

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЗАЛІЗНИЧНОГО
ТРАНСПОРТУ

Кваліфікаційна наукова праця
на правах рукопису

Перець Костянтин Геннадійович

УДК 621.391:519.72

ДИСЕРТАЦІЯ

**МЕТОДИ ФОРМУВАННЯ ТА РЕКОНСТРУКЦІЇ АНСАМБЛІВ
СКЛАДНИХ СИГНАЛІВ В УМОВАХ ЗАВАД В
ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ**

Спеціальність 172 – Телекомунікації та радіотехніка
Галузь знань 17 – Електроніка та телекомунікації

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_____ К.Г. Перець

Науковий керівник:
Жученко О.С.

Харків – 2026

АНОТАЦІЯ

Перець К.Г. Методи формування та реконструкції ансамблів складних сигналів в умовах завод в телекомунікаційних системах. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії (PhD) за спеціальністю 172 – Телекомунікації та радіотехніка. – Український державний університет залізничного транспорту, Україна, Харків, 2026.

В дисертаційній роботі вирішується актуальне науково-практичне завдання з розробки методів формування та реконструкції ансамблів складних сигналів, які сприяють підвищенню заводостійкості та забезпечують кореляційно-структурну узгодженість сигналів на основі спектральної реконструкції, керованої регуляризації та багатокритеріальної оптимізації в умовах складного заводового середовища.

Об'єктом дослідження є процес формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у телекомунікаційних системах в умовах складного заводового середовища.

Предметом дослідження є методи, моделі та алгоритми формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у часово-частотній області.

Метою дисертаційного дослідження є підвищення заводостійкості ансамблів складних сигналів шляхом розробки методів їх формування та відновлення з урахуванням нелінійних взаємодій, спектральної реконструкції та багатокритеріальної оптимізації в умовах заводового середовища.

У вступі обґрунтовано актуальність підвищення заводостійкості та надійності формування ансамблів складних сигналів у телекомунікаційних системах в умовах складного заводового середовища. Представлено наукову новизну, обґрунтовано практичне значення отриманих результатів, наведено особистий внесок здобувача та перелік наукових публікацій за темою дисертаційного дослідження.

Перший розділ присвячено аналізу сучасних методів формування та реконструкції ансамблів складних сигналів. Обґрунтовано, що наявні підходи не забезпечують достатньої ефективності відновлення сигналів за наявності нелінійних взаємодій, інтенсивних завад і високої розмірності параметрів. Це обумовило актуальність та доцільність розробки інтегрованого методу формування та реконструкції ансамблів сигналів, який поєднує нелінійне моделювання, керовану регуляризацию спектральних компонент та багатокритеріальну оптимізацію параметрів.

У другому розділі вперше запропоновано інтегрований метод формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у часово-частотній області, який реалізується поетапно: від початкового формування ансамблів на основі спектрального подання сигналів до їх реконструкції в завадових умовах з урахуванням нелінійних взаємодій спектральних складових. Метод поєднує спектральну реконструкцію на основі рядів Вольтерра, керовану регуляризацию параметрів та багатокритеріальну оптимізацію з дотриманням умов ортогональності ансамблів, що забезпечує узгоджене формування їх структури та стабільність реконструкції.

У третьому розділі розроблено метод регуляризації та багатокритеріальної оптимізації параметрів реконструкції ансамблів складних сигналів у часово-частотній області. Проведено кількісну оцінку впливу розрідженості і регуляризації з використанням функції Джемана–Маклюора. Запропоновано розширення функції Джемана–Маклюора з параметром γ та оптимізаційну постановку на основі множників Лагранжа для мінімізації похибки з урахуванням ортогональності параметрів моделі. Експериментально доведено ефективність запропонованого методу на сигналах 4G LTE та 5G NR у широкому діапазоні SNR у порівнянні з відомими методами оптимізації.

Четвертий розділ присвячено розробці методу узгодженої реконструкції сигналів у часовій та частотній областях. Обґрунтовано, що вибір області реконструкції визначається поточним станом сигналу через різний характер прояву деградацій. Запропоновано механізм керованого переходу між

глобальною частотною та локальною часовою реконструкцією. Удосконалено локальну часову реконструкцію шляхом введення часової маски та згладжувального віконного ядра. Експериментально підтверджено збереження узгодженості глобальних спектральних характеристик при точнішому відтворенні локальної структури сигналу.

Висновки до дисертаційної роботи містять основні результати, які вирішують актуальне науково-технічне завдання та розв'язують часткові задачі, поставлені в дисертаційному дослідженні.

Основні результати сформульовано у вигляді пунктів **наукової новизни**.

1. Вперше розроблено інтегрований метод формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у часово-частотній області, що поєднує спектральну реконструкцію на основі рядів Вольтерра, керовану нелінійну регуляризацію параметрів та багатокритеріальну оптимізацію з використанням множників Лагранжа, що забезпечує узгоджене формування ансамблів складних сигналів та стабільність їх відновлення в складних заводових умовах.

2. Удосконалено метод реконструкції сигналів у частотній області на основі рядів Вольтерра за рахунок введення регуляризації спектра за функцією Джемана–Маклюра, яка забезпечує вибіркоче пригнічення малозначущих складових спектра та збереження інформативних складових спектра під час формування ансамблів складних сигналів.

3. Удосконалено метод багатокритеріальної оптимізації формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у частотно-часовій області на основі множників Лагранжа, що забезпечує одночасну мінімізацію похибки відновлення, підвищення заводостійкості та підтримання ортогональності спектральних параметрів моделі.

Практичні результати дисертаційного дослідження полягають у розробці алгоритмів та механізмів формування та реконструкції ансамблів складних сигналів, ефективних для застосування в телекомунікаційних системах в складних заводових умовах, а саме:

– на основі порівняльного аналізу методів формування та реконструкції ансамблів складних сигналів обґрунтовано доцільність впровадження інтегрованого підходу;

– розроблено алгоритм та програмну реалізацію інтегрованого методу формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у частотно-часовій області, який забезпечує локальне зменшення похибки в діапазоні 25–35 % порівняно з базовою частотною реконструкцією без локального узгодження та підвищує завадостійкість ансамблів сигналів у телекомунікаційних системах;

– розроблено алгоритм та програмну реалізацію поетапної спектральної реконструкції сигналів у завадових умовах з урахуванням нелінійних взаємодій на основі рядів Вольтерра, що забезпечує зменшення абсолютної похибки в діапазоні 15,2–20,6 % та, як наслідок, підвищення стійкості відновлення сигналів при переході від моделі першого до другого порядку;

– реалізовано механізм керованої регуляризації та оптимізації параметрів реконструкції, який забезпечує зменшення похибки відновлення сигналів у діапазоні 9,7–16,2% % за помірних та до 40–50 % за інтенсивних завад порівняно з некерованими або безобмежувальними методами оптимізації, що свідчить про підвищення завадостійкості процесу реконструкції ансамблів складних сигналів;

– розроблено алгоритм та програмну реалізацію узгодженої локальної часової та глобальної частотної реконструкції сигналів, що забезпечує керований перехід між режимами обробки залежно від стану сигналу та зменшення локальної похибки відновлення у критичних часових ділянках зі зростанням коефіцієнта локальної відповідності на 10,4–14,5 % та зменшенням локальної середньоквадратичної похибки на 19,8–29,3 % без порушення узгодженості результатів реконструкції;

– реалізовано механізм керування режимами реконструкції на основі індикатора локальної нестабільності та вагового поєднання моделей, який забезпечує вибіркоче залучення локальної часової реконструкції лише в зонах

деградації сигналу з керуванням її внеском до 70–85 %, що дозволяє зберігати узгоджені властивості ансамблів сигналів під час реконструкції.

У сукупності отримані практичні результати забезпечують керовану реконструкцію ансамблів складних сигналів у заводових умовах з збереженням їх структурних та кореляційних властивостей, що підвищує заводостійкість та надійність роботи телекомунікаційних систем.

Ключові слова: телекомунікаційні системи, канал радіозв'язку, когнітивні радіосистеми, безпроводові мережі, зона обслуговування, ансамбль складних сигналів, методи оптимізації, пропускна здатність, адитивний білий гаусовий шум, смуга частот, частотно-часові характеристики, SNR (сигнал-шум), заводостійкість, ортогональність, кореляція, реконструкція, OFDM, стандарт IEEE, перетворення Фур'є.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА

Наукові праці, в яких опубліковано основні наукові результати:

1. Perets K., Lysechko V., Komar O. (2024) Modeling Nonlinear Signal Components Based on Volterra Series in the Frequency Domain during Spectral Reconstruction. *Computer-integrated technologies: education, science, production. Telecommunications and radio engineering/ Lutsk National Technical University.* – Lutsk. – 2024. № 57, С.192-201. DOI: <https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2024-57-23>.

2. Perets K., Komar O., (2025) Optimization method using Lagrange multipliers to ensure conditions of orthogonality and stability of signal reconstruction. – *Національний авіаційний університет. Наукоємні технології, «Електроніка, телекомунікації та радіотехніка», Київ, 2025. Том. 65, № 1, С. 69-76,* <https://doi.org/10.18372/2310-5461.65.19927>.

3. Perets K., Komar, O. (2025) Assessment of the impact of sparsity and Geman-Mcclure regularization on signal reconstruction accuracy// *National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic». Control, Navigation and Communication Systems, Vol. 2, № 80 (2025), P.P. 239-243,* <https://doi.org/10.26906/SUNZ.2025.2.239>.

4. Perets, K., & Zhuchenko O. (2025). Method of localized signal reconstruction in dynamic environments based on modified Volterra series// *Computer-integrated technologies: education, science, production/ Lutsk National Technical University.* – Lutsk. – 2025. (№59), P.P. 313-321. <https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2025-59-39>.

Опубліковані праці, апробаційного характеру

5. Perets K.G., Zhuchenko O.S. The method of stepwise hybrid time segmentation based on bandpass filtering with time-frequency adaptation// *Тези доповіді за матеріалами 37 міжнародної науково-практичної конференції*

«Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті». – Харків: УкрДУЗТ, 10-11 жовтня 2024. – С. 54-55.

6. Перець К.Г., Жученко О.С. Розробка методу поетапної спектральної реконструкції сигналів// Тези доповіді XII міжнародної науково-практичної конференції «Людина, суспільство, комунікативні технології» – Харків: УкрДУЗТ, 25 жовтня 2024. – С.198-200.

7. Lysechko V.P., Perets K.H. Spectral reconstruction method with adaptive filtering //Тези доповіді за матеріалами I міжвузівською наукової конференції «Стан та перспективи розвитку інфокомунікацій в сучасних умовах». – Харківський національний університет повітряних сил ім. І. Кожедуба. – Харків: 22 листопада 2024. – С. 88-89.

8. Perets K., Sadovnykov B., Zhuchenko O., Overview of state-of-the-art image object detection and classification approaches// Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті: тези доповідей та виступів учасників 36-ї Міжнародної науково-практичної конференції «Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті». – 2023. – № 3 (додаток). – С. 9-10.

9. Perets K.H., Lysechko V.P. Modeling nonlinear signal components based on Volterra series in the frequency domain during spectral reconstruction// XXI Міжнародна наукова конференція «Новітні технології для захисту повітряного простору». Харківський національний університет повітряних сил ім. І. Кожедуба. Харків: 9 – 10 квітня 2025 року. С. 333.

10. Shevchenko O., Perets K., Lysechko V. Expanding approaches to the evaluation of signal correlation properties in cognitive networks// Збірник тез доповідей Міжнародної науково-практичної конференції «Застосування інформаційних технологій у підготовці та діяльності сил охорони правопорядку» (27 березня 2025 р.). Національна академія Національної гвардії України, м. Харків, Р.Р. 11-12.

11. Перець К.Г., Жученко О.С., Комар О.М. Адаптивна реконструкція сигналів у динамічних середовищах на основі локалізованих рядів Вольєрра // Перспективи розвитку озброєння та військової техніки сухопутних військ.

Збірник тез доповідей Міжнародної науково-технічної конференції (Львів 14-15 травня 2025). Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного. – Львів: НАСВ, 2025, С. 82.

12. Lysechko V.P., Peretc K.H., Komar O., Veklych O. Comparative analysis of optimization methods for complex signal ensembles: approximation, differential evolution, and linear and nonlinear optimization // X International Scientific and Practical Conference Physical and Technological Problems of Transmission, Processing, and Storage of Information in Infocommunication Systems (May 15-17). *Chernivtsi National University named after Yuriy Fedkovych*, Issue P.105-106.

13. Перець К.Г., Жученко О.С. Метод моделювання ансамблів складних сигналів на основі рядів Вольтерра для когнітивних телекомунікаційних систем//Тези доповіді за матеріалами 38 Міжнародної науково-практичної конференції «Інформаційно- керуючі системи на залізничному транспорті». 9-10 жовтня 2025 року. – С.82-83.

ABSTRACT

Perets K.H. Methods for the Formation and Reconstruction of Ensembles of Complex Signals under Interference Conditions in Telecommunication Systems. – Qualifying scientific work on manuscript rights.

Dissertation for obtaining a scientific doctor of philosophy (PhD) in specialty 172 – Telecommunications and Radio Engineering – Ukrainian State University of Railway Transport, Ukraine, Kharkiv, 2026.

The dissertation addresses a relevant scientific and applied problem of developing methods for the formation and reconstruction of ensembles of complex signals, which contribute to increasing interference resistance and ensuring correlation–structural consistency of signals based on spectral reconstruction, controlled regularization, and multi-criteria optimization under complex interference conditions.

The **object of the research** is the process of formation and reconstruction of ensembles of complex signals in telecommunication systems operating in a complex interference environment.

The **subject of the research** comprises methods, models, and algorithms for the formation and reconstruction of ensembles of complex signals in the time–frequency domain.

The **aim of the dissertation** research is to increase the interference resistance of ensembles of complex signals by developing methods for their formation and recovery, taking into account nonlinear interactions, spectral reconstruction, and multi-criteria optimization under interference conditions.

The **introduction** substantiates the relevance of increasing the interference resistance and reliability of forming ensembles of complex signals in telecommunication systems operating in a complex interference environment. It presents the scientific novelty of the obtained results, substantiates their practical significance, describes the personal contribution of the author, and provides a list of scientific publications related to the topic of the dissertation research.

The **first chapter** is devoted to the analysis of modern methods for the formation and reconstruction of ensembles of complex signals. It is substantiated that existing approaches do not provide sufficient signal recovery efficiency in the presence of nonlinear interactions, intensive interference, and high parameter dimensionality. This determined the relevance and feasibility of developing an integrated method for the formation and reconstruction of signal ensembles that combines nonlinear modeling, controlled regularization of spectral components, and multi-criteria parameter optimization.

The **second chapter** proposes, for the first time, an integrated method for the formation and reconstruction of ensembles of complex signals in the time–frequency domain, implemented in a step-by-step manner from the initial formation of ensembles based on the spectral representation of signals to their reconstruction under interference conditions while accounting for nonlinear interactions of spectral components. The method combines spectral reconstruction based on Volterra series, controlled parameter regularization, and multi-criteria optimization while satisfying ensemble orthogonality conditions, which ensures consistent structure formation and stability of reconstruction.

The **third chapter** develops a method for regularization and multi-criteria optimization of reconstruction parameters of ensembles of complex signals in the time–frequency domain. A quantitative assessment of the impact of sparsity and regularization using the Geman–McClure function is carried out. An extension of the Geman–McClure function with an additional parameter γ is proposed, along with an optimization formulation based on Lagrange multipliers to minimize reconstruction error while enforcing parameter orthogonality. The effectiveness of the proposed method is experimentally demonstrated on 4G LTE and 5G NR signals over a wide SNR range in comparison with known optimization methods.

The **fourth chapter** is devoted to the development of a method for coordinated signal reconstruction in the time and frequency domains. It is substantiated that the choice of the reconstruction domain is determined by the current signal state due to the different nature of degradation manifestations. A mechanism for controlled switching

between global frequency-domain and local time-domain reconstruction is proposed. Local time-domain reconstruction is improved by introducing a temporal mask and a smoothing window kernel. Experimental results confirm the preservation of consistency of global spectral characteristics while achieving more accurate reproduction of the local signal structure.

The **conclusions** of the dissertation summarize the main results that address a relevant scientific and technical problem and solve the partial tasks formulated in the dissertation research.

The main results are formulated in the form of **scientific novelty statements**.

1. For the first time, an integrated method for the formation and reconstruction of ensembles of complex signals in the time–frequency domain has been developed. The method combines spectral reconstruction based on Volterra series, controlled nonlinear parameter regularization, and multi-criteria optimization using Lagrange multipliers, ensuring consistent ensemble formation and stable signal recovery under complex interference conditions.

2. The frequency-domain signal reconstruction method based on Volterra series has been improved by introducing spectral regularization using the Geman–McClure function, which provides selective suppression of insignificant spectral components while preserving informative components during ensemble formation.

3. A multi-criteria optimization method for the formation and reconstruction of ensembles of complex signals in the frequency–time domain has been improved using Lagrange multipliers, enabling simultaneous minimization of reconstruction error, enhancement of interference resistance, and maintenance of orthogonality of spectral model parameters.

