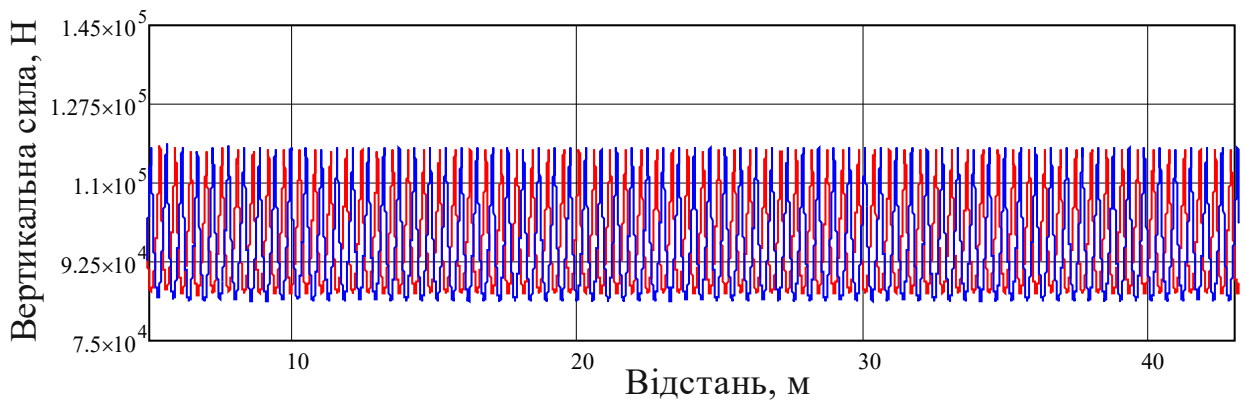


Рис. Б16. Значення вертикальних сил без врахування приведеної маси колії при $V=110$ км/год

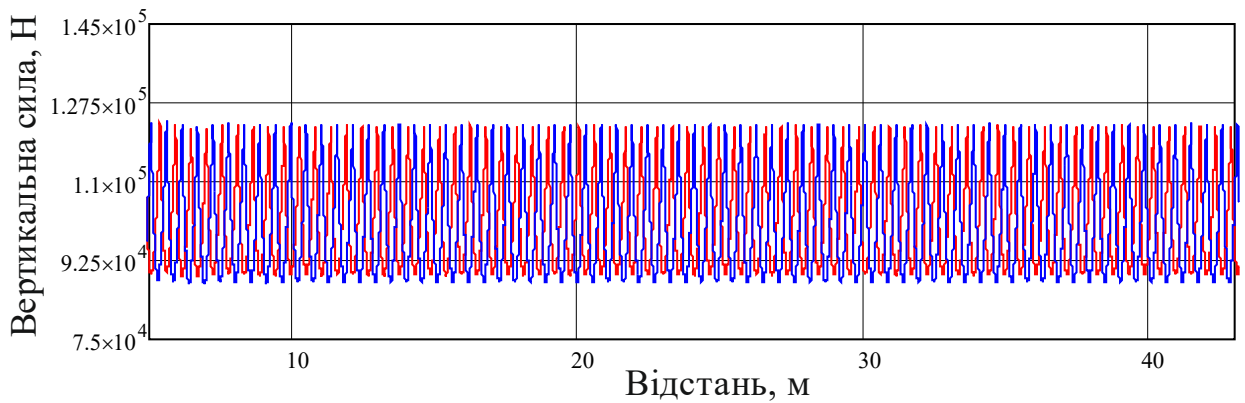


Рис. Б17. Значення вертикальних сил без врахування приведеної маси колії при $V=120$ км/год

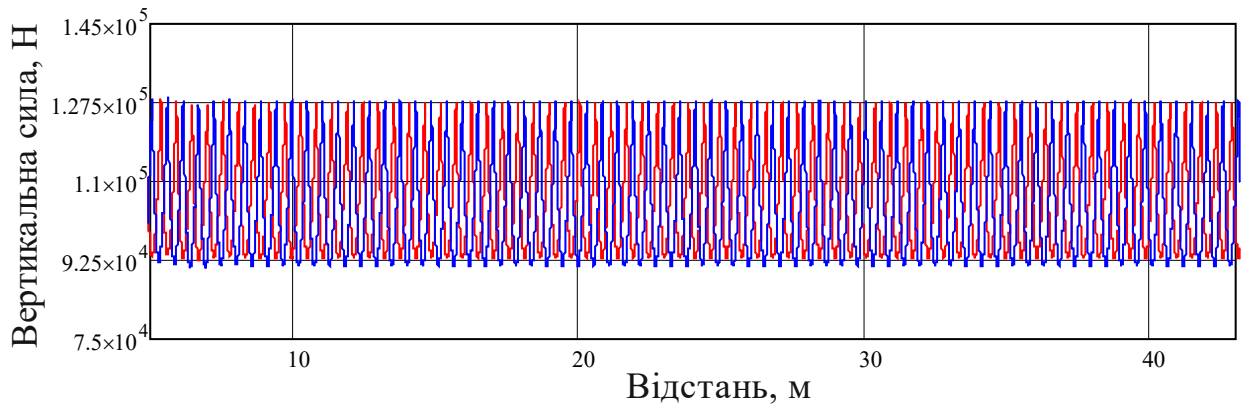


Рис. Б18. Значення вертикальних сил без врахування приведеної маси колії при $V=130$ км/год

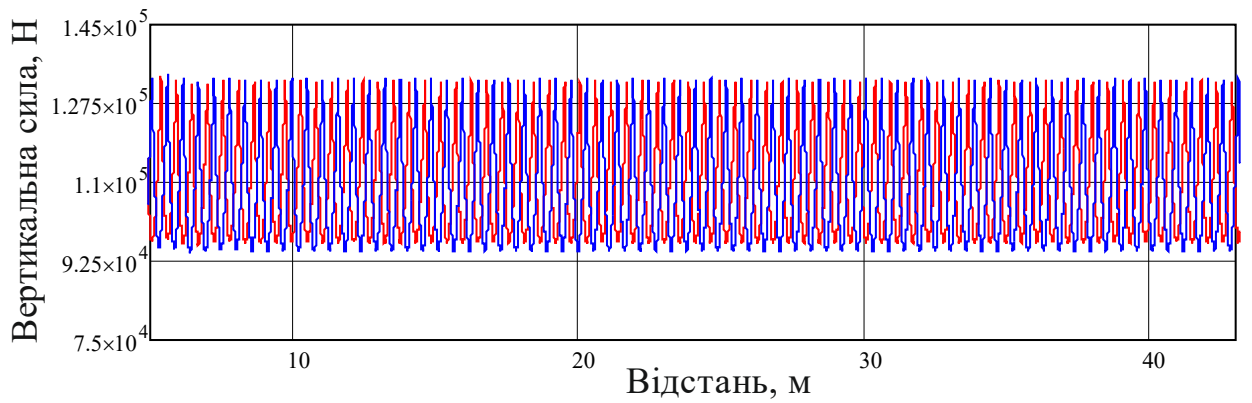


Рис. Б19. Значення вертикальних сил без врахування приведеної маси колії при $V=140$ км/год