The practical results of the dissertation research consist in the development of algorithms and mechanisms for the formation and reconstruction of ensembles of complex signals that are effective for application in telecommunication systems operating under complex interference conditions, namely:

– based on a comparative analysis of ensemble formation and reconstruction methods, the feasibility of implementing an integrated approach is substantiated;

– an algorithm and software implementation of an integrated method for forming and reconstructing ensembles of complex signals in the frequency–time domain have been developed, providing local error reduction in the range of 25–35% compared to baseline frequency-domain reconstruction without local coordination, and increasing the interference resistance of signal ensembles in telecommunication systems;

– an algorithm and software implementation of step-by-step spectral signal reconstruction under interference conditions, accounting for nonlinear interactions based on Volterra series, have been developed, providing a reduction in absolute error in the range of 15,2–20,6% and, as a result, increased stability of signal recovery when transitioning from first- to second-order models;

– a mechanism for controlled regularization and optimization of reconstruction parameters has been implemented, providing a reduction in signal reconstruction error in the range of 9,7–16,2% under moderate interference and up to 40–50% under intensive interference compared to uncontrolled or unconstrained optimization methods, indicating enhanced interference resistance of the reconstruction process;

– an algorithm and software implementation of coordinated local time-domain and global frequency-domain signal reconstruction have been developed, ensuring controlled switching between processing modes depending on the signal state and reducing local reconstruction error in critical time intervals, with an increase in the local conformity coefficient by 10,4–14,5% and a reduction in local mean square error by 19,8–29,3%, without violating reconstruction consistency;

– a reconstruction mode control mechanism based on a local instability indicator and weighted model combination has been implemented, ensuring selective activation of local time-domain reconstruction only in signal degradation regions with controlled contribution up to 70–85%, thereby preserving the consistent properties of signal ensembles during reconstruction.

Taken together, the obtained practical results provide controlled reconstruction of ensembles of complex signals under interference conditions while preserving their

structural and correlation properties, thereby enhancing interference resistance and operational reliability of telecommunication systems.

Keywords: telecommunication systems, radio communication channel, cognitive radio systems, wireless networks, coverage area, ensemble of complex signals, optimization methods, throughput, additive white Gaussian noise, frequency band, time–frequency characteristics, SNR (signal-to-noise ratio), interference resistance, orthogonality, correlation, reconstruction, OFDM, IEEE standard, Fourier transform.

LIST OF PUBLICATIONS OF THE ACQUIRER

Scientific works in which the main scientific results were published:

1. Perets K., Lysechko V., Komar O. (2024) Modeling Nonlinear Signal Components Based on Volterra Series in the Frequency Domain during Spectral Reconstruction. *Naukovyi zhurnal «Kompiuterno-intehrovani tekhnolohii: osvita, nauka, vyrobnytstvo»*. Telekomunikatsii ta radiotekhnika, Lutsk. – 2024. № 57, S.192-201. DOI: <https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2024-57-23>.

2. Perets K., Komar O., (2025) Optimization method using Lagrange multipliers to ensure conditions of orthogonality and stability of signal reconstruction. – National Aviation University. Science-intensive Technologies, «Electronics, Telecommunications and Radiotechnics», Kyiv, 2025. Vol. 65, No. 1, P.P. 69–76., <https://doi.org/10.18372/2310-5461.65.19927>.

3. Perets K., Komar, O. (2025) Assessment of the impact of sparsity and Geman-Mcclure regularization on signal reconstruction accuracy// *National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic»*. *Control, Navigation and Communication Systems*, Vol. 2, № 80 (2025), P.P. 239-243, <https://doi.org/10.26906/SUNZ.2025.2.239>.

4. Perets, K., & Zhuchenko O. (2025). Method of localized signal reconstruction in dynamic environments based on modified Volterra series// *Computer-integrated technologies: education, science, production/ Lutsk National Technical University*. – Lutsk. – 2025. (№59), P.P. 313-321. <https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2025-59-39>.

Published works of an approbation nature:

5. Peretc K.H., Zhuchenko O.S. The method of stepwise hybrid time segmentation based on bandpass filtering with time-frequency adaptation. // Abstracts of the 37th International Scientific and Practical Conference «Information-Control Systems in Railway Transport». – Kharkiv: UkrDUZT, October 10–11, 2024. – P.P. 54–55.

6. Peretc K.H., Zhuchenko O.S. Development of a method for stepwise spectral reconstruction of signals//Abstracts of the XII International Scientific and Practical Conference «Human, Society, Communicative Technologies». – Kharkiv: UkrDUZT, October 25, 2024. – P.P. 198–200.

7. Lysechko V.P., Peretc K.H. Spectral reconstruction method with adaptive filtering// Abstracts of the 1st Interuniversity Scientific Conference «State and Prospects of Infocommunication Development under Modern Conditions». – Ivan Kozhedub Kharkiv National Air Force University. – Kharkiv: November 22, 2024. – PP. 88–89.

8. Peretc K.H., Sadovnykov B., Zhuchenko O. Overview of state-of-the-art image object detection and classification approaches. // Abstracts of the 36th International Scientific and Practical Conference «Information-Control Systems in Railway Transport». – Supplement No. 3. – 2023. – PP. 9–10.

9. Peretc K.H., Lysechko V.P. Modeling nonlinear signal components based on Volterra series in the frequency domain during spectral reconstruction. // XXI International Scientific Conference «Modern Technologies for Airspace Protection». – Ivan Kozhedub Kharkiv National Air Force University. – Kharkiv: April 9–10, 2025. – P. 333.

10. Shevchenko O., Perets K., Lysechko V. Expanding approaches to the evaluation of signal correlation properties in cognitive networks// Proceedings of the International Scientific and Practical Conference Application of «Information Technologies in the Training and Activities of Law Enforcement Forces», (March 27, 2025), National Academy of the National Guard of Ukraine, Kharkiv, pp. 11–12.

11. Peretc K.H., Zhuchenko O.S., Komar O.M. Adaptive signal reconstruction in dynamic environments based on localized Volterra series. // Abstracts of the International Scientific and Technical Conference «Prospects for the Development of Weapons and Military Equipment of the Land Forces». – National Academy of the Ground Forces named after Hetman Petro Sahaidachnyi. – Lviv: May 14–15, 2025. – Issue 31, P.82.

12. Lysechko V.P., Perets K.H., Komar O., Veklych O. Comparative analysis of optimization methods for complex signal ensembles: approximation, differential evolution, and linear and nonlinear optimization // X International Scientific and Practical Conference Physical and Technological Problems of Transmission, Processing, and Storage of Information in Infocommunication Systems (May 15-17). Chernivtsi National University named after Yuriy Fedkovych, Issue P.105-106.

13. Perets K.H., Zhuchenko O.S. A Modeling Method for Ensembles of Complex Signals Based on Volterra Series for Cognitive Telecommunication Systems// Abstracts of the 38th International Scientific and Practical Conference «Information-Control Systems in Railway Transport». – Kharkiv: UkrDUZT. – October 9-10. – p.p.82-83.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ	21
ВСТУП	22
РОЗДІЛ 1 АНАЛІЗ СУЧАСНИХ МЕТОДІВ ФОРМУВАННЯ ТА РЕКОНСТРУКЦІЇ АНСАМБЛІВ СКЛАДНИХ СИГНАЛІВ У СКЛАДНОМУ ЗАВАДОВОМУ СЕРЕДОВИЩІ	30
1.1 Особливості формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у часовій та частотній областях	30
1.2 Порівняльний аналіз часових, часово-частотних та нелінійних методів формування та реконструкції ансамблів складних сигналів	35
1.2.1 Часові методи	37
1.2.2 Частотні методи	39
1.2.3 Частотно-часові методи	40
1.2.4 Нелінійні та моделюючі методи	42
1.3 Особливості застосування спектральної реконструкції ансамблів складних сигналів у завадовому середовищі	46
1.4 Обґрунтування науково-технічного завдання підвищення завадостійкості формування та реконструкції ансамблів складних сигналів	48
Висновки до розділу 1	51
РОЗДІЛ 2 ІНТЕГРОВАНІЙ МЕТОД ФОРМУВАННЯ ТА РЕКОНСТРУКЦІЇ АНСАМБЛІВ СИГНАЛІВ НА ОСНОВІ НЕЛІНІЙНОГО СПЕКТРАЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТА РЕГУЛЯРИЗОВАНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ	52
2.1 Принципи спектральної реконструкції та оптимізації параметрів сигналу в умовах завадового нелінійного середовища	53
2.2 Розробка методу реконструкції сигналу в частотно-часовій області на основі рядів Вольтерра	59

	19
2.3 Експериментальна оцінка ефективності методу формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у заводовому середовищі	67
Висновки до розділу 2	72
РОЗДІЛ 3 МЕТОД РЕГУЛЯРИЗАЦІЇ ТА БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ РЕКОНСТРУКЦІЇ АНСАМБЛІВ СКЛАДНИХ СИГНАЛІВ В УМОВАХ СКЛАДНОГО ЗАВАДОВОГО СЕРЕДОВИЩА	74
3.1 Оцінка впливу розрідженості та регуляризації на точність відновлення сигналу за допомогою функції Джемана-Маклюра	75
3.2 Розробка методу та алгоритму багатокритеріальної оптимізації параметрів реконструкції з використанням множників Лагранжа	86
3.3 Експериментальна верифікація методу оптимізації з використанням множників Лагранжа	92
Висновки до розділу 3	96
РОЗДІЛ 4 МЕТОД УЗГОДЖЕНОЇ РЕКОНСТРУКЦІЇ СИГНАЛІВ У ЧАСОВІЙ ТА ЧАСТОТНІЙ ОБЛАСТЯХ	98
4.1 Обґрунтування часово-частотної узгодженості та принципів переходу між областями реконструкції	99
4.2 Удосконалення методу локальної часової реконструкції на основі модифікованої часової моделі рядів Вольтерра	102
4.3 Експериментальне моделювання узгодження локальної часової та глобальної частотної реконструкції	114
4.3.1 Моделювання керованої селективності частотної реконструкції	114
4.3.2 Часова локалізація застосування локальної реконструкції та керування переходом між режимами	117
4.3.3 Оцінка якості узгодженої реконструкції в критичних часових ділянках	119
Висновки до розділу 4	122
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ	124

	20
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	127
ДОДАТОК А. Список публікацій здобувача за темою дисертації	144
ДОДАТОК Б. Акт впровадження результатів наукових досліджень дисертаційної роботи	147
ДОДАТОК В. Фрагмент програмної реалізації для методу реконструкції сигналу за допомогою рядів Вольтерра	148
ДОДАТОК Г. Фрагмент програмної реалізації інтегрованого методу спектральної реконструкції на основі рядів Вольтерра та регуляризованої оптимізації	150
ДОДАТОК Д. Фрагмент програмної реалізації механізму керування переходом між часовою та частотною реконструкціями	153

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

AWGN – адитивний білий гаусівський шум

5G NR (New Radio) – радіоінтерфейс стандарту п'ятого покоління мобільного зв'язку

CR (Cognitive Radio) – когнітивне радіо

CRN (Cognitive Radio Network) – когнітивна радіомережа

DFT (Discrete Fourier Transform) – дискретне перетворення Фур'є

GMF (Geman–McClure Function) – функція Джемана–Маклюра

GMF-regularization – регуляризація на основі функції Джемана–Маклюра

IDFT (Inverse Discrete Fourier Transform) – зворотне дискретне перетворення Фур'є

IVRRO (Integrated Volterra-Regularized Reconstruction Optimization) – інтегрований метод спектральної реконструкції на основі рядів Вольтерра та регуляризованої оптимізації

LMS (Least Mean Squares) – метод найменших середніх квадратів

LTE (Long Term Evolution) – стандарт мобільного зв'язку четвертого покоління (4G)

MSD (Mean-Square Deviation) – середньоквадратичне відхилення

MSE (Mean-Square Error) – середньоквадратична похибка

NLMS (Normalized Least Mean Squares) – нормалізований метод LMS

OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) – ортогональне частотне мультиплексування

SNR (Signal-to-Noise Ratio) – відношення сигнал/шум

TF – (Time–Frequency) – часово-частотний

ФВК – функція взаємної кореляції

ГСП – глобальна спектральна реконструкція

ЛСП – локальна спектральна реконструкція

ВСТУП

Актуальність теми дослідження. Сучасний розвиток телекомунікаційних систем супроводжується зростанням вимог до ефективності використання радіочастотного ресурсу, надійності передачі інформації та якості відновлення сигналів у каналах радіозв'язку. Реальні умови функціонування таких систем характеризуються обмеженістю спектра, щільним розміщенням користувачів і джерел випромінювання, а також наявністю різномірних завадових впливів, що істотно ускладнює процеси формування та обробки сигналів.

В умовах щільного спектрального використання, обмеженості частотного ресурсу та наявності інтенсивних адитивних і неадитивних завад особливого значення набувають методи формування та реконструкції ансамблів складних сигналів. Саме ансамблеві підходи дозволяють забезпечити ефективне використання спектра, збереження кореляційних властивостей сигналів та підвищення стійкості систем зв'язку до завадових впливів. Проте відомі методи формування і реконструкції сигналів, зокрема частотні та часово-частотні підходи, у більшості випадків не враховують нелінійні взаємодії спектральних складових і втрачають ефективність за високої розмірності параметрів та складної структури завад.

Аналіз сучасних наукових досліджень свідчить, що значна частина існуючих підходів орієнтована на локальну оптимізацію окремих характеристик сигналів або на застосування лінійних моделей, що обмежує їх придатність в умовах реальних телекомунікаційних середовищ. Недостатньо опрацьованими залишаються питання узгодженого формування ансамблів складних сигналів із збереженням їх кореляційно-структурних властивостей, а також забезпечення стабільності реконструкції сигналів за наявності інтенсивних завад і нелінійних ефектів.

У зв'язку з цим актуальним напрямом досліджень є розробка інтегрованих методів формування та реконструкції ансамблів складних сигналів, які

поєднують часово-частотний аналіз, спектральну реконструкцію, керовану регуляризацію параметрів та багатокритеріальну оптимізацію. Такий підхід дозволяє одночасно враховувати енергетичні, кореляційні та структурні характеристики ансамблів складних сигналів, а також адаптувати процес реконструкції до змінного заводового середовища.

Таким чином, актуальним є вирішення **науково-технічного завдання** з розробки методів формування та реконструкції ансамблів складних сигналів, які сприяють підвищенню заводостійкості та забезпечують кореляційно-структурну узгодженість сигналів на основі спектральної реконструкції, керованої регуляризації та багатокритеріальної оптимізації в умовах складного заводового середовища.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Тема дисертаційного дослідження відповідає предметної області ОНП «Телекомунікації та радіотехніка» третього (освітньо-наукового) рівня, оскільки охоплює теоретичні та прикладні засади побудови, функціонування та експлуатації телекомунікаційних систем, враховує технічне, програмне та інформаційне забезпечення процесів формування та обробки сигналів з орієнтацією на підвищення ефективності функціонування телекомунікаційних систем в умовах заводових впливів, а також передбачає використання цифрових технологій, мікропроцесорних засобів і спеціалізованого програмного забезпечення.

Дисертаційна робота виконана на кафедрі «Транспортний зв'язок» Українського державного університету залізничного транспорту. Результати роботи впроваджено в навчальний процес УкрДУЗТ при викладанні дисциплін: «Методи оптимізації в телекомунікаціях та радіотехніці», «Телекомунікаційні системи передачі» (Додаток Б).

Об'єктом дослідження є процес формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у телекомунікаційних системах в умовах складного заводового середовища.

Предметом дослідження є методи, моделі та алгоритми формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у часово-частотній області.

Метою дисертаційного дослідження є підвищення завадостійкості ансамблів складних сигналів шляхом розробки методів їх формування та відновлення з урахуванням нелінійних взаємодій, спектральної реконструкції та багатокритеріальної оптимізації в умовах завадового середовища.

Відповідно до поставленої мети сформульовано **часткові наукові задачі**, що відповідають структурі дисертаційного дослідження та очікуваним науково-практичним результатам.

1. Провести аналіз сучасних методів формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у завадовому нелінійному середовищі та обґрунтувати доцільність застосування інтегрованого підходу до їх формування та відновлення в часово-частотній області.

2. Розробити інтегрований метод формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у часово-частотній області з урахуванням нелінійних взаємодій на основі рядів Вольтерра, який забезпечує узгодження характеристик ансамблів складних сигналів в складних завадових умовах.

3. Розробити метод керованої регуляризації спектра за функцією Джемана–Маклюра в межах реконструкції сигналів у частотній області на основі рядів Вольтерра та визначити його вплив на пригнічення малозначущих і збереження інформативних спектральних компонент.

4. Розробити алгоритм та програмну реалізацію поетапної спектральної реконструкції сигналів у завадовому середовищі з урахуванням нелінійних взаємодій на основі рядів Вольтерра та виконати експериментальну оцінку точності відновлення.

5. Удосконалити метод багатокритеріальної оптимізації параметрів реконструкції ансамблів складних сигналів у частотно-часовій області з використанням множників Лагранжа для одночасного забезпечення мінімізації похибки відновлення, підвищення завадостійкості та дотримання ортогональності параметрів моделі.

6. Розробити та реалізувати механізм керованого узгодження регуляризації та оптимізації параметрів реконструкції (на основі функції Джемана–Маклюра та множників Лагранжа) та дослідити його ефективність при різних завадах.

7. Розробити алгоритм та програмну реалізацію узгодженої локальної часової та глобальної частотної реконструкції сигналів, а також виконати експериментальну оцінку ефективності запропонованого підходу.

Методи дослідження. Для розв’язання задач, поставлених у дисертаційній роботі, застосовано методи спектрального та часово-частотного аналізу сигналів – для формування та реконструкції ансамблів складних сигналів; методи нелінійного моделювання на основі рядів Вольтерра – для опису нелінійних взаємодій спектральних складових; методи регуляризації та багатокритеріальної оптимізації з використанням множників Лагранжа – для зменшення похибки та забезпечення узгодженості параметрів реконструкції; методи чисельної оптимізації та імітаційного моделювання – для верифікації працездатності запропонованих алгоритмів; а також статистичні методи – для оцінювання точності та стійкості реконструкції сигналів в умовах завад.

Комплексне використання зазначених методів забезпечило обґрунтованість і достовірність отриманих результатів.

Наукова новизна отриманих результатів сформульована у вигляді наступних положень.

1. Вперше розроблено інтегрований метод формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у часово-частотній області, що поєднує спектральну реконструкцію на основі рядів Вольтерра, керовану нелінійну регуляризацію параметрів та багатокритеріальну оптимізацію з використанням множників Лагранжа, що забезпечує узгоджене формування ансамблів складних сигналів та стабільність їх відновлення в складних завадових умовах.

2. Удосконалено метод реконструкції сигналів у частотній області на основі рядів Вольтерра за рахунок введення регуляризації спектра за функцією Джемана–Маклюра, яка забезпечує вибіркоче пригнічення малозначущих

складових спектра та збереження інформативних складових спектра під час формування ансамблів складних сигналів.

3. Удосконалено метод багатокритеріальної оптимізації формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у частотно-часовій області на основі множників Лагранжа, що забезпечує одночасну мінімізацію похибки відновлення, підвищення завадостійкості та підтримання ортогональності спектральних параметрів моделі.

Практичні результати дисертаційного дослідження полягають у розробці алгоритмів та механізмів формування та реконструкції ансамблів складних сигналів, ефективних для застосування в телекомунікаційних системах в складних заводових умовах, а саме:

- на основі порівняльного аналізу методів формування та реконструкції ансамблів складних сигналів обґрунтовано доцільність впровадження інтегрованого підходу;

- розроблено алгоритм та програмну реалізацію інтегрованого методу формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у частотно-часовій області, який забезпечує локальне зменшення похибки в діапазоні 25–35 % порівняно з базовою частотною реконструкцією без локального узгодження та підвищує завадостійкість ансамблів сигналів у телекомунікаційних системах;

- розроблено алгоритм та програмну реалізацію поетапної спектральної реконструкції сигналів у заводових умовах з урахуванням нелінійних взаємодій на основі рядів Вольтерра, що забезпечує зменшення абсолютної похибки в діапазоні 15,2–20,6 % та, як наслідок, підвищення стійкості відновлення сигналів при переході від моделі першого до другого порядку;

- реалізовано механізм керованої регуляризації та оптимізації параметрів реконструкції, який забезпечує зменшення похибки відновлення сигналів у діапазоні 9,7–16,2% за помірних та до 40–50 % за інтенсивних завод порівняно з некерованими або безобмежувальними методами оптимізації, що свідчить про підвищення завадостійкості процесу реконструкції ансамблів складних сигналів;

– розроблено алгоритм та програмну реалізацію узгодженої локальної часової та глобальної частотної реконструкції сигналів, що забезпечує керований перехід між режимами обробки залежно від стану сигналу та зменшення локальної похибки відновлення у критичних часових ділянках зі зростанням коефіцієнта локальної відповідності на 10,4–14,5 % та зменшенням локальної середньоквадратичної похибки на 19,8–29,3 % без порушення узгодженості результатів реконструкції;

– реалізовано механізм керування режимами реконструкції на основі індикатора локальної нестабільності та вагового поєднання моделей, який забезпечує вибіркоче залучення локальної часової реконструкції лише в зонах деградації сигналу з керуванням її внеском до 70–85 %, що дозволяє зберігати узгоджені властивості ансамблів сигналів під час реконструкції.

У сукупності отримані практичні результати забезпечують керовану реконструкцію ансамблів складних сигналів у заводових умовах з збереженням їх структурних та кореляційних властивостей, що підвищує заводостійкість та надійність роботи телекомунікаційних систем.

Особистий внесок здобувача У наукових працях, опублікованих у співавторстві, особистий внесок здобувача полягає в постановці задачі дослідження, розробці математичних моделей, методів і алгоритмів формування та реконструкції ансамблів складних сигналів, проведенні теоретичних і експериментальних досліджень, аналізі та інтерпретації отриманих результатів, а також підготовці текстів публікацій.

В роботах [1, 9] здобувачем здійснено моделювання нелінійних спектральних складових сигналів на основі рядів Вольтерра у частотній області, формалізовано вплив нелінійних взаємодій на процес спектральної реконструкції та проведено чисельний аналіз точності відновлення сигналів; [2] – запропоновано метод оптимізації параметрів реконструкції ансамблів складних сигналів з використанням множників Лагранжа, сформульовано умови ортогональності та стійкості спектральних параметрів моделі; [3] – виконано кількісну оцінку впливу розрідженості спектра та регуляризації за функцією

Джемана–Маклюра на точність реконструкції сигналів у заводських умовах; [4] – розроблено метод локалізованої реконструкції сигналів у динамічних середовищах на основі модифікованих рядів Вольтерра та проведено експериментальну перевірку його ефективності; [5, 6, 11, 13] – представлено поетапні та адаптивні методи спектральної реконструкції сигналів, а також підходи до формування ансамблів складних сигналів з урахуванням нелінійних і заводських впливів; [7, 10, 12] – проведено аналіз та порівняльну оцінку методів оптимізації, фільтрації та оцінювання кореляційних властивостей ансамблів складних сигналів у телекомунікаційних і когнітивних радіосистемах; [8] – виконано огляд сучасних підходів до аналізу та обробки складних сигналів і даних, що використано для формування загальної методологічної основи дисертаційного дослідження.

Апробація результатів. Основні наукові положення та результати дисертаційного дослідження апробовано на конференціях:

– 36 Міжнародна науково-практична конференція «Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті», Харків: Український державний університет залізничного транспорту, 16–17 листопада 2023 р.;

– 37 Міжнародна науково-практична конференція «Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті», Харків: Український державний університет залізничного транспорту, 10–11 жовтня 2024 р.;

– XII Міжнародна науково-практична конференція «Людина, суспільство, комунікативні технології», Харків: Український державний університет залізничного транспорту, 25 жовтня 2024 р.;

– I міжвузівська наукова конференція «Стан та перспективи розвитку інфокомунікацій в сучасних умовах», Харківський національний університет Повітряних Сил імені І. Кожедуба, м. Харків, 22 листопада 2024 р.;

– XXI Міжнародна наукова конференція «Новітні технології для захисту повітряного простору», Харківський національний університет Повітряних Сил імені І. Кожедуба, м. Харків, 9–10 квітня 2025 р.;

– 38 Міжнародна науково-практична конференція «Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті», Харків: Український державний університет залізничного транспорту, 9–10 жовтня 2025 р;

– Міжнародна науково-технічна конференція «Перспективи розвитку озброєння та військової техніки сухопутних військ», Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, м. Львів, 14–15 травня 2025 р.

– Міжнародна наук.-практична конференція «Застосування інформаційних технологій у підготовці та діяльності сил охорони правопорядку», Національна академія Національної гвардії України. 27 березня 2025 р;

– X International Scientific and Practical Conference Physical and Technological Problems of Transmission, Processing, and Storage of Information in Infocommunication Systems (May 15-17). Chernivtsi National University named after Yuriy Fedkovych, Issue P.105-106.

Публікації. Матеріали дисертаційного дослідження викладено у 13 наукових публікаціях автора, з яких 4 статі опубліковано у фахових наукових виданнях України, а 9 – у збірниках матеріалів міжнародних науково-практичних конференцій. Публікації відображають всі основні етапи, результати та наукові положення дисертаційної роботи.

Структура і обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається з анотації двома мовами, вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків. Робота містить 143 сторінок основного тексту, у тому числі, 28 рисунків, 29 таблиць, 140 найменувань у списку використаних джерел, 5 Додатків (А-Д). Загальний обсяг дисертаційної роботи займає 155 сторінок.

РОЗДІЛ 1

АНАЛІЗ СУЧАСНИХ МЕТОДІВ ФОРМУВАННЯ ТА РЕКОНСТРУКЦІЇ АНСАМБЛІВ СКЛАДНИХ СИГНАЛІВ У СКЛАДНОМУ ЗАВАДОВОМУ СЕРЕДОВИЩІ

1.1 Особливості формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у часовій та частотній областях

Сучасні телекомунікаційні канали функціонують в умовах дефіциту радіочастотного ресурсу, зростання спектральної щільності передавання та дії різнорідних завадових факторів, обумовлених як властивостями середовища поширення, так і багатокористувацьким доступом та апаратними обмеженнями приймально-передавальних пристроїв. Ця проблематика широко досліджується в роботах з теорії телекомунікацій, цифрового зв'язку та обробки сигналів, де показано їхній визначальний вплив на ефективність формування, передавання та відновлення сигналів у каналах зв'язку [1, 2, 19, 136].

У таких умовах сигнали зазнають адитивного шуму, частотних зсувів, доплерівських відхилень, фазових флуктуацій, локальних часових деградацій та нелінійних спотворень, що ускладнює як процес формування ансамблів складних сигналів, так і їхню подальшу реконструкцію. Проблеми впливу зазначених факторів на параметри сигналів і завадостійкість телекомунікаційних систем розглядаються як у фундаментальних працях зі спектрального аналізу, так і в прикладних дослідженнях для OFDM – систем та сучасних стандартів зв'язку [2, 3, 96, 106].

Особливої складності набуває формування та реконструкція ансамблів складних сигналів, для яких необхідно забезпечувати збереження не лише енергетичних характеристик, а також взаємнокореляційних та структурних властивостей. Саме ці властивості визначають можливість сумісного використання спектрального ресурсу, стійкість до взаємних завад та коректність

розділення сигналів у багатоканальних середовищах. Питання керування кореляційними характеристиками ансамблів та їхнього впливу на завадостійкість і міжканальні завади аналізуються в низці робіт, в яких доведено, що ефективність таких підходів залежить від способу аналізу сигналів та вибору області представлення [65–67, 75, 86].

Традиційно аналіз і реконструкція сигналів виконуються в часовій або в частотній області. Часовий аналіз є чутливим до імпульсних завад і локальних короткочасних деградацій, проте має обмежені можливості виявлення частотних зсувів і спектральних деформацій. Частотний аналіз, навпаки, дозволяє ефективно описувати спектральну структуру сигналу та оцінювати частотно-фазові порушення, але призводить до усереднення локальних часових аномалій, унаслідок чого короткочасні деградації можуть бути слабо помітними в інтегральних спектральних оцінках. Такі обмеження одномірного аналізу досліджувались в сучасних роботах з цифрової обробки сигналів та спектрального аналізу [96, 106, 116].

Окремим класом впливів є частотно-фазові спотворення та задачі їх компенсації на стиках та у фрагментах сигналів, що безпосередньо впливають на коректність формування та реконструкції OFDM-структур, а також на стабільність параметрів синхронізації [3, 11].

Поряд із цим суттєвим фактором деградації сигналів у телекомунікаційних системах є нелінійність елементів передавального та приймального обладнання, яка проявляється у вигляді міжгармонічних складових, спектрального розширення та взаємодії компонент сигналів. Для опису та компенсації нелінійних ефектів сигналів у дослідженнях застосовують різні підходи, зокрема поліноміальні та ядрові моделі, адаптивні фільтри, методи на основі машинного навчання, а також функціональні ряди, серед яких окреме місце посідають ряди Вольтерра в часовій і частотній постановках [15, 36, 42, 103].

Зазначені обмеження одномірного аналізу наочно представлені на рис. 1.1, де показано формування широкосмугових OFDM-каналів у діапазоні 5 ГГц за умов частотних обмежень.

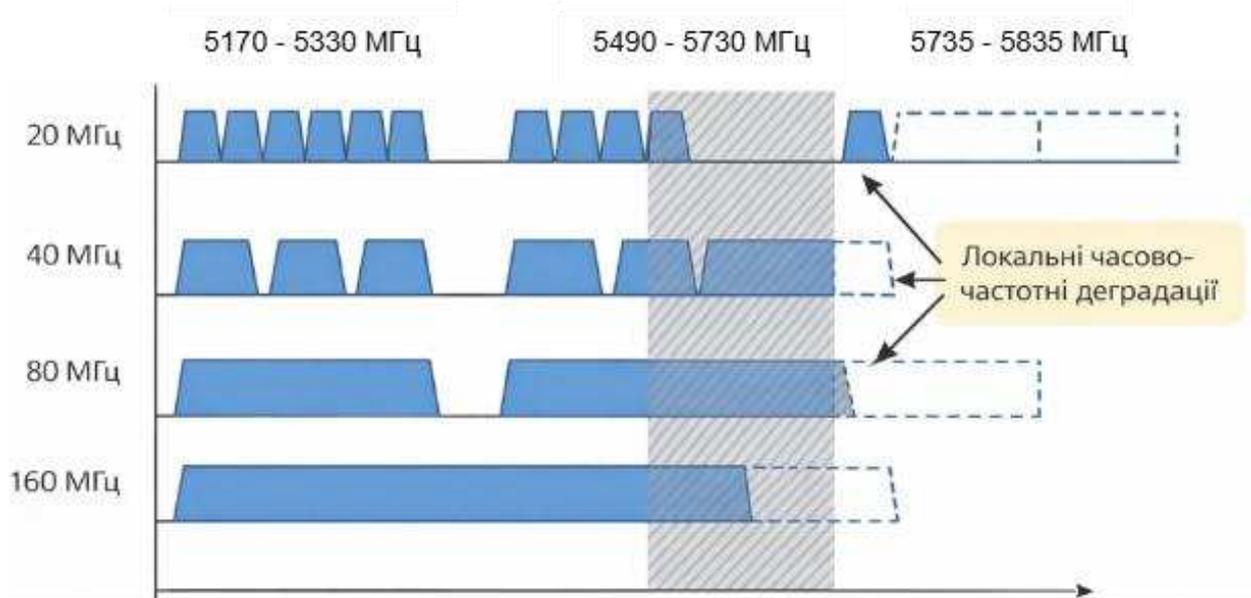


Рисунок 1.1 – Формування широкосмугових OFDM-каналів у діапазоні 5 ГГц за умов частотних обмежень

Як видно з рис. 1.1, зі зростанням ширини каналу підвищується чутливість сигналів до локальних частотних обмежень і фрагментації спектра, що призводить до появи часово-частотних деградацій, які не можуть бути коректно описані виключно часовим або спектральним аналізом. Кількісні параметри сучасних телекомунікаційних стандартів, наведені в табл. 1.1.

Вказані особливості узгоджуються з параметрами сучасних стандартів, узагальненими в табл. 1.1, зокрема з різними значеннями кроку піднесучих Δf та корисної тривалості символу $T_U \approx 1/\Delta f$, які визначають часові й частотні масштаби сигналів і, відповідно, їхню чутливість до зміщення несучої частоти (CFO – Carrier Frequency Offset), доплерівських відхилень, фазових флуктуацій, імпульсних завад і багатопроменевості [3, 18, 106, 116].

Зокрема, вплив CFO в OFDM-зв'язку та його зв'язок зі зростанням міжпіднесучих завад (ICI) детально розглядається в роботах, присвячених оцінюванню умов синхронізації та чутливості систем до зміщень несучих частот [3, 33].

Таблиця 1.1 – Типові часово-частотні параметри OFDM-сигналів у сучасних телекомунікаційних стандартах

Технологія	Тип сигналу	Крок піднесучих Δf	Корисна тривалість символу T_U	Фактори деградації	Обмеження одновимірного (1D) аналізу
LTE (DL)	OFDM/OFDMA	15 кГц	66,7 мкс	AWGN, частотний зсув (CFO), фазовий шум, багатопроменевість/CP	Час: шум маскує локальні провали; Частота: «усереднює» короткі деградації
5G NR (FR1/FR2)	CP-OFDM	15/30/60/120/240 кГц	66,7–8,3 мкс (до 4,17)	CFO/доплер, фазовий шум, нелінійність, різні CP	Частота: ICI при CFO; Час: різна чутливість до локальних збоїв
Wi-Fi 802.11a/g	OFDM	312,5 кГц	3,2 мкс	імпульсні завади, фазовий шум, багатопроменевість	Спектр глобальний, не відображає локальних втрат
Wi-Fi 6 (802.11ax)	OFDM/OFDMA	78,125 кГц	12,8 мкс	імпульсні завади, CFO, завади множинного доступу	1D-час не показує частотно-селективні провали; 1D-спектр не показує їх локальність у часі
IEEE 802.11p	OFDM (розширений)	156,25 кГц	6,4 мкс	висока мобільність/доплер, CFO	1D-спектр не розрізняє часову мінливість каналу; 1D-час не відділяє ICI
DVB-T	OFDM (2K/8K, GI)	залежить від режиму (2K/8K)	залежить від режиму (2K/8K)	багатопроменевість, GI/синхронізація	1D-аналіз погано описує взаємодію GI та часових зсувів; потрібен TF-контроль

* складено на основі [IEEE 802.11; 3GPP TS 38.211; 96; 106; 116];

**Примітка: $T_U \approx 1/\Delta f$ – корисна тривалість OFDM; повна тривалість $T_{sym} = T_U + T_{CP/GI}$; CFO – частотний зсув; ICI – міжпіднесучі завади; CP/GI – циклічний префікс/захисний інтервал; TF – часово-частотний аналіз.