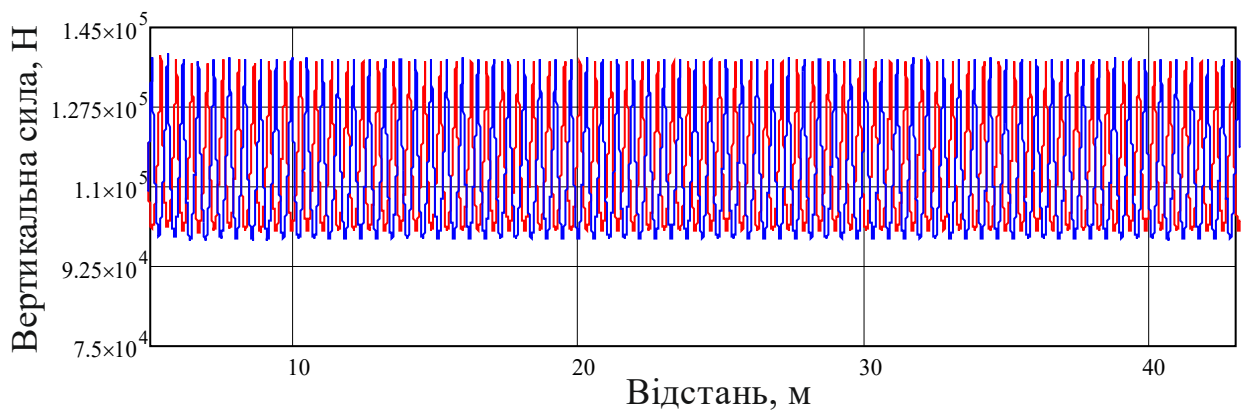


Рис. Б20. Значення вертикальних сил без врахування приведеної маси колії при $V=150$ км/год

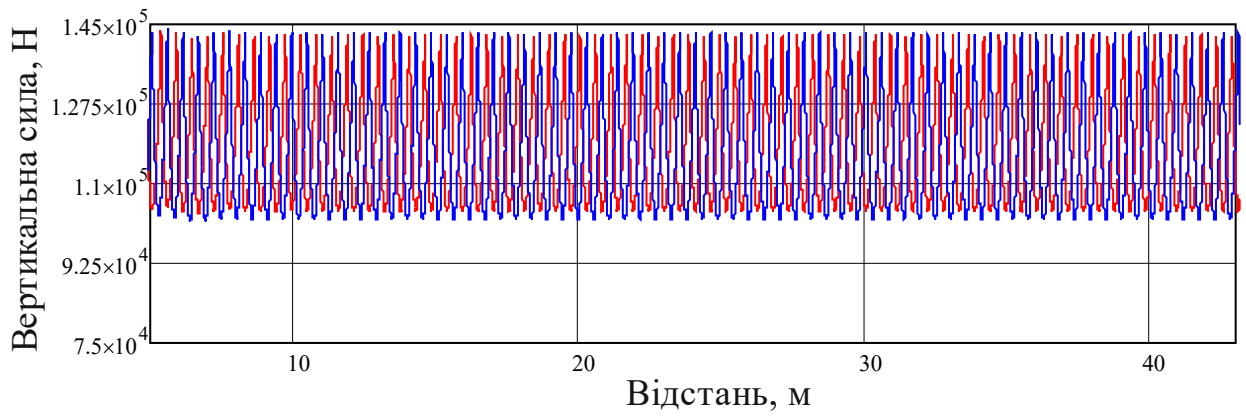


Рис. Б21. Значення вертикальних сил без врахування приведеної маси колії при $V=160$ км/год

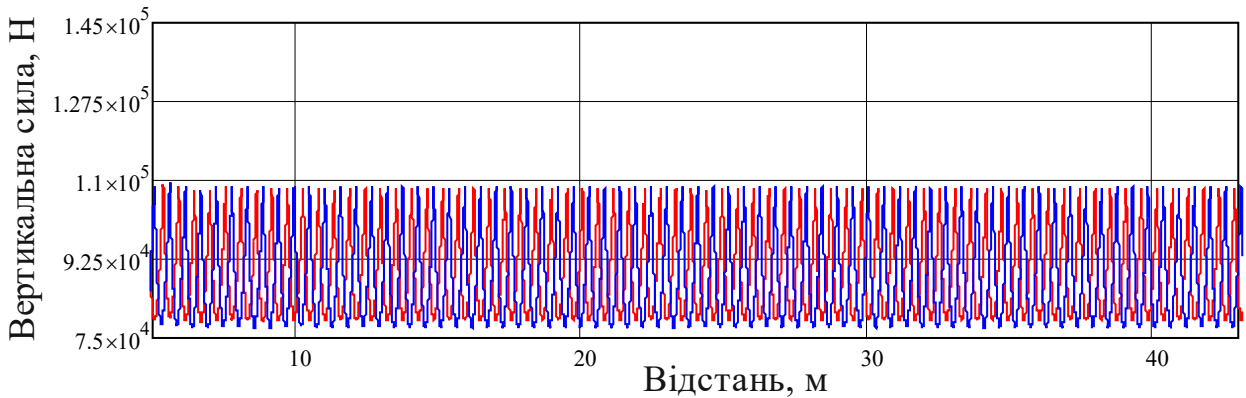


Рис. Б22. Значення вертикальних сил із врахування приведеної маси колії при $V=100$ км/год

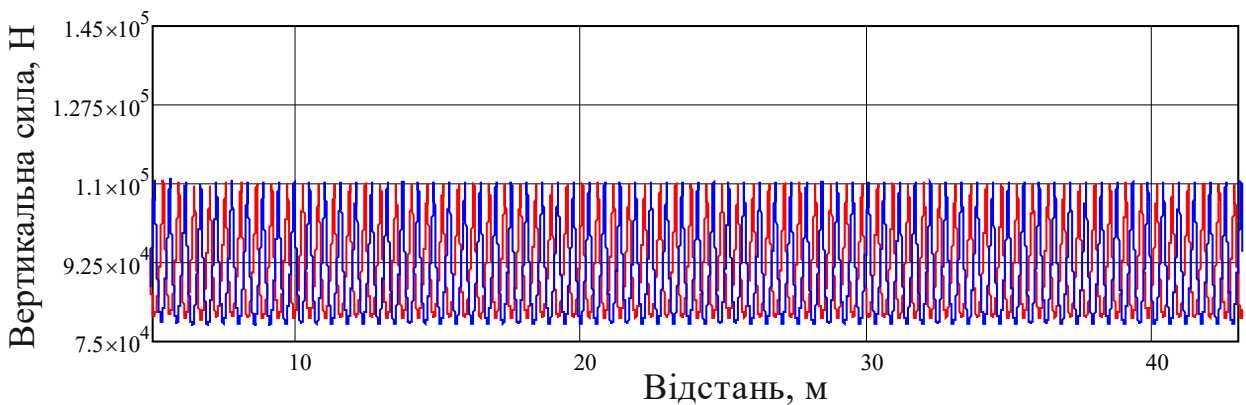


Рис. Б23. Значення вертикальних сил із врахування приведеної маси колії при $V=110$ км/год

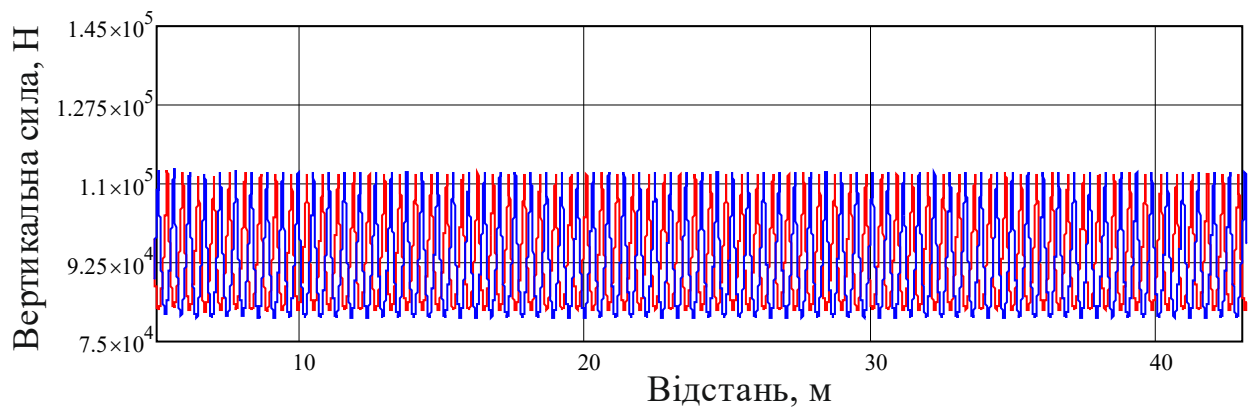


Рис. Б24. Значення вертикальних сил із врахування приведеної маси колії при $V=120$ км/год

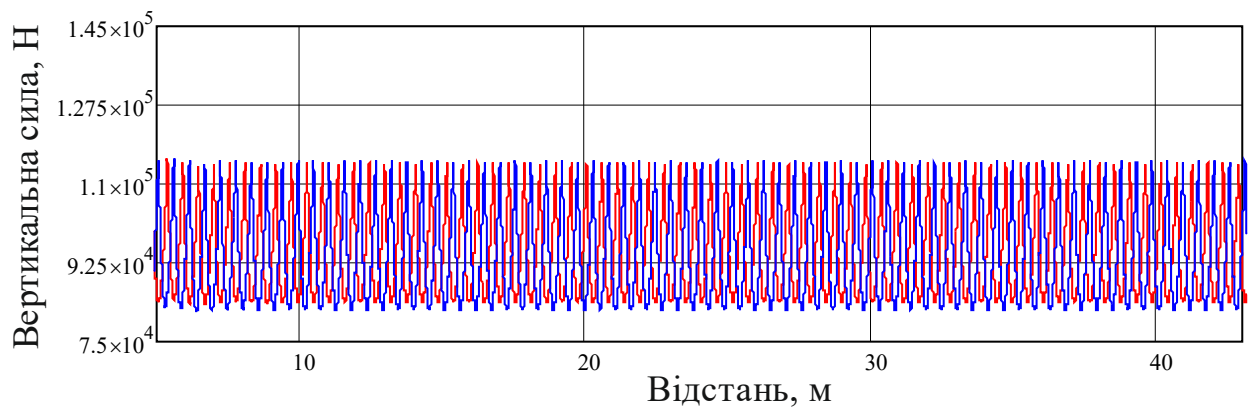


Рис. Б25. Значення вертикальних сил із врахування приведеної маси колії при $V=130$ км/год

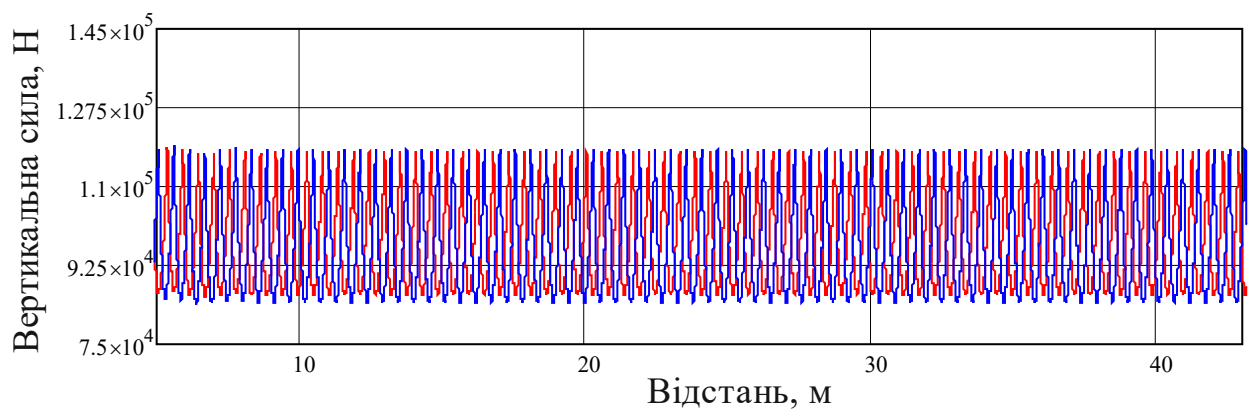


Рис. Б26. Значення вертикальних сил із врахування приведеної маси колії при $V=140$ км/год

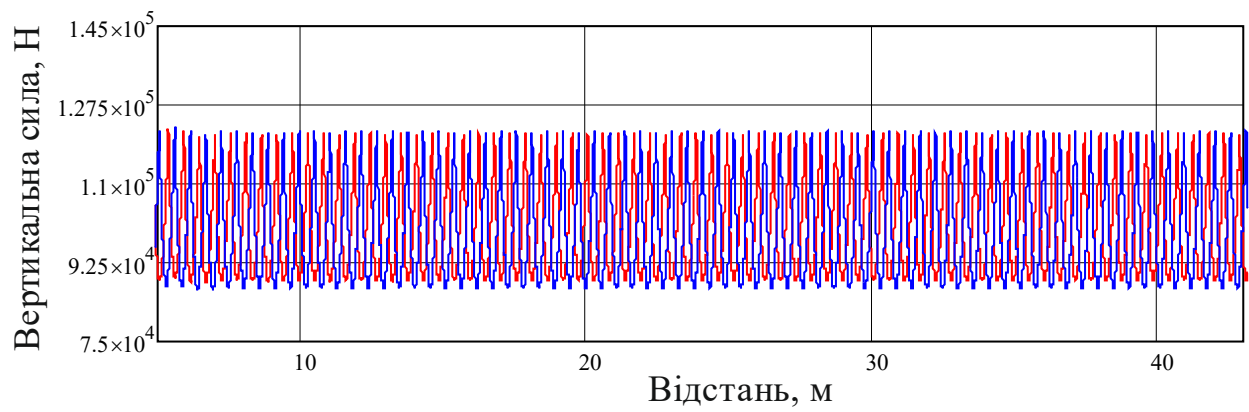


Рис. Б27. Значення вертикальних сил із врахування приведеної маси колії при $V=150$ км/год