Для кількісного відображення відмінностей впливу типових деградацій у часовій та частотній областях у табл. 1.2 наведено узагальнені оцінки впливу адитивного білого гаусового шуму (AWGN), зміщення несучої частоти (CFO), фазових флуктуацій, імпульсних завод та нелінійностей на характеристики OFDM-сигналів.

Таблиця 1.2 – Кількісна оцінка впливу типових деградацій на часові та спектральні характеристики сигналів (OFDM)*

Тип деградації	Типові умови	Часова область (ΔRMS , %)	Частотна область (ΔICI / ΔBW , %)	Коментар
AWGN	SNR = 10 дБ	+28...35 %	+10...15 %	Шум сильніше спотворює часову структуру
AWGN	SNR = 20 дБ	+12...18 %	+4...7 %	Часткове усереднення в спектрі
Частотний зсув Δf	$\Delta f \approx 0.03 \cdot \Delta f_{sc}$	+5...8 %	+25...35 %	Інтерференція між піднесучими (ICI)
Фазовий шум	$\sigma_f \approx 3-5^\circ$	+10...15 %	+18...25 %	Розмиття спектральних піків
Імпульсні завади	$p \approx 0.01-0.05$	+40...60 %	+8...12 %	Критичні локальні часові сплески
Локальні часові деградації	$\Delta t/T \approx 5-10 \%$	+30...45 %	< 5 %	Майже невидимі в глобальному спектрі
Нелінійність тракту	EVM $\approx 5-8 \%$	+6...10 %	+20...30 %	Поява міжгармонік

* ΔRMS – відносне зростання середньоквадратичної похибки сигналу; ΔICI – це відносне зростання міжканальної інтерференції; Δf_{sc} – міжпіднесучий інтервал (15–30 кГц для LTE/NR).

Наведені в табл. 1.2 дані обґрунтовують, що різні типи деградацій по-різному проявляються в часовій і частотній областях. Так, AWGN та імпульсні завади істотно впливають на часову структуру сигналу, спричиняючи значне

зростання середньоквадратичної похибки, тоді як їхній вплив у спектральній області має частково усереднений характер. Натомість частотні зсуви та фазовий шум призводять до суттєвого зростання міжпіднесучих завад і розмиття спектра, що слабо відображається у часових оцінках. Локальні часові деградації практично не фіксуються глобальним спектральним аналізом, тоді як нелінійності тракту формують міжгармонічні складові, що проявляються переважно в частотній області.

Таким чином, результати, представлені на рис. 1.1 та в табл. 1.1–1.2, обґрунтовують обмеженість часового або частотного аналізу та обґрунтовують доцільність застосування часово-частотних та комбінованих (гібридних) підходів для формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у сучасних телекомунікаційних системах.

1.2 Порівняльний аналіз часових, часово-частотних та нелінійних методів формування та реконструкції ансамблів складних сигналів

Формування та реконструкція ансамблів складних сигналів у телекомунікаційних системах може здійснюватися з використанням різних класів методів, що відрізняються способом представлення сигналу, чутливістю до типових деградацій та обчислювальною складністю. У наукових дослідженнях найпоширенішими методами є часові, частотні, часово-частотні та нелінійні (моделюючі) підходи, кожен з яких має власні переваги та недоліки.

Часові та частотні методи традиційно застосовуються як базові інструменти аналізу, однак їх ізольоване використання не забезпечує повного опису нестационарних процесів і локальних деградацій. Часово-частотні підходи дозволяють поєднати інформацію про часову та частотну структуру сигналу, проте часто потребують компромісу між роздільною здатністю та адаптивністю. Нелінійні та моделюючі методи, у свою чергу, орієнтовані на описання складних взаємодій і спотворень, але супроводжуються зростанням обчислювальної складності при реалізації на практиці та потребою в регуляризації (табл. 1.3).

Таблиця 1.3 – Узагальнена класифікація методів формування та реконструкції ансамблів складних сигналів

Методи	Область аналізу	Аналітичний апарат	Деградації	Ступінь локалізації	Обчислювальна складність	Обмеження для ансамблів
Часові	Часова	Кореляційні функції, міжвідлікові різниці, статистичні оцінки часових реалізацій	Імпульсні завади, короткочасні часові сплески	Висока у часовій області	Низька	Не забезпечують опису спектральної структури сигналів та узгодженості ансамблів
Частотні	Частотна	Перетворення Фур'є, спектральні щільності, аналіз піднесучих компонент	Частотні зсуви, фазові спотворення, міжпіднесучі завади	Висока у частотній області	Низька–середня	Усреднюють локальні часові деградації, обмежено враховують міжсигнальні кореляційні зв'язки
Часово-частотні	Часо-частотна	Короткочасне перетворення Фур'є, вейвлет-аналіз, багатомасштабні розклади	Локальні деградації у часовій та частотній областях	Збалансована	Середня	Забезпечують компромісну локалізацію, однак не гарантують повної узгодженості ансамблевих параметрів
Нелінійні (моделюючі)	Часо-частотна	Нелінійні параметричні моделі, ряди Вольтерра, ядрові подання	Нелінійні спотворення, міжкомпонентні та міжсигнальні взаємодії	Керована	Висока (залежить від порядку моделі)	Забезпечують опис ансамблевих взаємодій, але потребують регуляризації та оптимізації

Як видно з табл. 1.3, жоден з розглянутих класів методів не забезпечує одночасно повного опису локальних часових змін, частотних властивостей та нелінійних спотворень сигналів. Це зумовлює необхідність диференційованого використання відповідних підходів залежно від умов формування та реконструкції ансамблів складних сигналів. Розглянемо більш детально особливості вищезазначених підходів.

1.2.1 Часові методи

Часові методи формування сигналів ґрунтуються на безпосередній обробці відліків сигналу в часовій області та включають міжкадрову різницю, кореляційний аналіз, ковзні статистичні оцінки, адаптивну фільтрацію, а також методи, орієнтовані на виявлення локальних змін структури сигналу. Такі підходи є обчислювально відносно простими та добре пристосованими до виявлення імпульсних завад і короткочасних деградацій, що зумовило їх широке застосування у системах реального часу та в задачах попередньої обробки сигналів [96, 106].

В роботах, присвячених цифровій обробці сигналів і теорії детектування, обґрунтовується, що часові оцінки є чутливими до локальних спотворень і шумових сплесків, проте мають обмежені можливості щодо коректного опису частотних зсувів, фазових флуктуацій та взаємних завад між окремими піднесучими [74, 96, 106].

На рис. 1.2 схематично представлені приклади реалізації методів в часовій області з характерними можливостями та обмеженнями.

Як видно з рис. 1.2а, у часовій області базовий сигнал має впорядковану амплітудну структуру без виражених локальних деградацій, що є характерним для стаціонарних процесів. На рис. 1.2б багатокomпонентний сигнал проявляється у вигляді складнішої часової форми, в якій накладання коливань різних частот ускладнює інтерпретацію внутрішньої спектральної структури. На рис. 1.2в сигнал характеризується нерівномірним розподілом коливань у часі, що

не дозволяє однозначно оцінити характер частотних змін виключно за часовим поданням.

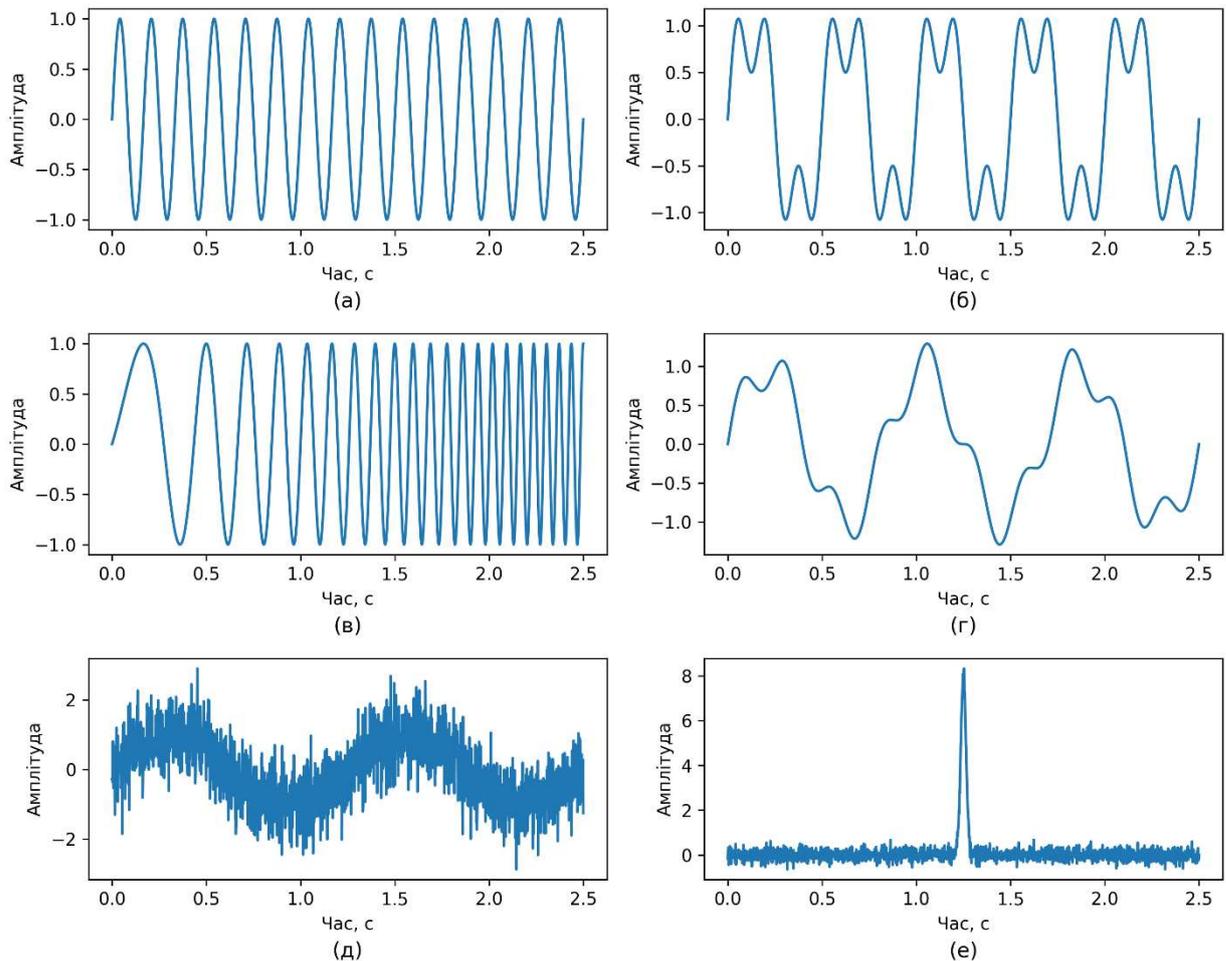


Рисунок 1.2 – Сигнали у часовій області у умовах різних завад

- а) гармонічний сигнал з регулярною часовою структурою;
- б) багатокomпонентний детермінований сигнал;
- в) частотно-модульований сигнал;
- г) складний квазіперіодичний сигнал (детермінований, нелінійна форма);
- д) сигнал в умовах адитивного шуму (AWGN);
- е) сигнал з локальною імпульсною деградацією.

На рис. 1.2г квазіперіодичний сигнал має складну детерміновану амплітудну структуру, для якої часовий аналіз не забезпечує чіткого розділення

складових. Вплив адитивного шуму (рис. 1.2д) призводить до зростання амплітудних флуктуацій і маскування корисної структури сигналу, тоді як локальна імпульсна деградація (рис. 1.2е) проявляється у вигляді короткочасного сплеску, добре помітного в часовій області.

Таким чином, аналіз у часовій області є ефективним для виявлення локальних і імпульсних змін структури сигналів, проте не дозволяє повноцінно оцінити спектральні характеристики сигналів та взаємодію їх складових.

1.2.2 Частотні методи

У задачах формування та реконструкції ансамблів складних сигналів частотний аналіз застосовується насамперед для оцінювання спектральної узгодженості елементів ансамблю, виявлення взаємних завад між окремими піднесучими (міжпіднесучих завад), а також контролю займаної смуги та спектральної компактності. Водночас ізольоване використання частотних методів має низку принципів обмежень, пов'язаних із втратою інформації про локальні часові деградації та нестационарні ефекти (табл. 1.4).

Таблиця 1.4 – Основні частотні методи формування ансамблів сигналів

Метод	Основні можливості	Типові обмеження	Придатність для ансамблів
Перетворення Фур'є (DFT/FFT)	Оцінка спектрального складу, виявлення частотних зсувів	Втрата часової локалізації	Обмежена
Оцінка спектральної щільності	Аналіз енергетичного розподілу в частотній області	Усереднення часових деградацій	Обмежена
Фільтрація у частотній області	Виділення або пригнічення окремих смуг	Чутливість до нестационарності сигналів	Обмежена
Аналіз міжпіднесучих завад (ICI) в OFDM	Оцінка взаємного впливу піднесучих	Відсутність часової локалізації сплесків	Часткова

Як видно з табл. 1.4, частотні методи є ефективними для аналізу глобальних спектральних характеристик сигналів і контролю параметрів багатопіднесучих структур. Проте відсутність часової локалізації призводить до того, що короткочасні деградації, імпульсні завади та нестационарні ефекти не можуть бути адекватно ідентифіковані. Це суттєво обмежує можливості використання частотних методів для повноцінної реконструкції ансамблів складних сигналів у змінних завадових умовах.

1.2.3 Часово-частотні методи

Обмеження часових і частотних методів зумовлюють необхідність застосування підходів, що забезпечують одночасне врахування часових і спектральних властивостей сигналів під час формування та реконструкції ансамблів складних сигналів, особливо в умовах локальних деградацій, нестационарних збурень і частотно-фазових спотворень, які проявляються по-різному в часовій та частотній областях. За таких умов аналіз лише в одній області не дозволяє отримати повну інформацію про стан ансамблю сигналів і забезпечити його коректне формування та реконструкцію.

На відміну від частотних методів, часово-частотні (TF – time–frequency) підходи забезпечують локалізацію спектральних змін у часі, що дає змогу виявляти нестационарні ефекти, оцінювати характер їх прояву на окремих часових інтервалах і визначати ділянки сигналів ансамблю, які потребують локальної реконструкції або корекції параметрів формування та обробки.

У табл. 1.5 узагальнено основні часово-частотні методи формування та реконструкції ансамблів сигналів. Розглянемо більш докладно їх особливості, можливості та обмеження для застосування в задачах формування та реконструкції ансамблів складних сигналів.

1. Швидке перетворення Фур'є (STFT) дозволяє виконувати локальний спектральний аналіз у фіксованому часовому вікні та є ефективним для виявлення часово-частотних деградацій, однак обмежується незмінністю

розміру вікна, що знижує адаптивність методу під час обробки сигналів зі змінною структурою.

Таблиця 1.5 – TF методи формування та реконструкції ансамблів

Метод	Характеристика	Можливості	Обмеження	Придатність для ансамблів
Швидке перетворення Фур'є (STFT)	Локальний спектральний аналіз у фіксованому вікні	Виявлення часово-частотних деградацій	Фіксований розмір вікна	Підвищена
Спектрограми	Візуалізація енергетичного розподілу	Аналіз нестационарних процесів	Компроміс між точністю часу і частоти	Підвищена
Вейвлет-перетворення	Адаптивна локалізація за масштабами	Аналіз короткочасних та довготривалих змін	Залежність від вибору базису	Висока
Узагальнені часово-частотні	Висока концентрація енергії	Деталізований часово-частотний (TF)-аналіз	Інтерференційні компоненти	Обмежена без фільтрації
Адаптивні TF-представлення	Підлаштування під структуру сигналу	Локальна реконструкція ансамблів	Підвищена обчислювальна складність	Висока

2. Спектрограми, як енергетичне представлення STFT, широко застосовуються для візуального та кількісного аналізу нестационарних процесів. Їх застосування є компромісом між точністю часової та частотної локалізації, але обмежує точне керування реконструкцією окремих фрагментів ансамблю.

3. Вейвлет-перетворення забезпечує масштабно-адаптивну локалізацію сигналів і дозволяє ефективно аналізувати як швидкі, так і довготривалі зміни структури. Це робить його одним з найбільш придатних інструментів для формування та реконструкції ансамблів, хоча результати цього методу суттєво залежать від вибору базисної вейвлет-функції.