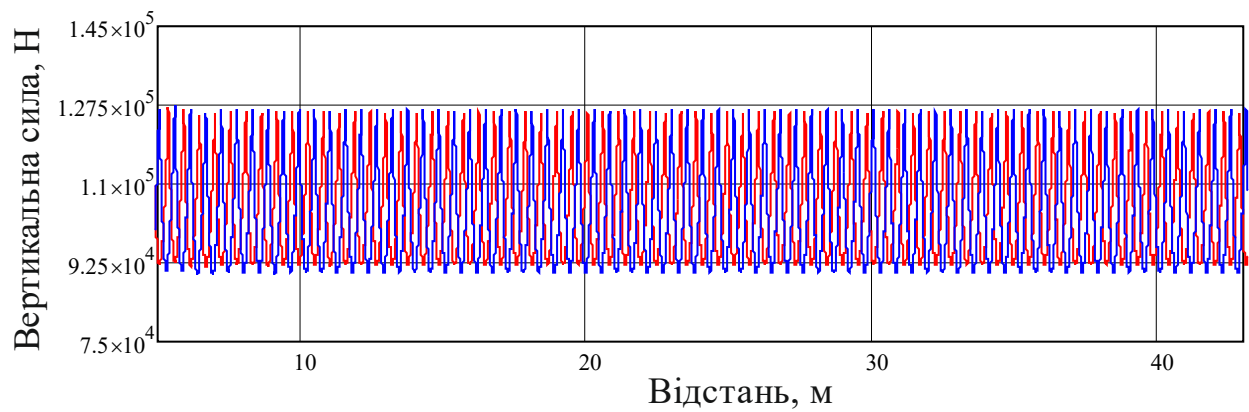


Рис. Б28. Значення вертикальних сил із врахування приведеної маси колії при $V=160$ км/год

Результати розрахунків для електропоїзда ЕКр1

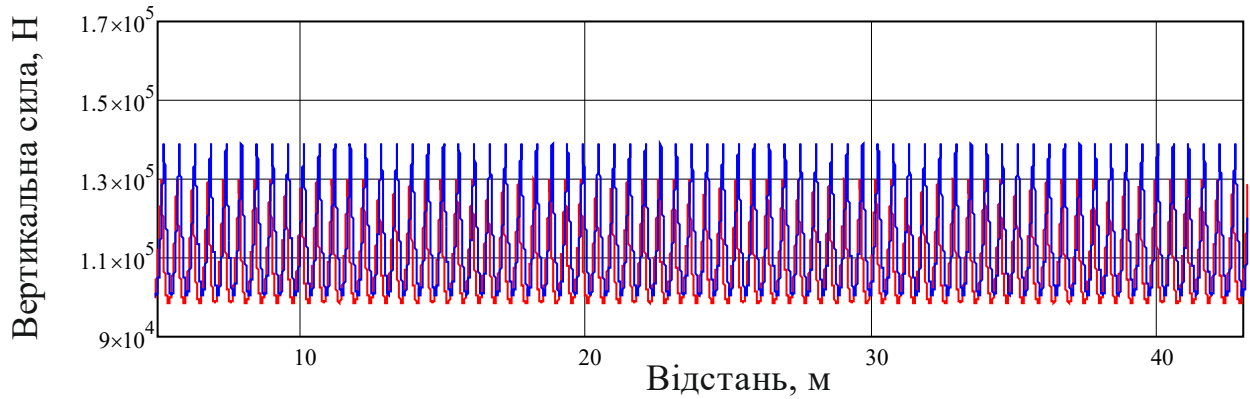


Рис. Б29. Значення вертикальних сил без врахування приведеної маси колії при $V=100$ км/год

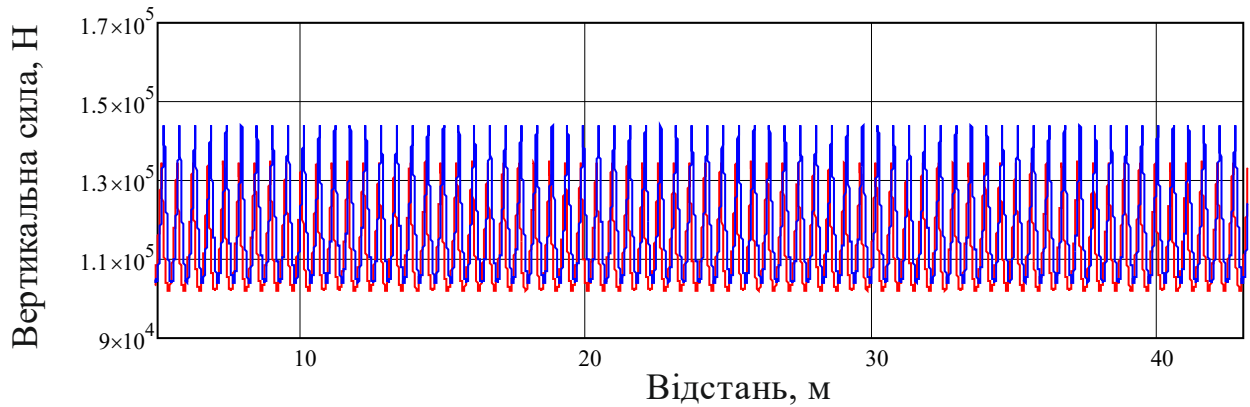


Рис. Б30. Значення вертикальних сил без врахування приведеної маси колії при $V=110$ км/год

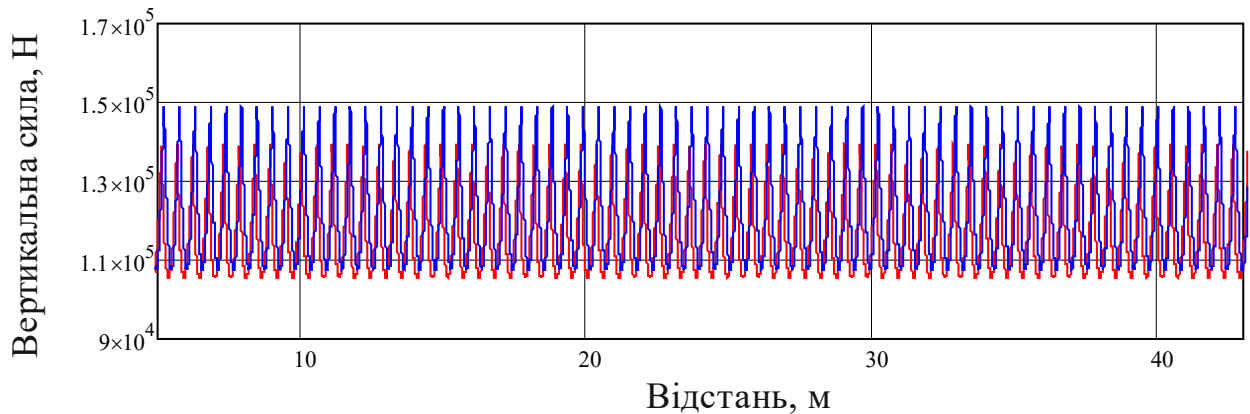


Рис. Б31. Значення вертикальних сил без врахування приведеної маси колії при $V=120$ км/год