4. Узагальнені часово-частотні розподіли класу Cohen (зокрема типу Wigner–Ville та його модифікації) характеризуються високою концентрацією енергії в часово-частотній області та забезпечують детальний аналіз нестационарних сигналів [44]. Але при такому часово-частотному представленні з'являються інтерференційні компоненти, що ускладнює інтерпретацію результатів і обмежує їх практичне впровадження у задачах формування ансамблів без використання додаткових процедур фільтрації або згладжування.

5. Адаптивні часово-частотні представлення орієнтовані на підлаштування параметрів аналізу під структуру сигналу та дозволяють реалізовувати локальну реконструкцію ансамблів з урахуванням типу деградацій. Попри підвищену обчислювальну складність, такі підходи мають високу ефективність в задачах формування та реконструкції ансамблів складних сигналів.

Таким чином, часово-частотні методи формування та реконструкції ансамблів складних сигналів, що базуються переважно на лінійних перетвореннях, забезпечують ефективну локалізацію енергетичних і спектральних змін у часі та частоті. Але їх можливості обмежені у випадках, коли деградації сигналів мають нелінійну природу або зумовлені взаємодією спектральних складових та нелінійністю приймально-передавальних пристроїв.

В таких умовах ефективно використання нелінійних та моделюючих методів, які дозволяють більш повно відтворювати процеси формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у телекомунікаційних середовищах.

1.2.4 Нелінійні та моделюючі методи

Нелінійні та моделюючі методи формування і реконструкції ансамблів складних сигналів ґрунтуються на явному або неявному врахуванні нелінійних залежностей між параметрами сигналу, а також механізмів їх спотворення в процесі формування, передавання та приймання. На відміну від лінійних часових і часово-частотних підходів, ці методи орієнтовані на опис внутрішньої структури сигналів та характеру взаємодії їх складових, що дозволяє враховувати ефекти, неадекватні для лінійних представлень (табл. 1.6).

Таблиця 1.6 – Нелінійні та моделюючі методи формування і реконструкції ансамблів складних сигналів

Клас методів	Математичний апарат	Врахування нелінійних властивостей сигналу	Формалізованість моделі	Основні обмеження	Придатність для ансамблів
Поліноміальні моделі	Поліноміальна апроксимація нелінійності	Статичні амплітудні спотворення (AM–AM)	Висока	Неможливість опису складних нелінійних ефектів і взаємодій	Низька
Ряди Вольтерра	Функціональні ряди з ядрами різного порядку	Нелінійні взаємодії складових сигналу з урахуванням пам'яті	Висока (фізично інтерпретовані ядра)	Зростання обчислювальної складності з порядком	Висока
Адаптивні нелінійні фільтри	LMS, NLMS, RLS (розширені нелінійні варіанти)	Локальну компенсацію змінних нелінійних спотворень	Середня	Залежність від вибору параметрів адаптації, локальність	Середня
Кернел-методи машинного навчання	SVM, Gaussian Process, Kernel Ridge Regression	Абстрактне нелінійне відображення у розширений простір ознак	Низька («black box»)	Відсутність фізичної інтерпретації, висока обчислювальна складність	Обмежена
Нейромережеві моделі	CNN, RNN, LSTM	Складні нелінійні статистичні залежності	Низька	Потреба у великих навчальних вибірках, складність верифікації	Обмежена
Гібридні методи	Часово-частотний аналіз + нелінійна модель	Локалізацію деградацій з подальшою компенсацією	Середня	Складність реалізації та параметричної узгодженості	Висока

Як видно з табл. 1.6, у межах нелінійних та моделюючих підходів формування і реконструкція ансамблів складних сигналів у телекомунікаційних системах розглядаються як задача моделювання процесів, що визначають зміну їх кореляційних, енергетичних і структурних властивостей в умовах адитивних та імпульсних завад, нелінійностей підсилювачів потужності (АМ–АМ та АМ–РМ спотворення), а також ефектів пам'яті каналу, обумовлених частотно-селективними властивостями та міжсимвольною інтерференцією.

Для визначення ефективності застосування нелінійних/моделюючих методів у зазначених умовах було проведено порівняльну оцінку (табл. 1.7).

Таблиця 1.7 – Показники ефективності нелінійних/моделюючих методів

Клас методів	Середня взаємна кореляція	Відносне відхилення енергії, %	Середня похибка реконструкції
Поліноміальні моделі	0,34	29,1	0,43
Адаптивні нелінійні фільтри	0,27	21,8	0,31
Кернел-методи машинного навчання	0,25	19,6	0,29
Нейромережеві моделі	0,23	18,9	0,26
Гібридні методи	0,19	14,7	0,21
Ряди Вольтерра	0,13	9,6	0,14

Отримані результати табл. 1.7 свідчать, що за наявності нелінійностей з часовою пам'яттю та вимоги збереження ансамблевих кореляційно-енергетичних властивостей найбільш ефективними є моделі на основі рядів Вольтерра, тоді як гібридні методи забезпечують удосконалення показників переважно за рахунок локальної обробки сигналу.

На основі наведених у табл. 1.7 показників було сформовано інтегральну оцінку ефективності нелінійних методів реконструкції ансамблів складних сигналів (рис. 1.3).

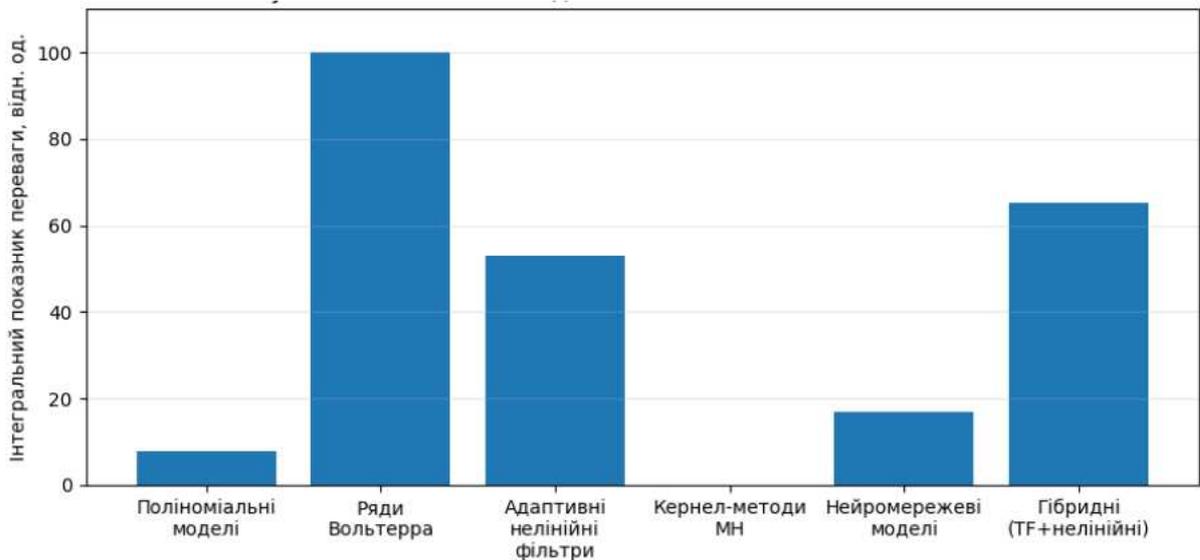


Рисунок 1.3 – Порівняльна оцінка нелінійних/моделюючих методів

Але інтегральна оцінка не дозволяє простежити зміну ефективності методів залежно від інтенсивності нелінійних спотворень, тому доцільним є аналіз поведінки похибки реконструкції при зміні рівня нелінійності сигналу, що дає змогу оцінити стійкість методів до посилення нелінійних ефектів (рис. 1.4).

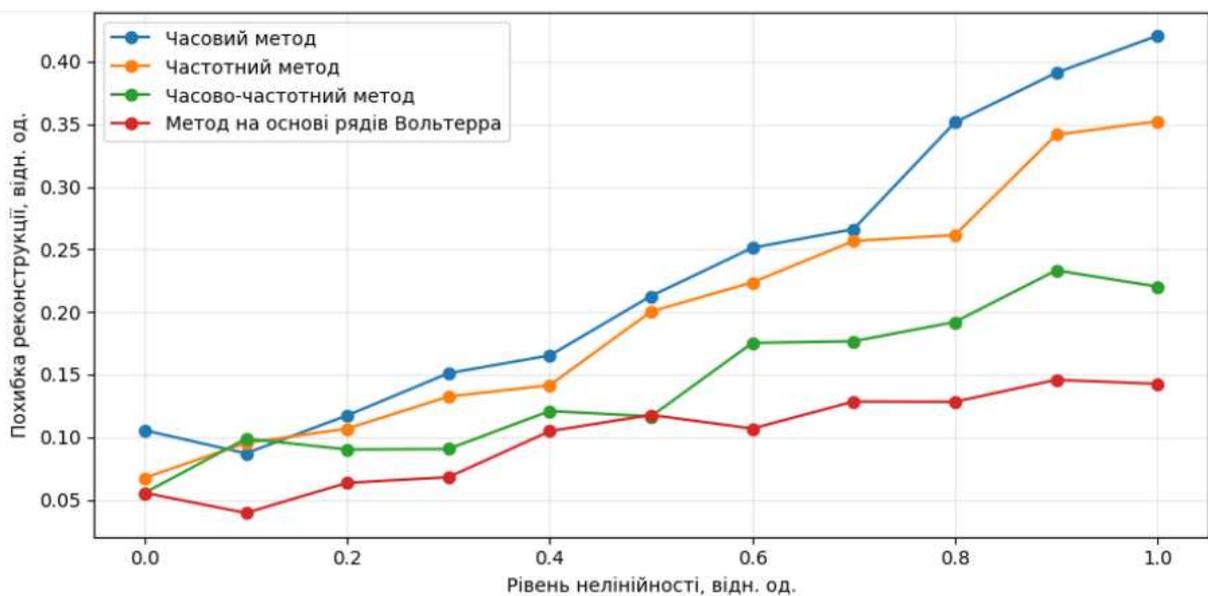


Рисунок 1.4 – Вплив рівня нелінійності на похибку реконструкції

Як видно з рис. 1.4 зі зростанням рівня нелінійності похибка реконструкції для часових, частотних та часово-частотних методів зростає більш інтенсивно,

що зумовлено їх проекційним характером та відсутністю явного урахування нелінійних взаємодій. Натомість метод на основі рядів Вольтерра показує суттєво повільніше зростання похибки, що пояснюється можливістю аналітичного урахування нелінійних взаємодій складових сигналу та ефектів пам'яті, характерних для реальних телекомунікаційних умов.

1.3 Особливості застосування спектральної реконструкції ансамблів складних сигналів у завадовому середовищі

Спектральна реконструкція широко використовується у телекомунікаційних системах як інструмент аналізу та відновлення частотної структури сигналів, зокрема в умовах багатопіднесучої передачі та обмеженого частотного ресурсу. Її застосування дає змогу виявляти порушення спектральної компактності, частотні зсуви та зміну енергетичного розподілу сигналів під впливом адитивних та структурних завад (рис.1.5).



Рисунок 1.5 –Формування та локальна реконструкція ансамблів сигналів у нелінійному завадовому середовищі

На рис. 1.5 наведено узагальнену структурну схему формування та локальної реконструкції ансамблів складних сигналів у нелінійному завадовому середовищі. Ансамбль вхідних сигналів $S(n)$ надходить до блоку керованого формування, у якому здійснюється налаштування часової структури та параметрів ансамблю відповідно до заданих кореляційно-енергетичних вимог. Сформований ансамбль $x(n)$ зазнає впливу нелінійного завадового середовища, що моделює сукупну дію нелінійностей, ефектів пам'яті та адитивних завад $v(n)$, унаслідок чого формується деградований ансамбль $y(n)$.

Для відновлення ансамблевих властивостей деградованого сигналу використовується блок локальної реконструкції на основі моделі Вольтерра, який дозволяє враховувати нелінійні взаємодії складових сигналів та часову пам'ять середовища. Результат реконструкції порівнюється з еталонними ансамблевими характеристиками, а вектор похибок $e(n)$ використовується в алгоритмі керування параметрами формування та реконструкції. Зворотний зв'язок забезпечує адаптацію параметрів ансамблю з метою збереження його кореляційних і енергетичних властивостей в умовах змінного завадового впливу.

Рис. 1.5 доводить, що спектральна реконструкція в таких умовах може розглядатися лише як окремий етап аналізу стану ансамблю, тоді як повноцінне відновлення його властивостей потребує залучення часових нелінійних моделей і механізмів керування ансамблевими параметрами.

Для узагальнення можливостей та обмежень спектральної реконструкції ансамблів складних сигналів у телекомунікаційних системах у табл. 1.8 наведено порівняльну характеристику впливу різних видів завад і спотворень на збереження ансамблевих властивостей.

Як видно з табл. 1.8, спектральна реконструкція є ефективним інструментом аналізу та компенсації окремих видів спотворень, проте у задачах формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у нелінійному завадовому середовищі вона потребує доповнення методами, здатними моделювати нелінійні процеси у часовій області та керувати ансамблевими властивостями.

Таблиця 1.8 – Характерні можливості та обмеження спектральної реконструкції ансамблів сигналів у телекомунікаційних умовах

Умови функціонування	Характер відновлюваних спектральних властивостей	Обмеження щодо збереження ансамблевих властивостей
AWGN, лінійне середовище	Збереження спектральної форми та середньої енергії	Часткове збереження кореляційних властивостей
Канал міжсимвольною взаємодією	з Вирівнювання енергетичного розподілу	Порушення часової кореляційної структури
Нелінійності підсилювача потужності	Зменшення спектрального розростання	Нелінійні взаємодії складових ансамблю
Нелінійності ефектами пам'яті	з Часткова компенсація спектральних спотворень	Деградація кореляційно-енергетичних властивостей ансамблю

Таким чином, проведений аналіз особливостей застосування спектральної реконструкції ансамблів складних сигналів у заводовому середовищі обумовлює необхідність формулювання науково-технічного завдання підвищення заводостійкості формування та реконструкції ансамблів складних сигналів.

1.4 Обґрунтування науково-технічного завдання підвищення заводостійкості формування та реконструкції ансамблів складних сигналів

Проведений аналіз сучасних методів спектральної та часово-частотної реконструкції ансамблів складних сигналів показав, що за умов обмеженості радіочастотного ресурсу, високої спектральної щільності та дії інтенсивних адитивних і неадитивних завод істотно знижується точність та стабільність відновлення сигналів. Особливо критичним це є для ансамблів складних

сигналів, у яких порушення кореляційно-структурної узгодженості окремих елементів призводить до деградації властивостей усього ансамблю.

Встановлено, що більшість відомих підходів з реконструкції сигналів у частотній та часово-частотній областях базуються на лінійних моделях або використовують фіксовані параметри обробки, що обмежує їх придатність в умовах нелінійних взаємодій спектральних складових і змінних характеристик завод. Підвищення заводостійкості реконструкції ансамблів складних сигналів потребує врахування нелінійних ефектів під час спектральної реконструкції, зокрема за рахунок використання моделей на основі рядів Вольтерра. Проте застосування нелінійних моделей без механізмів керованої регуляризації призводить до зростання похибки реконструкції та втрати стійкості алгоритмів у заводовому середовищі, що обумовлює необхідність розробки спеціалізованих методів регуляризації спектральних компонент.

Крім того, встановлено, що ефективна реконструкція ансамблів складних сигналів у заводових умовах неможлива без багатокритеріального узгодження параметрів реконструкції, зокрема за критеріями точності відновлення, заводостійкості та ортогональності спектральних параметрів. Існуючі оптимізаційні підходи, як правило, орієнтовані на мінімізацію одного критерію і не забезпечують узгодженого керування всіма параметрами реконструкції в частотно-часовій області.

Окремою проблемою є відсутність механізмів адаптації методів реконструкції до локальних деградацій сигналу. Відомі підходи не забезпечують керованого переходу між глобальною частотною та локальною часовою реконструкцією, що призводить або до втрати локальної структури сигналу, або до порушення узгодженості глобальних спектральних характеристик ансамблю.

Таким чином, результати аналізу свідчать про наявність науково-технічного протиріччя між необхідністю забезпечення високої заводостійкості, точності та кореляційно-структурної узгодженості ансамблів складних сигналів у телекомунікаційних системах і обмеженими можливостями існуючих методів їх формування та реконструкції в умовах складного заводового середовища.

Вирішення зазначеного протиріччя зумовлює необхідність формулювання науково-технічного завдання, розв'язання якого передбачає послідовне виконання таких взаємопов'язаних етапів:

- аналіз та систематизація сучасних спектральних і часово-частотних методів реконструкції ансамблів складних сигналів у нелінійному завадовому середовищі з метою виявлення їх обмежень та напрямів удосконалення;

- розробка інтегрованого методу формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у часово-частотній області з урахуванням нелінійних взаємодій спектральних складових на основі рядів Вольтерра;

- розробка методу керованої регуляризації спектра за функцією Джемана–Маклюора в межах частотної реконструкції сигналів, спрямованого на вибіркоче пригнічення малозначущих компонент і збереження інформативних гармонік ансамблю;

- побудова алгоритму поетапної спектральної реконструкції сигналів у завадовому середовищі з урахуванням нелінійних ефектів та його програмна реалізація з подальшою експериментальною верифікацією точності відновлення;

- удосконалення багатокритеріального оптимізаційного апарату формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у частотно-часовій області з використанням множників Лагранжа для узгодження критеріїв точності, завадостійкості та ортогональності параметрів моделі;

- реалізація механізму керованого узгодження регуляризації та оптимізації параметрів реконструкції та дослідження його ефективності;

- розробка узгодженого алгоритму локальної часової та глобальної частотної реконструкції сигналів з механізмом керування режимами обробки на основі індикатора локальної нестабільності та експериментальна оцінка ефективності такого підходу.