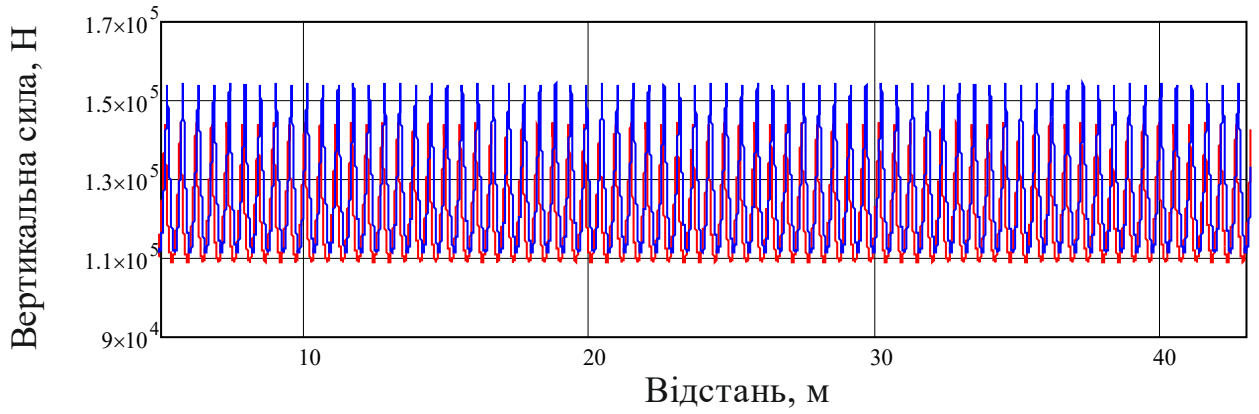


Рис. Б32. Значення вертикальних сил без врахування приведеної маси колії при $V=130$ км/год

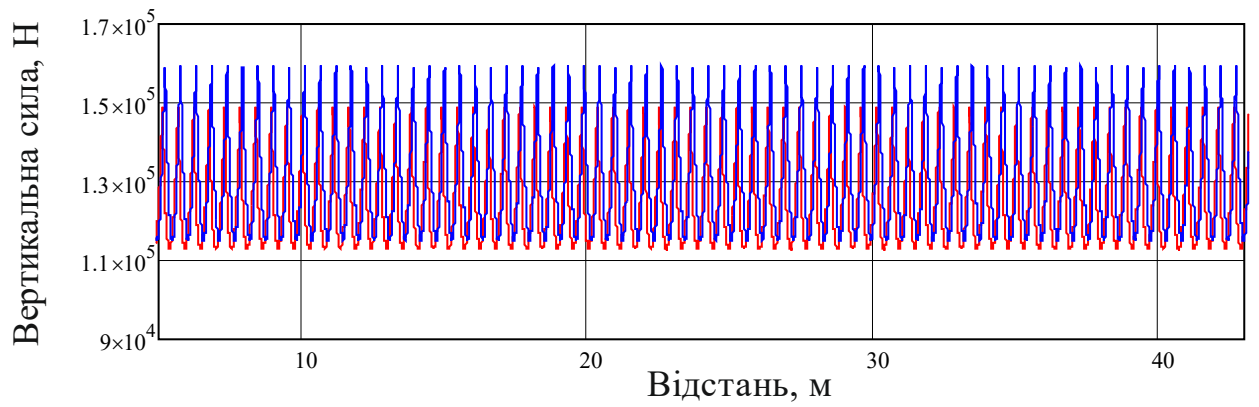


Рис. Б33. Значення вертикальних сил без врахування приведеної маси колії при $V=140$ км/год

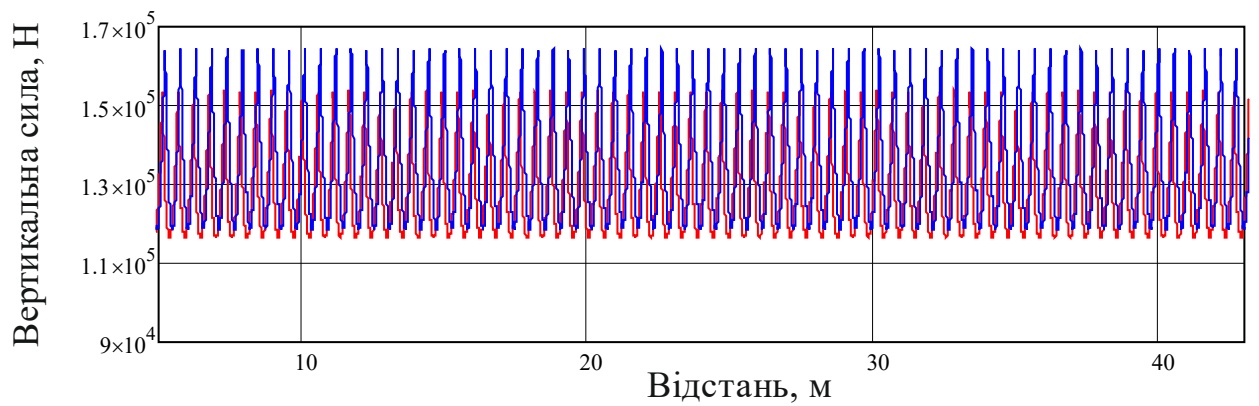


Рис. Б34. Значення вертикальних сил без врахування приведеної маси колії при $V=150$ км/год

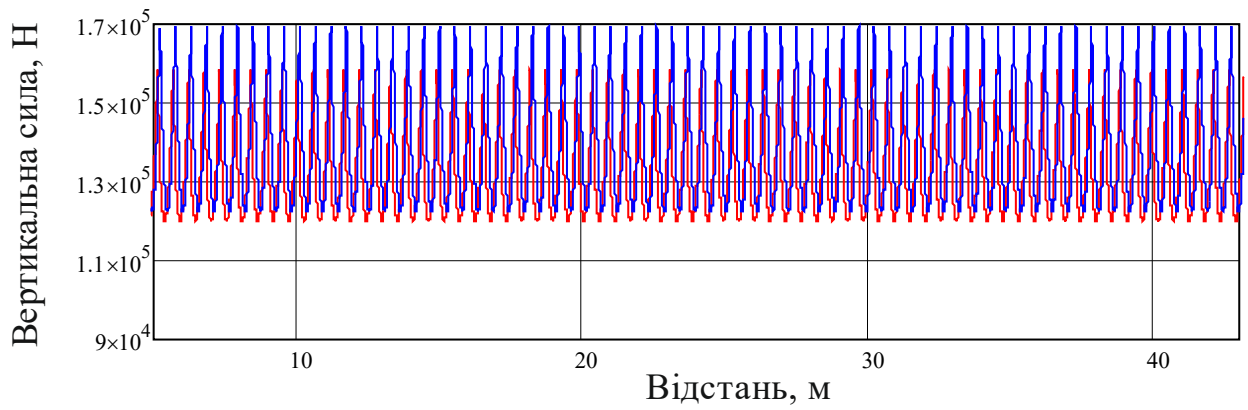


Рис. Б35. Значення вертикальних сил без врахування приведеної маси колії при $V=160$ км/год