Реалізація зазначених складових науково-технічного завдання забезпечує підвищення завадостійкості, точності та кореляційно-структурної узгодженості ансамблів складних сигналів у телекомунікаційних системах в умовах складного завадового середовища.

Висновки за розділом 1

1. Досліджено особливості формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у часовій і частотній областях. Доведено, що для ансамблів визначальними є не лише енергетичні, а також і взаємнокореляційні та структурні властивості, від збереження яких залежить стійкість до взаємних завад і коректність розділення сигналів у багатоканальних середовищах.

2. На основі аналізу впливу деградацій обґрунтовано, що AWGN та імпульсні завади спотворюють часову структуру сигналу, тоді як CFO і фазові флуктуації проявляються у спектральній області.

3. Проведено порівняльний аналіз класів методів формування та реконструкції ансамблів. Доведено, що часово-частотні підходи забезпечують кращу локалізацію деградацій, проте у випадках нелінійної природи спотворень і наявності ефектів пам'яті їх можливості є обмеженими без залучення спеціалізованого нелінійного моделювання та узгодження параметрів.

4. Обґрунтовано доцільність застосування нелінійних моделей на основі рядів Вольтерра для задач формування та реконструкції ансамблів, оскільки ці методи забезпечують краще збереження кореляційно-енергетичних властивостей та мають підвищену стійкість до зростання рівня нелінійності порівняно з часовими, частотними та часово-частотними підходами.

5. Досліджено можливості та обмеження спектральної реконструкції ансамблів у завадовому середовищі та доведено, що вона є ефективною для відновлення окремих спектральних характеристик, проте не гарантує збереження ансамблевих властивостей у присутності нелінійних взаємодій і ефектів пам'яті. На цій основі обґрунтовано науково-технічне завдання підвищення завадостійкості формування та реконструкції ансамблів складних сигналів, яке потребує інтеграції нелінійного моделювання (ряди Вольтерра), керованої регуляризації та багатокритеріального узгодження параметрів реконструкції з механізмом адаптації до локальних деградацій.

РОЗДІЛ 2

ІНТЕГРОВАНІЙ МЕТОД ФОРМУВАННЯ ТА РЕКОНСТРУКЦІЇ АНСАМБЛІВ СИГНАЛІВ НА ОСНОВІ НЕЛІНІЙНОГО СПЕКТРАЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТА РЕГУЛЯРИЗОВАНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

Дослідження, присвячені формуванню та реконструкції ансамблів складних сигналів, в основному використовують лінійні спектральні моделі та класичні методи частотного аналізу [8, 29, 60, 96, 116]. Такі методи забезпечують ефективне описання глобальної структури сигналів і широко застосовуються при синтезі та обробці багатокomпонентних сигналів, однак у заводових умовах вони не дозволяють зберегти кореляційно-структурну узгодженість ансамблів.

У низці робіт підкреслюється, що при формуванні ансамблів складних сигналів істотну роль відіграють взаємні кореляційні властивості, спектральна ортогональність та узгодженість частотних компонент [3, 35, 51, 73]. Проте більшість цих відомих методів формування ансамблів розглядають ці задачі окремо від процедур відновлення сигналів у заводовому середовищі.

Окремий напрям досліджень присвячений часово-частотному поданню сигналів та використанню комбінованих доменів аналізу для формування ансамблів зі складною структурою [41, 73, 89, 134]. Такі підходи дозволяють більш гнучко описувати нестационарні процеси, проте часто базуються на фіксованих правилах або апріорно заданих параметрах, що обмежує їх застосування в умовах змінного заводового впливу.

Таким чином, аналіз сучасних досліджень свідчить про актуальність і доцільність розробки інтегрованого підходу, у якому формування ансамблів складних сигналів та їх реконструкція розглядаються як взаємопов'язані етапи єдиного процесу, що забезпечує збереження кореляційної та спектральної узгодженості ансамблів в умовах складного заводового середовища.

2.1 Принципи спектральної реконструкції та оптимізації параметрів сигналу в умовах завадового нелінійного середовища

Моделювання нелінійних компонентів сигналу з високим рівнем ефективності є однією з основних задач сучасних досліджень у сфері когнітивних телекомунікацій. Це обумовлено тим, що нелінійні властивості сигналів суттєво впливають на частотно-часову структуру, а традиційні методи реконструкції, орієнтовані переважно на лінійні моделі, тому часто ігнорують ці впливи, що призводить до зниження точності відновлення сигналу.

Окрему складність становить підвищена чутливість до завад, особливо в умовах низького відношення сигнал/шум (SNR), міжсимвольної та міжканальної інтерференції. Для таких випадків необхідне створення узгоджених методів, здатних враховувати як структурні, так і спектральні характеристики сигналів, забезпечуючи при цьому стійкість до динамічних змін середовища. Оптимізація спектральної реконструкції стає особливо актуальною при обмежених обчислювальних ресурсах та вимогах до високої точності.

Реконструкція спектра сигналу в завадовому нелінійному середовищі є складним завданням через наступні фактори.

1. Нелінійність системи призводить до появи нових частотних компонент (гармонік, інтермодуляційних складових тощо) і зміни амплітудно-фазових співвідношень існуючих компонент спектра.

2. На сигнал впливають адитивні шуми та завади, які маскують корисні спектральні складові і можуть спричиняти деградацію точності реконструкції.

3. Сама задача реконструкції часто є некоректною (нестійкою) – невеликі похибки вимірювань можуть призводити до значних відхилень у відновлених параметрах.

4. Умови середовища та статистичні властивості завад можуть змінюватися з часом, що вимагає здатності алгоритму адаптуватися до цих змін. У сукупності ці виклики потребують комплексного підходу до обробки сигналів, який поєднує моделювання, регуляризацію та оптимізацію (табл. 2.1).

Таблиця 2.1 – Основні виклики та підходи з їх вирішення при спектральній реконструкції сигналу в заводовому нелінійному середовищі

Виклики	Задачі
Нелінійні спотворення сигналу в середовищі	Моделювання нелінійної передачі сигналу (використання ряду Вольтерра для урахування гармонік та інтермодуляцій)
Наявність інтенсивних завод і шумів	Виділення корисного сигналу на фоні завод (підвищення заводостійкості, застосування фільтрації, узгодженого фільтра)
Некоректність (нестійкість) оберненої задачі	Регуляризація розв'язку (введення апріорних обмежень, використання розрідженості спектра для стабілізації реконструкції)
Велика кількість невідомих параметрів сигналу	Зниження розмірності задачі (використання моделей із малою кількістю параметрів, вибір найбільш інформативних характеристик)
Змінність характеристик середовища з часом	Узгоджене налаштування моделі та алгоритмів в реальному часі (оновлення параметрів у міру зміни умов)
Суперечливі вимоги до якості та ресурсів системи	Пошук компромісу між різними критеріями якості шляхом розв'язання оптимізаційної задачі методом множників Лагранжа

Таким чином, задача спектральної реконструкції полягає у відновленні корисної сигнальної компоненти за наявності завод та нелінійних викривлень середовища. Узагальнено процес спостереження має наступний математичний вигляд:

$$x(t) = s(t) + \eta(t), \quad (2.1)$$

де $s(t)$ – корисний сигнал; $\eta(t)$ – це адитивні заводи та шумові компоненти.

Метою реконструкції є знаходження оцінки $\hat{s}(t)$, яка мінімізує похибку відновлення та забезпечує стійкість до змін в характеристиках телекомунікаційного середовища. Для формалізації задачі спектральної

реконструкції в табл. 2.2 наведено керовані параметри методу та основні критерії оцінювання якості відновлення сигналу.

Таблиця 2.2 – Керовані параметри та критерії спектральної реконструкції

Група	Позначення	Зміст
Керовані параметри	R	Порядок нелінійної моделі
	M	Розмір спектрального підпростору
	λ	Параметр регуляризації
Критерії якості	MSE	Точність реконструкції
	MSD	Відхилення від референсного сигналу
Додаткові вимоги	–	Стійкість до завад та обмежені ресурси

Узгоджений вибір зазначених параметрів дозволяє керувати компромісом між точністю реконструкції, завадостійкістю та обчислювальною складністю алгоритму, що є принциповим моментом для роботи в умовах динамічного завадового телекомунікаційного середовища. Проте навіть при оптимальному налаштуванні параметрів складність задачі суттєво зростає при збільшенні розмірності спектрального простору, що потребує додаткових механізмів стабілізації та структуризації рішення.

У задачах спектральної реконструкції, що супроводжуються великою кількістю параметрів, особливо у високовимірному спектральному просторі, важливо не лише знижувати розмірність моделі, а також забезпечувати її розрідженість. Це дозволяє виділяти найбільш інформативні компоненти сигналу, водночас зменшуючи вплив другорядних і завадових складових.

Інтегрований метод спектральної реконструкції сигналу в умовах складного завадового середовища, що поєднує механізми нелінійного моделювання, розрідження та оптимізації параметрів, реалізується у вигляді послідовності взаємопов'язаних етапів і представлений на рис. 2.1.



Рисунок 2.1 – Блок-схема інтегрованого методу спектральної реконструкції сигналу

Особливості запропонованого методу формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у частотно-часовій області представлені в табл. 2.3, при цьому аналіз і моделювання виконуються у частотній області, тоді як реконструкція ансамблів сигналів та оцінка точності за основними показниками здійснюються у часовій області (табл. 2.4).

Таблиця 2.3 – Особливості запропонованого інтегрального методу

Частотна область	Часова область
Аналіз спектра (DFT, завади, спотворення)	Реконструкція сигналу (IDFT)
Моделювання нелінійних ефектів (ряди Вольтерра)	Формування ансамблів збільшеного об'єму
Регуляризація та розрідженість (функція Джемана–Маклюра, норми l_1/F)	Оцінка якості (MSE, MSD, стійкість)
Оптимізація з обмеженнями (метод Лагранжа)	–

Таблиця 2.4 – Інтеграція підходів у запропонованому методі

Підхід	Сутність	Результат
Ряди Вольтерра	Моделювання нелінійних ефектів (гармоніки, інтермодуляція)	Підвищення точності відновлення сигналу, реалістичність ансамблів
Функція Джемана–Маклюра	Регуляризація та зменшення розмірності, відсів несуттєвих компонент	Зниження впливу завад, збереження ключових характеристик, менше навантаження
Метод Лагранжа	Багатокритеріальна оптимізація з обмеженнями	Баланс між точністю, стійкістю до завад та формуванням ансамблів збільшеного об'єму

Одним із складових інтегрального методу є використання робастної функції втрат, зокрема функції Джемана-Маклюра, яка апроксимує l_0 -норму. Цей метод дозволяє ефективно пригнічувати вплив несуттєвих параметрів сигналу, зберігаючи при цьому ключові спектральні характеристики навіть в умовах інтенсивних завад.

Проте для досягнення високої точності реконструкції сигналу в заводовому нелінійному середовищі одного лише скорочення параметрів недостатньо. Необхідним є також точне моделювання внутрішньої динаміки

системи, особливо в умовах нелінійних викривлень, що впливають на спектральний розподіл сигналу.

Для розв'язання цієї наукової задачі у даному дослідженні застосовуються ряди Вольтерра, як ефективний інструмент математичного опису нелінійних процесів. Їх застосування дозволяє моделювати взаємодію між частотними компонентами сигналу, а крім цього також:

- виділяти нелінійні складові у частотному спектрі, що виникають унаслідок дії нелінійних властивостей середовища;
- підвищувати точність реконструкції за рахунок урахування появи додаткових спектральних компонент, зумовлених нелінійними перетвореннями сигналу;
- адаптуватися до складних умов середовища, в яких структурні спотворення та завади істотно впливають на характеристики каналу передачі.

Перехід до частотної області є невід'ємною частиною цього підходу. У спектральному поданні ядра Вольтерра набувають вигляду багатовимірних функцій, що описують передавальні властивості системи:

- ядро першого порядку моделює лінійний спектральний відгук;
- ядра вищих порядків описують нелінійні взаємодії, зокрема генерацію нових частотних компонентів та взаємну інтерференцію гармонік.

Окрім регуляризації та розрідженості, ще одним аспектом задачі спектральної реконструкції є необхідність узгодження кількох суперечливих критеріїв: точності, стабільності, завадостійкості та обмежених ресурсів. У таких умовах традиційні методи оптимізації можуть не враховувати всіх вимог одночасно.

Для розв'язання цієї проблеми доцільно застосовувати метод множників Лагранжа, який дозволяє формалізувати багатокритеріальну задачу як оптимізацію з обмеженнями. Такий підхід дає змогу: мінімізувати середньоквадратичну похибку реконструкції сигналу, одночасно забезпечуючи ортогональність параметрів моделі та підтримуючи стійкість до завад навіть за умов низького SNR.

У поєднанні з регуляризацією та моделями Вольтерра, метод Лагранжа виступає як ключовий компонент для побудови узгоджених алгоритмів спектральної реконструкції, які узгоджують структурну складність моделі з вимогами до її точності.

Таким чином, для ефективного формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у складному заводовому середовищі в межах даного дисертаційного дослідження проводиться інтеграція:

- моделювання нелінійних ефектів (ряди Вольтерра), завдяки чому враховуються гармоніки та інтермодуляційні складові, що підвищує точність відновлення сигналу і забезпечує реалістичність формованих ансамблів;

- методів регуляризації та зменшення розмірності (включаючи функцію Джемана–Маклюра), завдяки чому відсіюються несуттєві спектральні компоненти, знижується вплив завод і обчислювальне навантаження, зберігаючи ключові характеристики сигналу;

- механізмів оптимізації з обмеженнями (метод множників Лагранжа), завдяки чому досягається баланс між точністю реконструкції, стійкістю до завод та можливістю формування ансамблів збільшеного об'єму.

2.2 Розробка методу реконструкції сигналу в частотно-часовій області на основі рядів Вольтерра

Для формалізації запропонованого інтегрованого методу розглянемо спочатку лінійний випадок, який відповідає першому порядку розкладу Вольтерра. У лінійній системі взаємозв'язок між вхідним сигналом $x(t)$ та вихідним сигналом $d(t)$ описується через імпульсну характеристику $h(t)$, яка є першим порядком ядра Вольтерра і математично записується у вигляді:

$$d(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \cdot x(t - \tau) d\tau, \quad (2.2)$$

де – згортка між $x(t)$ та $h(\tau)$, що описує лінійне перетворення системи.

Для моделювання нелінійних систем, застосовується модель Вольтерра, яка реалізується як послідовність нелінійних ядер Вольтерра різних порядків:

$$d(t) = H\{x(t)\} + \eta(t), \quad (2.3)$$

де $\eta(t)$ – це адитивні завади, що не підлягають нелінійному перетворенню оператором Вольтерра;

H – оператор Вольтерра вищого порядку, який представлений як $H_r = [h_1, \dots, h_r]$, а h_r – це ядро Вольтерри r -го порядку.

Для описання нелінійних систем використовується розширення у вигляді рядів Вольтерра з введенням нелінійних ядер $h_r(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_r)$, які описують взаємодію сигналу в різних часових масштабах. В математичному вигляді, система виражається як сума впливів нелінійностей усіх порядків:

$$d(t) = \sum_{r=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_r(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_r) \prod_{i=1}^r x(t - \tau_i) d\tau_i, \quad (2.4)$$

де $h_r(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_r)$ – r -те ядро Вольтерра, що визначає характеристику нелінійності r -го порядку,

$\prod_{i=1}^r x(t - \tau_i) d\tau_i$ – добуток затриманих компонент вхідного сигналу.

Оскільки на практиці системи є причинними, а інтегрування виконується в межах $[0, \infty)$, це змінює вигляд математичного рівняння на наступний:

$$d(t) = \sum_{r=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} h_r(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_r) \prod_{i=1}^r x(t - \tau_i) d\tau_i, \quad (2.5)$$

Така математична модель є узгодженою (адаптивною) для нелінійних систем з часовими обмеженнями. Для спрощення практичної реалізації моделі рівняння (2.5) може бути описане в дискретизованій формі у вигляді:

$$d(t) = \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{\tau_1=0}^{\infty} \dots \sum_{\tau_r=0}^{\infty} h_r(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_r) \prod_{i=1}^r x(t - \tau_i), \quad (2.6)$$

Як вже було зазначено вище, для аналізу сигналу в частотній області ряди Вольтерра представляються через ядра, що враховує вплив нелінійності на частотний розподіл сигналу в задачах спектральної реконструкції. Сам перехід до частотної області виконується, наприклад, через дискретне перетворення Фур'є (DFT – Discrete Fourier Transform), що переводить ядра $h_r(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_r)$ у спектральну площину – форму $H_r(f_1, f_2, \dots, f_r)$, і тоді рівняння (2.6) приймає наступний математичний вигляд:

$$D(f) = \sum_{r=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} H_r(f_1, f_2, \dots, f_r) \prod_{i=1}^r X(f_i) \delta\left(f - \sum_{i=1}^r f_i\right) df_1 \dots df_r, \quad (2.7)$$

де $H_r(f_1, f_2, \dots, f_r)$ – ядро Вольтерра в частотній області;

$X(f_i)$ – спектральна компонента вхідного сигналу;

$\delta(f - \sum_{i=1}^r f_i)$ – умова узгодження частот.