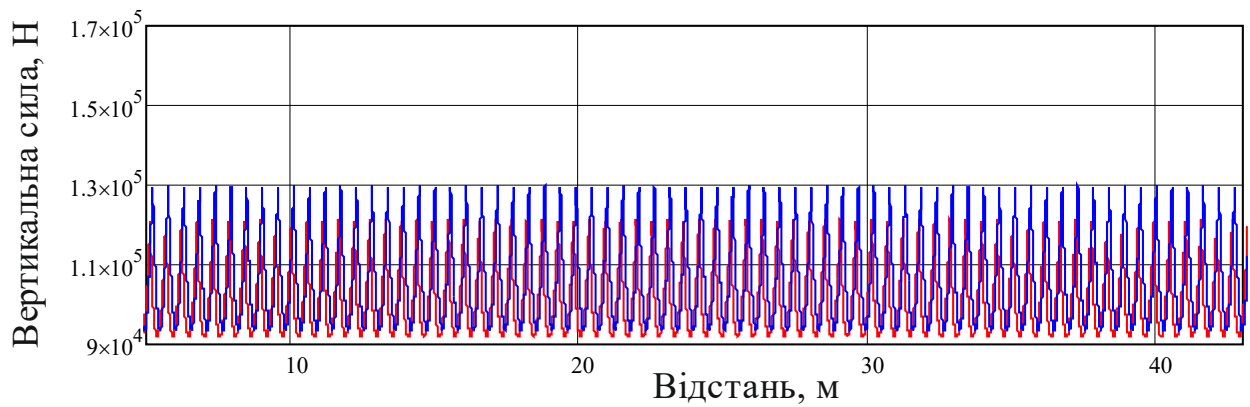


Рис. Б36. Значення вертикальних сил із врахування приведеної маси колії при $V=100$ км/год

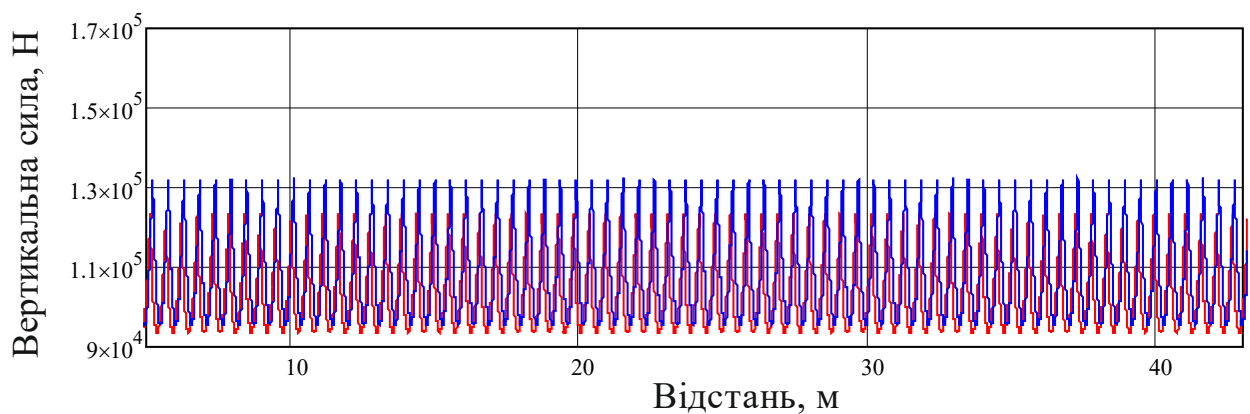


Рис. Б37. Значення вертикальних сил із врахування приведеної маси колії при $V=110$ км/год

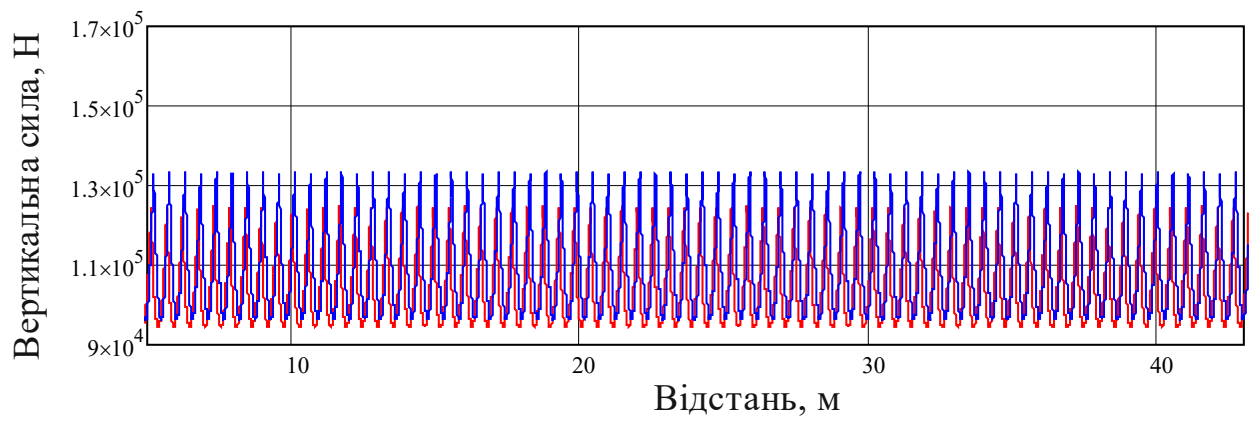


Рис. Б38. Значення вертикальних сил із врахування приведеної маси колії при $V=120$ км/год

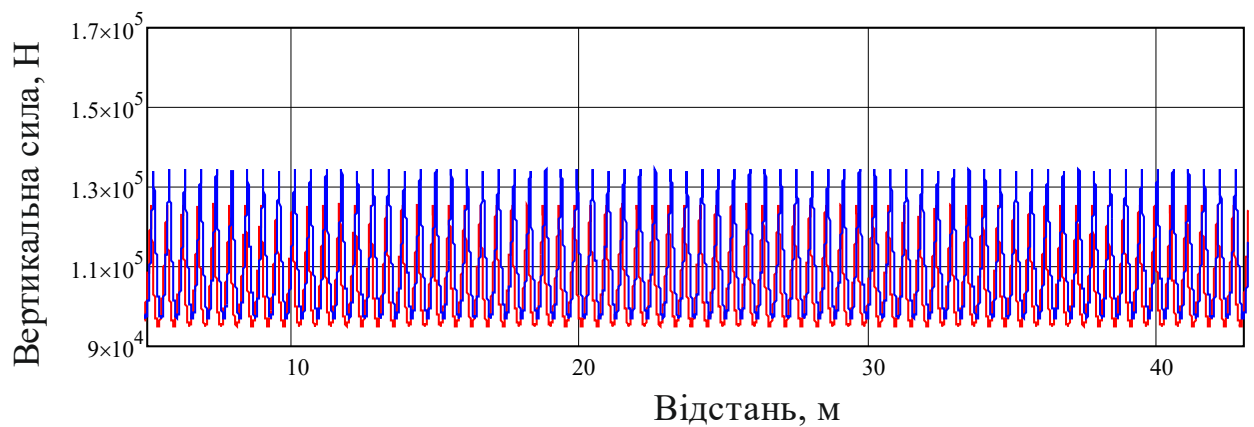


Рис. Б39. Значення вертикальних сил із врахування приведеної маси колії при $V=130$ км/год

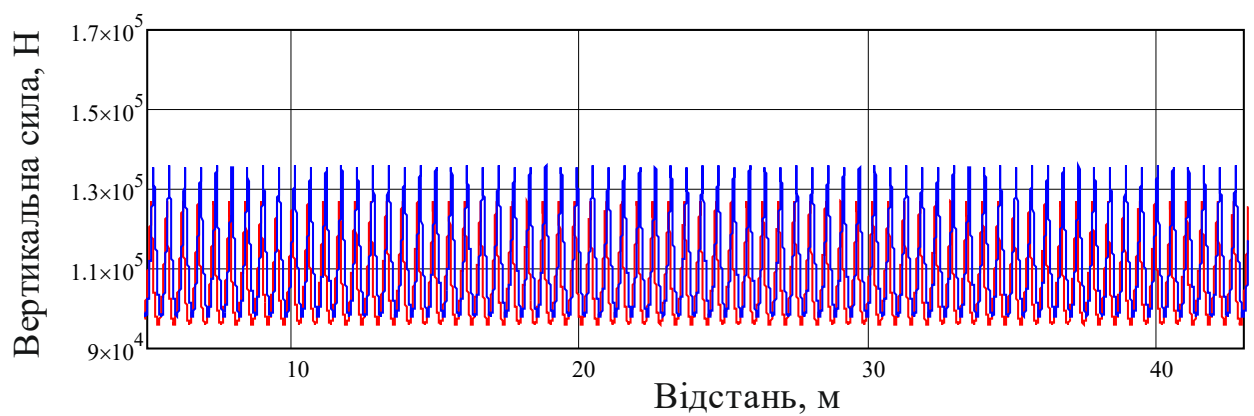


Рис. Б40. Значення вертикальних сил із врахування приведеної маси колії при $V=140$ км/год

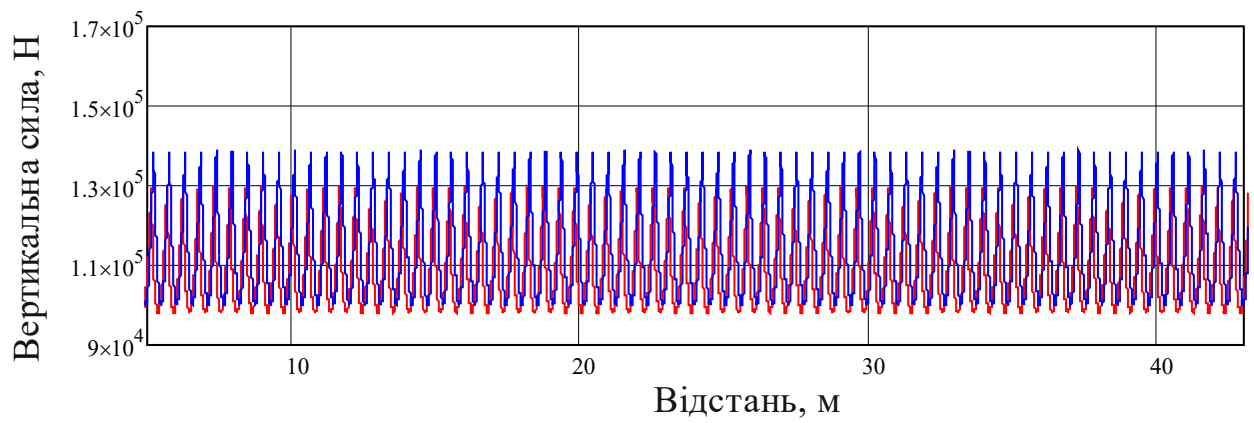


Рис. Б41. Значення вертикальних сил із врахування приведеної маси колії при $V=150$ км/год

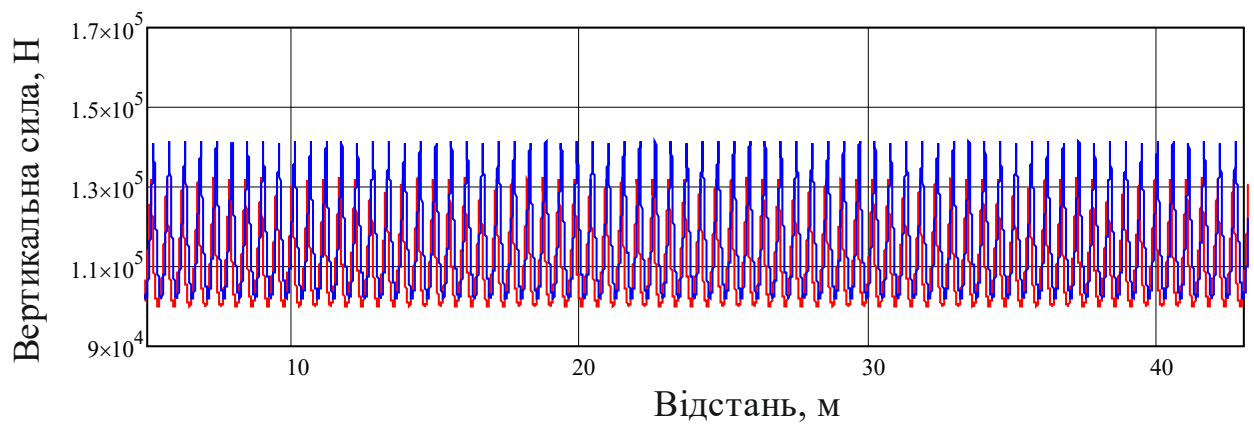


Рис. Б42. Значення вертикальних сил із врахування приведеної маси колії при $V=160$ км/год

Впровадження матеріалів дисертаційної роботи

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Заступник начальника Харківського
відділення філії «Проектно-
вишукувальний інститут залізничного
транспорту» АТ «Укрзалізниця»,
к.т.н., с.н.с.



В.В. Божко
2021 р.

АКТ

**впровадження результатів дисертаційної роботи
«Дослідження впливу інерційних характеристик колії на процеси взаємодії
з рухомих складом»**

Цим актом підтверджуємо, що тема дисертаційної роботи є актуальною і направлена на підвищення швидкостей руху по окремих напрямках головних колій АТ «Укрзалізниця», а результати дисертаційної роботи «Дослідження впливу інерційних характеристик колії на процеси взаємодії з рухомих складом», виконаної здобувачем Лейбуком Ярославом Сергійовичем, дозволять забезпечити необхідний рівень безпеки руху при впровадженні нових матеріалів та конструкцій залізничної колії в цих умовах експлуатації.

Завдяки проведеним теоретичним та експериментальним дослідженням створено інструментарій для проведення практичних розрахунків по визначенню величини приведеної маси залізничної колії для магістральних залізниць України.

Особливої уваги заслуговує комплекс просторових математичних моделей системи «екіпаж-залізнична колія», що дозволяє уточнити рівень вертикальних сил взаємодії залізничної колії та рухомого складу.

Результати дисертаційної роботи можуть бути використані в проєктній практиці при розробленні документації в системі колійного господарства залізниць України.

Головний інженер Харківського
відділення філії «ПВІЗТ»

С. В. Шепеленко

Начальника науково-дослідного
відділу к. т. н., доц.

О. В. Дорохов

ГПІ відділу проектування
колій та станцій

Д.В. Мірошніченко

АКТ

про впровадження результатів дисертаційної роботи
Лейбука Я.С.