За допомогою розрахунків за цим рівнянням можливо проаналізувати нелінійні взаємодії частот і вплив нелінійностей на спектральний розподіл.

Для зменшення обчислювальної складності та зосередження на частотних взаємодіях з суттєвим впливом, у частотній області вводяться обмеження.

1. Порядок нелінійності R – це максимальний порядок взаємодій між частотними компонентами. Нижчі порядки ($r \leq R$) забезпечують суттєвий внесок у вихідний сигнал і дозволяють зменшити складність моделі.

2. Спектральний діапазон M – це обмеження кількості частотних компонентів, які аналізуються для кожного порядку (r), який дозволяє зосередитись на найбільш значущих частотах.

З врахуванням R та M формула (2.7) прийме наступний вигляд:

$$D(f) = \sum_{r=1}^R \sum_{f_1=0}^{M-1} \dots \sum_{f_r=0}^{M-1} H_r(f_1, f_2, \dots, f_r) \prod_{i=1}^r X(f_i) \delta\left(f - \sum_{i=1}^r f_i\right), \quad (2.8)$$

За допомогою розрахунків за цією формулою, зменшується кількість спектральних компонентів для аналізу, зосереджуючись лише на тих, які мають найбільший вплив на вхідний сигнал.

Для оптимізації обчислень у частотній області застосовують тензорну факторизацію ядер Вольтерра, яка дозволяє зменшити кількість параметрів і знизити обчислювальну складність моделі, зберігаючи точність моделювання нелінійних взаємодій між частотними компонентами. Так, багатовимірне ядро $H_r(f_1, f_2, \dots, f_r)$, яке описує взаємодію між частотами у просторі порядку r , розкладається на добуток функцій, де кожна функція залежить лише від однієї частоти. У математичному вигляді розклад має вигляд:

$$H_r(f_1, f_2, \dots, f_r) \approx \sum_{k=1}^K \alpha_k H_{1k}(f_1) H_{2k}(f_2) \dots H_{rk}(f_r), \quad (2.9)$$

де K – кількість базових компонент;

α_k – вагові коефіцієнти для кожної базової компоненти;

$H_{ik}(f_i)$ – одномірні функції, що залежать лише від однієї частоти f_i .

Крім факторизації треба проводити регуляризацію за нормою, яка зменшує складність моделі, запобігає перенаванчання, зосереджується на основних взаємодіях між частотами, забезпечує стійкість моделі навіть у складних умовах з шумами та спотвореннями сигналу. Регуляризація обмежує величини

параметрів ядра Вольтерра, що особливо важливо для моделювання вищих порядків, де кількість параметрів для аналізу є великою.

Метод регуляризації використовує дві норми:

1. Фробеніусова норма $\|H_r\|_F$, яка зменшує загальний розмір ядра та стабілізує модель.

2. Норма суми абсолютних значень $\|H_r\|_1$, яка сприяє розрідженості ядра та підвищує інтерпретованість моделі.

Регуляризація визначається за формулою:

$$\min_{H_r} \|H_r\|_F + \lambda \|H_r\|_1, \quad (2.10)$$

де λ – параметр регуляризації.

Алгоритм застосування рядів Вольтерра для реконструкції сигналу в частотній області представлений на рис. 2.2.

Покроково алгоритм реконструкції виконується наступним чином.

1. Отримання вхідного сигналу $x(t)$ або його спектрального представлення $X(f)$.

2. Перехід до частотної області, якщо сигнал у часовій області. За допомогою дискретного перетворення Фур'є для отримання спектра $X(f)$.

3. Підготовка моделі Вольтерра. Визначення порядку моделі R та обмеження спектрального діапазону M для аналізу найбільш значущих частот. Ініціалізація ядра Вольтерра $H_r(f_1, f_2, \dots, f_r)$ у частотній області.

4. Розрахунок вихідного сигналу в частотній області з використання рядів Вольтерра за формулою (2.8).

5. Оптимізація моделі з застосуванням тензорної факторизації для зменшення кількості параметрів ядра, а також виконання регуляризації для стабілізації моделі.

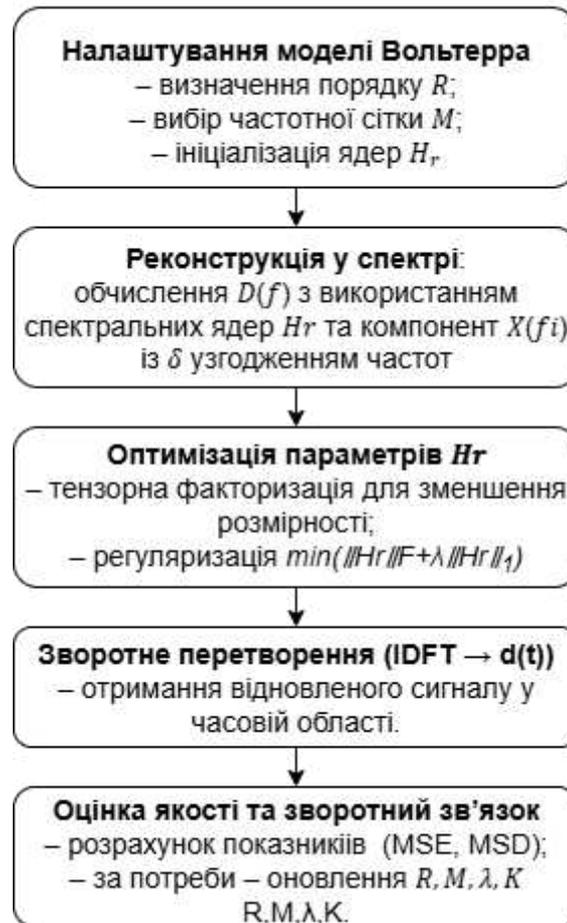


Рисунок 2.2 – Блок – схема алгоритму реконструкції сигналу в частотній області на основі рядів Вольєрра

6. Реконструкція сигналу. Отримані частотні компоненти відновлюються у часовій області за допомогою зворотного дискретного перетворення Фур'є (IDFT). У результаті цього кроку алгоритму формується відновлений сигнал $d(t)$, який є реконструкцією оригінального сигналу.

7. Оцінка якості реконструкції сигналу. Для цього відновлений сигнал порівнюється з оригінальними даними з використанням метрик якості, наприклад таких як, Mean-Square Error (MSE) – середньоквадратична похибка між оригінальним ансамблем і реконструйованим сигналом та Mean-Square Deviation (MSD) – середньоквадратичне відхилення між зашумленим і реконструйованим сигналом. Чим нижче значення MSD тим реконструйований сигнал ближчий до референсного. Показник MSE розраховується за формулою:

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2, \quad (2.11)$$

де y_i – референтний сигнал; \hat{y}_i – реконструйований сигнал.

Показник MSD визначається за формулою:

$$MSD = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}, \quad (2.12)$$

В табл. 2.5 і на рис. 2.3 представлено залежність точності реконструкції сигналу через показник MSE від параметра регуляризації λ .

Таблиця 2.5 – Залежність MSE від λ для моделей різного порядку

λ	MSE (низький порядок)	MSE (середній порядок)	MSE (високий порядок)
0,5	0,95	1,10	1,90
1,0	0,55	0,65	1,30
2,0	0,22	0,30	0,85
3,0	0,18	0,15	0,48
4,0	0,30	0,08	0,22
5,0	0,55	0,12	0,05
6,0	0,90	0,28	0,08
7,0	1,35	0,55	0,18
8,0	1,90	0,88	0,35
9,0	2,05	1,30	0,55

Дані табл. 2.5 отримані в результаті чисельного моделювання процесу спектральної реконструкції при різних значеннях параметра регуляризації λ та різних порядках моделі Вольтерра.

Як видно з табл. 2.5 та рис. 2.3, для всіх розглянутих порядків моделі Вольтерра залежність середньоквадратичної похибки реконструкції MSE від параметра регуляризації λ має виражений мінімум. При малих значеннях λ спостерігається перенавчання моделі, тоді як при надмірній регуляризації

похибка зростає внаслідок втрати інформативних спектральних компонент. Зі збільшенням порядку моделі оптимальне значення λ зміщується у бік більших значень, що узгоджується зі зростанням складності моделі.

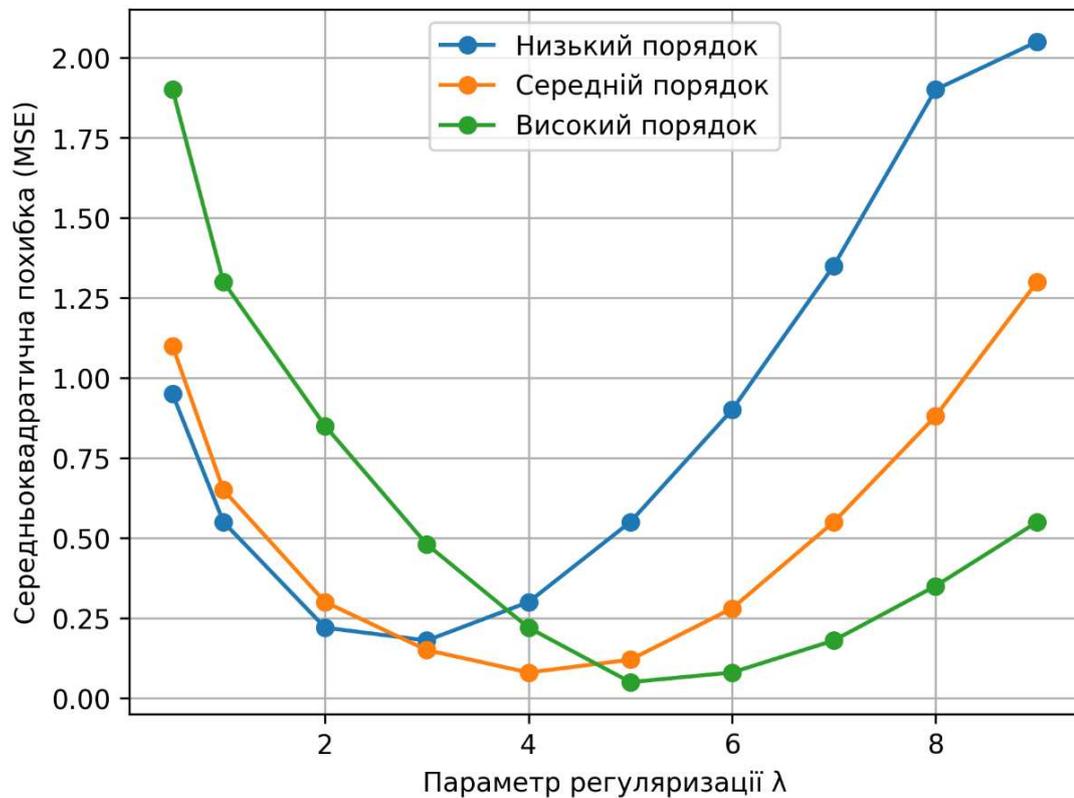


Рисунок 2.3 – Залежність MSE від параметра регуляризації λ

В умовах реальних телекомунікаційних систем, у тому числі когнітивних, у тих випадках, коли якість реконструкції сигналу не відповідає заданому пороговому рівню, здійснюється адаптивне коригування параметрів моделі, зокрема порядку нелінійності R , розміру спектрального підпростору M , та параметра регуляризації λ . Такий підхід дозволяє через ітерації досягати прийняттого компромісу між точністю реконструкції та обчислювальною складністю.

2.3 Експериментальна оцінка ефективності методу формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у заводовому середовищі

З метою експериментальної перевірки ефективності запропонованого методу реконструкції сигналу в частотно-часовій області було проведено чисельне моделювання в контрольованих умовах. Дослідження спрямоване на оцінку точності відновлення сигналу та стійкості алгоритму до завад за різних конфігурацій моделі Вольтерра.

При проведенні експериментів аналізувалась реконструкція детермінованого тестового сигналу з відомими параметрами, що дозволяло кількісно оцінити похибку відновлення. Як базові варіанти порівняння використовувалися лінійна модель (перший порядок ряду Вольтерра) та нелінійна модель другого порядку. Якість реконструкції оцінювалась за абсолютною похибкою у часовій області та узагальненими статистичними показниками.

Отримані результати експериментальних розрахунків наведено в табл. 2.6 – 2.8, та на рис. 2.4 – 2.6.

Таблиця 2.6 – Реконструкція сигналу за допомогою рядів Вольтерра

Час, с	Референсний сигнал	Реконструкція Вольтерра		Абсолютна похибка	
		1 порядок	2 порядок	1 порядок	2 порядок
0,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,11	1,052	1,010	1,045	0,042	0,007
0,22	0,866	0,830	0,860	0,036	0,006
0,33	-0,500	-0,470	-0,495	0,030	0,005
0,44	-1,322	-1,270	-1,315	0,052	0,007
0,56	-0,866	-0,830	-0,860	0,036	0,006
0,67	0,500	0,470	0,495	0,030	0,005
0,78	1,322	1,290	1,315	0,032	0,007
0,89	0,866	0,830	0,860	0,036	0,006
1,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Аналіз даних табл. 2.6 показує, що застосування рядів Вольтерра другого порядку забезпечує суттєве зменшення абсолютної похибки реконструкції порівняно з лінійною моделлю. Найбільший вигравш спостерігається у ділянках сигналу з підвищеною динамікою, що підтверджує ефективність урахування нелінійних взаємодій при реконструкції.

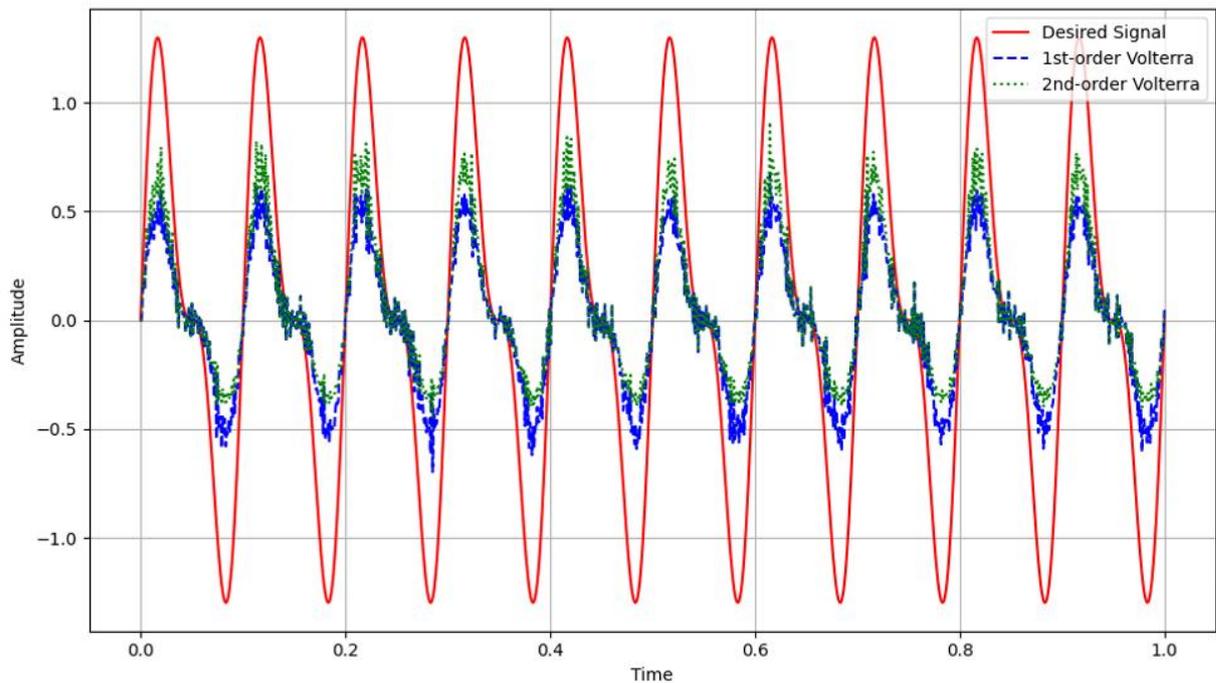


Рисунок 2.4 – Динаміка відновлення сигналу на основі рядів Вольтерра

Таблиця 2.7 – Аналіз динаміки MSE для моделей рядів Волтерра

Час, с	MSE		Різниця між порядками	Відносна похибка, %
	1 порядок	2 порядок		
0,00	0,000	0,000	0,000	0,00
0,11	0,004	0,0005	0,0035	87,50
0,22	0,013	0,002	0,011	84,62
0,33	0,009	0,001	0,008	88,89
0,44	0,027	0,004	0,023	85,19
0,56	0,013	0,002	0,011	84,62
0,67	0,009	0,001	0,008	88,89
0,78	0,027	0,004	0,023	85,19
0,89	0,013	0,002	0,011	84,62
1,00	0,000	0,000	0,000	0,00

Як видно з табл. 2.7 та рис. 2.5, модель другого порядку забезпечує стійке зменшення середньоквадратичної похибки реконструкції порівняно з лінійною моделлю. У середньому зниження MSE становить 15–20% у ділянках з підвищеною динамікою сигналу, що підтверджує переваги врахування нелінійних взаємодій у процесі реконструкції.