«Дослідження впливу інерційних характеристик колії
на процеси взаємодії з рухомим складом»

Даним актом підтверджуємо можливість
практичного використання наступних результатів
роботи Я.С. Лейбука:

- запропонованої математичної моделі «екіпаж-колія», що враховує особливості конструкції рухомого складу, який експлуатується на ділянках прискореного руху АТ «Укрзалізниця», а також вимушені коливання залізничної колії під дією зовнішнього вертикального навантаження;
- рекомендацій щодо практичного визначення величини приведеної маси залізничної колії, виходячи із її фактичного стану, а також фізико-механічних характеристик елементів, які беруть участь в процесі взаємодії з рухомим складом;
- встановлення фактичного впливу інерційних характеристик залізничної колії на загальний рівень вертикальних сил взаємодії з рухомим складом при швидкостях руху від 100 до 160 км/год в умовах магістральних залізниць України.

Рекомендації щодо подальшого використання
отриманих результатів:

- Рекомендувати при встановленні можливості експлуатації нових типів рухомого складу, елементів (конструкцій) залізничної колії на ділянках прискореного руху АТ «Укрзалізниця».

- Доцільно використовувати при перегляді або розробці нормативно-технічних документів в колійному господарстві АТ «Укрзалізниця», які регламентують питання улаштування, утримання та ремонту залізничної колії.

В результаті впровадження вищенаведених результатів будуть створені всі необхідні передумови для забезпечення необхідного рівня безпеки руху на ділянках прискореного руху АТ «Укрзалізниця» внаслідок урахування більш широкого кола факторів впливу при визначенні напруженого стану залізничної колії.

Начальник структурного
підрозділу «Служба колії»
філії «Південна залізниця»
АТ «Укрзалізниця»



О.Л.Заровний

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з науково-педагогічної роботи
Українського державного університету
залізничного транспорту

Дмитро МКРТИЧЬЯН

2021 р.



АКТ

використання результатів дисертаційної роботи

Лейбука Ярослава Сергійовича на тему

«Дослідження впливу інерційних характеристик колії на процеси взаємодії з рухомих складом»

Цей акт складений про те, що основні результати дисертаційної роботи Лейбука Я.С. «Дослідження впливу інерційних характеристик колії на процеси взаємодії з рухомих складом» використовуються в навчальному процесі в курсах дисциплін «Забезпечення експлуатаційної надійності колії», «Залізнична колія (спецкурс)», «Організація і планування ремонтно-колійних робіт в умовах обмежених ресурсів», в курсовому та дипломному проектуванні при підготовці фахівців освітнього рівня «магістр» спеціальності 273 «Залізничний транспорт» за освітньою програмою «Залізничні споруди та колійне господарство».

Завідувач кафедри

«Залізнична колія і транспортні споруди»

д.т.н., професор

А.А. ПЛУГІН

Список публікацій здобувача за темою дисертації

Статті у фахових виданнях та збірниках наукових праць, що включені до міжнародних наукометричних баз:

1. Kurhan, D., Leibuk, Y. Research of the Reduced Mass of the Railway Track. *Acta Technica Jaurinensis*. 2020. 13(4). pp. 324–341.
2. Лейбук Я.С., Скорик О.О., Муригіна Н.О., Зверева А.С. Експериментальне визначення приведеної маси колії. *Збірник наукових праць «Мости та тунелі: теорія, дослідження, практика»*. 2019. № 15. С. 41–46.
3. Даренський О.М., Шраменко В.П., Тулей Ю.Л., Дудін О.А., Лейбук Я.С. Математична модель колії, яка має інерційні характеристики, під дією швидкісного рухомого складу. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*. 2018. №4. С. 35–40.
4. Даренський О.М., Тулей Ю.Л., Овчинніков О. О., Лейбук Я.С. Числові дослідження динамічних поперечних сил у кривих, у зонах нерівностей ланок колії. *Збірник наукових праць УкрДУЗТ*. 2018. Вип. 179. С. 51–58.
5. Даренский А.Н., Лейбук Я.С. Математическая модель колебаний железнодорожного пути как балки, которая имеет инерционные характеристики. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*. 2017. №2. С. 16–20.
6. Dmytro Potapov, Sergij Panchenko, Yaroslav Leibuk, Yuseph Tuley, Pavel Plis Effect of joint and isolated irregularities of the track on the wear of rails in curves. *MATEC Web of Conferences* 230. 2018. 01012.
7. Alexander Darenskiy, Volodymyr Vitolberg, Denis Fast, Andrii Klymenko, Yaroslav Leibuk A mathematical model of the rail track presented as a bar on elastic and dissipative supports under the influence of moving loads. *MATEC Web of Conferences* 116. 2017. 03002

Публікації апробаційного характеру

1. Даренський О.М., Лейбук Я.С., Клименко А.В. Математична модель коливань залізничної колії як балки, яка має інерційні характеристики. *6-а Міжнародна науково-технічна конференція «Проблеми надійності та*

довговічності інженерних споруд і будівель на залізничному транспорті». 2017. Харків: УкрДУЗТ. С. 196–197.

2. Лейбук Я.С. Вынужденные колебания пути как балки, которая имеет инерционные характеристики. *Збірник наукових праць УкрДУЗТ. Тези доповідей 80-ї Міжнародній науково-технічній конференції «Розвиток наукової та інноваційної діяльності на транспорті*». 2018. С. 109.

3. Даренський О.М., Лейбук Я.С. Чисельні дослідження динамічних поперечних сил в кривих, в зонах нерівностей ланок колії. *7-а Міжнародна науково-технічна конференція «Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд і будівель на залізничному транспорті*. 2018. С. 35–36.

Особистий внесок: проведення розрахунків, аналіз результатів.

4. Лейбук Я.С., Скорик О.О. Визначення приведеної маси колії за допомогою динамічного стабілізатора колії. *79 Міжнародна науково-практична конференція «Проблеми та перспективи розвитку залізничного транспорту*». 2019. С. 240–242.

5. Лейбук Я.С. Урахування інерційних характеристик колії при визначенні сил її взаємодії з рухомим складом. *Збірник наукових праць УкрДУЗТ. Тези доповідей 78-ї Міжнародній науково-технічній конференції «Розвиток наукової та інноваційної діяльності на транспорті*». 2016. С. 91–92.

Відомості про апробацію результатів дисертації

Апробація результатів дисертації. Основні положення і результати дисертаційних досліджень доповідались і отримали схвалення на 5 міжнародних науково-технічних конференціях:

- VI Міжнародна науково-технічна конференція «Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд та будівель на залізничному транспорті» (м. Харків, 19-21 квітня 2017 р.) (Особиста участь).
- VII Міжнародна науково-технічна конференція «Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд і будівель на залізничному транспорті», що присвячена 110-річчю зі дня народження Заслуженого

діяча науки і техніки України д.т.н., професора Ангелейка В.І. (м. Харків, 14-16 листопада 2018 р.) (Особиста участь).

- 80-та Міжнародна науково-технічна конференція «Розвиток наукової та інноваційної діяльності на транспорті» (м. Харків, 2018 р.) (Особиста участь).
- 79-та Міжнародна науково-практична конференції «Проблеми та перспективи розвитку залізничного транспорту» (м. Дніпро, 16-17 травня 2019 р.) (Особиста участь).
- 78-а Міжнародна науково-технічна конференція «Розвиток наукової та інноваційної діяльності на транспорті» (м. Харків, 2016 р.) (Особиста участь).