На рис. 2.5 наведено часову залежність середньоквадратичної похибки реконструкції для моделей рядів Вольтерра першого та другого порядків. Графіки підтверджують, що використання нелінійної моделі другого порядку забезпечує менші значення MSE протягом усього інтервалу спостереження, особливо у зонах різких змін сигналу.

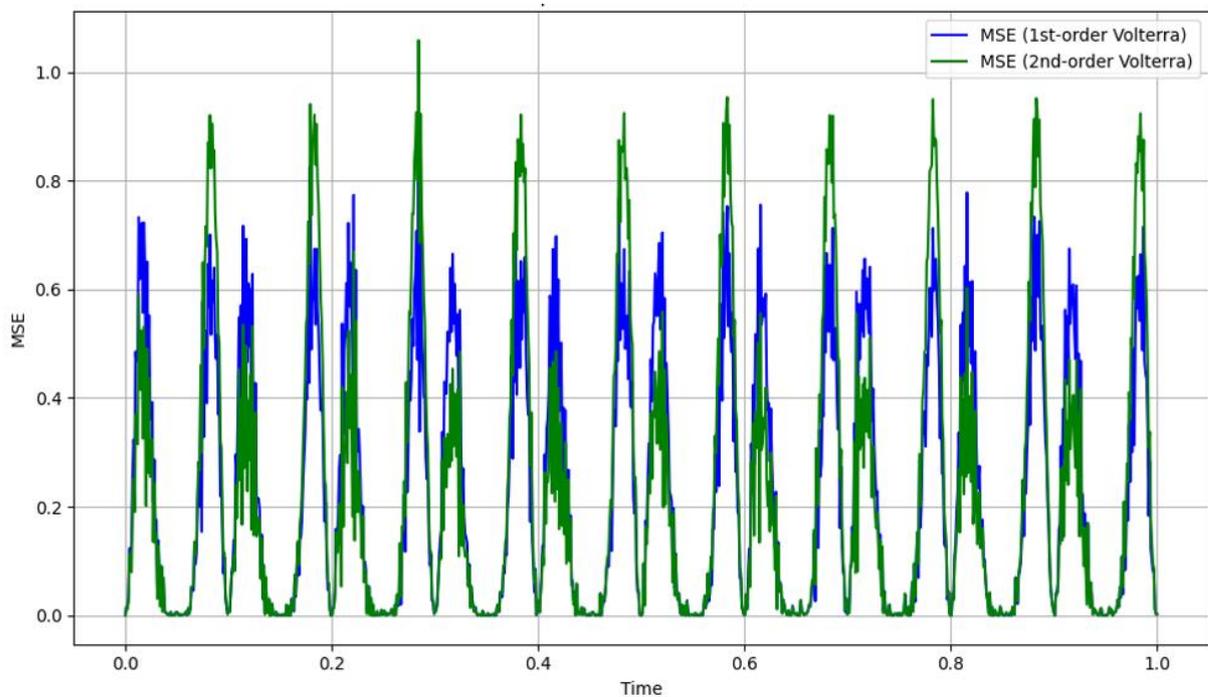


Рисунок 2.5 – Залежність MSE від часу для моделей рядів Вольтерра

Отримані результати, наведені в табл. 2.7 та на рис. 2.5, підтверджують, що використання моделі рядів Вольтерра другого порядку забезпечує суттєве зменшення середньоквадратичної похибки реконструкції (MSE) порівняно з лінійною моделлю першого порядку. Зокрема, у момент часу 0,11 с зменшення

MSE становить близько 87,5%, а у точці 0,44 с – це понад 85%, що свідчить про суттєве підвищення точності відновлення сигналу.

Аналіз різниці значень MSE для моделей першого та другого порядків, наведених у табл. 2.7, показує, що нелінійна модель забезпечує стабільно нижчі значення похибки у ділянках сигналу з підвищеною динамікою. Так, у момент часу 0,44 с, коли для моделі першого порядку MSE досягає значення 0,027, застосування моделі другого порядку дозволяє зменшити похибку до 0,004.

У сукупності це підтверджує, що застосування рядів Вольтерра другого порядку підвищує точність реконструкції сигналу та забезпечує більш стійку роботу алгоритму в умовах динамічних змін сигналу, створюючи основу для подальшого аналізу завадостійкості в складніших умовах.

В табл. 2.8 представлено аналіз динаміки середньоквадратичного відхилення (MSD) для моделей рядів Вольтерра першого та другого порядків. Рис. 2.6 побудований на даних табл. 2.8 і відображає дискретні оцінки MSD у фіксовані моменти часу, а рис. 2.7 показує безперервну локальну динаміку MSD, отриману в процесі чисельного моделювання у ковзному часовому вікні, що використовується для аналізу поведінки похибки між контрольними точками і не потребує окремого табличного подання.

Таблиця 2.8 – Аналіз динаміки показника MSD

Час (с)	MSD (1 порядок Вольтерра)	MSD (2 порядок Вольтерра)
0,00	0,000	0,000
0,11	0,045	0,005
0,22	0,062	0,009
0,33	0,037	0,005
0,44	0,090	0,010
0,56	0,062	0,009
0,67	0,037	0,005
0,78	0,090	0,010
0,89	0,062	0,009
1,00	0,000	0,000

Отримані дані свідчать, що застосування моделі другого порядку забезпечує істотне зменшення MSD упродовж усього інтервалу спостереження, особливо в ділянках сигналу з підвищеною динамікою.

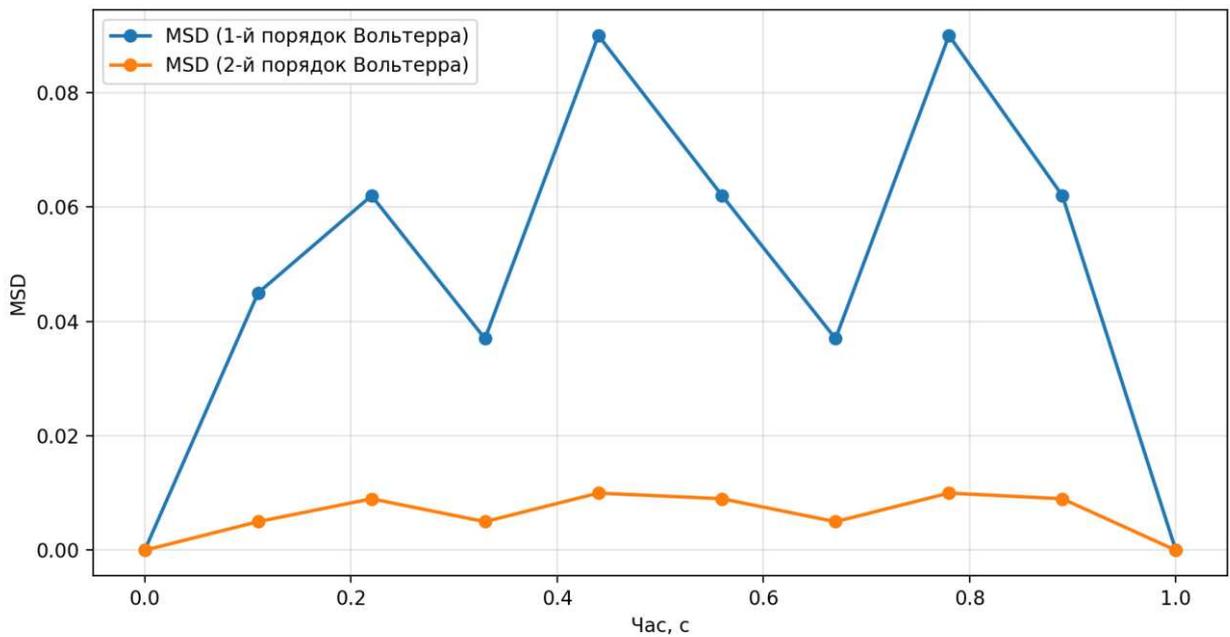


Рисунок 2.6 – Динаміка MSD за оцінками для моделей рядів Вольтерра 1-го та 2-го порядків.

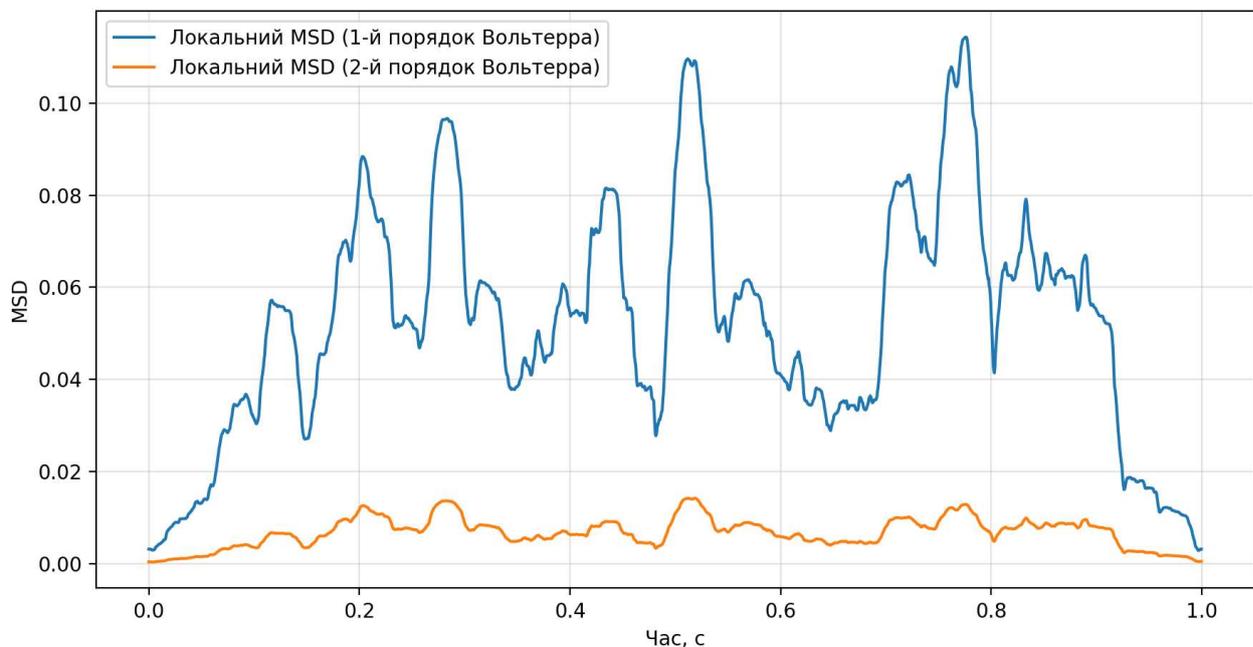


Рисунок 2.7 – Локальна динаміка MSD у контрольованих умовах моделювання (порівняння 1-го та 2-го порядків рядів Вольтерра).

Як видно з табл. 2.8 та рис. 2.6-2.7, у момент часу 0,44 с значення MSD для моделі першого порядку становить 0,090, тоді як для моделі другого порядку – 0,010, що відповідає зменшенню відхилення приблизно на 89%. Аналогічна тенденція спостерігається і в інших характерних точках часу: при $t = 0,11$ с зменшення MSD становить близько 89%, а при $t = 0,22$ с більше 85%.

Таким чином, модель рядів Вольтерра другого порядку забезпечує більш стабільну та точну реконструкцію сигналу в умовах динамічних змін його параметрів, що підтверджує доцільність урахування нелінійних взаємодій між компонентами сигналу та створює підґрунтя для подальшого аналізу завадостійкості методу.

Висновки за розділом 2

1. Запропоновано інтегрований метод формування та реконструкції ансамблів сигналів, у якому частотна область використовується для аналізу спектра, моделювання нелінійностей (ряди Вольтерра) та регуляризованої оптимізації, а часова область застосовується для реконструкції сигналу, формування ансамблів збільшеного об'єму та оцінювання якості (MSE, MSD). Така організація забезпечує узгодженість етапів обробки та керованість параметрів методу.

2. Формалізовано реконструкцію сигналу на основі рядів Вольтерра в часовій та частотній областях з введенням обмежень на порядок нелінійності R та спектральний діапазон M , що зменшує обчислювальну складність і дозволяє зосередитись на найбільш значущих взаємодіях спектральних компонент.

3. Для підвищення стійкості реконструкції та контролю складності моделі застосовано регуляризацію ядра Вольтерра за Фробеніусовою нормою та l_1 -нормою, а також визначено роль параметра λ у досягненні компромісу між точністю відновлення й розрідженістю спектрального представлення. Показано наявність вираженого мінімуму залежності $MSE(\lambda)$, що обґрунтовує необхідність узгодженого налаштування λ для моделей різного порядку.

4. Експериментальна верифікація підтвердила переваги врахування нелінійних взаємодій, а саме, що модель рядів Вольтерра другого порядку забезпечує стабільно менші значення похибки порівняно з лінійною моделлю першого порядку. Зокрема, у контрольних точках спостереження зменшення MSD становить приблизно 85–89%: нижня межа (~85%) характерна для ділянок з помірною динамікою сигналу (наприклад, при $t = 0,22$ с), тоді як верхня межа (~89%) досягається у зонах різких змін/пікових відхилень (наприклад, при $t = 0,11$ с та $t = 0,44$ с). Отримані результати підтверджують ефективність запропонованого підходу та створюють підґрунтя для подальшого аналізу завадостійкості методу в умовах різних типів перешкод.

РОЗДІЛ 3

МЕТОД РЕГУЛЯРИЗАЦІЇ ТА БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ РЕКОНСТРУКЦІЇ АНСАМБЛІВ СКЛАДНИХ СИГНАЛІВ В УМОВАХ СКЛАДНОГО ЗАВАДОВОГО СЕРЕДОВИЩА

У попередньому розділі було розроблено інтегрований метод формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у часово-частотній області, що базується на нелінійному спектральному моделюванні з використанням рядів Вольтерра. Було сформовано загальну структуру алгоритму реконструкції, визначено керовані параметри імітаційної моделі та обґрунтовано доцільність їх налаштування з урахуванням завадового середовища.

Разом з тим, дослідження, присвячені нелінійній спектральній реконструкції сигналів, показують, що задачі відновлення в умовах інтенсивних завад та високої розмірності спектрального простору є чутливими до шумів, структурних спотворень та надлишкових компонент [29, 59, 60, 96]. У роботах зі спектрального аналізу підкреслюється, що застосування нелінійних моделей без додаткових механізмів стабілізації може призводити до нестійких оцінок параметрів та зростання похибки реконструкції [8, 116].

Для подолання зазначених обмежень в сучасних публікаціях активно досліджуються методи регуляризації, спрямовані на вибіркове пригнічення малозначущих складових спектра та стабілізацію процесу відновлення сигналів [47, 64, 117]. Такі підходи дозволяють зменшити вплив завад та знизити обчислювальну складність моделей, проте у більшості робіт регуляризація розглядається ізольовано, без урахування взаємозв'язку з багатокритеріальними вимогами до точності, завадостійкості та структурної узгодженості реконструйованих ансамблів сигналів.

Окремий напрям досліджень пов'язаний з застосуванням багатокритеріальної оптимізації для узгодження параметрів реконструкції та дотримання спектральних і кореляційних обмежень [35, 43, 51]. Використання

множників Лагранжа дозволяє формалізувати ці вимоги в межах єдиної оптимізаційної постановки, однак існуючі підходи потребують подальшого розвитку для застосування в нелінійних моделях реконструкції ансамблів складних сигналів у заводовому середовищі.

Таким чином, практична реалізація нелінійної спектральної реконструкції на основі рядів Вольтерра в умовах складного заводового середовища вимагає поєднання механізмів регуляризації та багатокритеріальної оптимізації параметрів моделі. Для розв'язання цих завдань у даному розділі розроблено метод регуляризації та багатокритеріальної оптимізації параметрів реконструкції ансамблів складних сигналів, зосереджений на кількісній оцінці впливу розрідженості та регуляризації на точність відновлення сигналу, а також на побудові оптимізаційного алгоритму з використанням множників Лагранжа.

3.1 Оцінка впливу розрідженості та регуляризації на точність відновлення сигналу за допомогою функції Джемана-Маклюра

В умовах складного заводового радіосередовища моделювання нелінійних телекомунікаційних процесів на основі рядів Вольтерра супроводжується значним обчислювальним навантаженням. Це зумовлено необхідністю оцінювання великої кількості параметрів експериментальної моделі, особливо у випадках, коли вхідний сигнал $x(t)$ є багатокомпонентним та містить складні нелінійні взаємодії. За таких умов обчислення ядер рядів Вольтерра високих порядків $h_r(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_r)$ значно ускладнюється, оскільки кількість параметрів зростає експоненційно з підвищенням порядку r .

Для зменшення обчислювальної складності в попередніх дослідженнях запропоновано застосування факторизації ядер Вольтерра та регуляризаційних обмежень, що дозволяє скоротити кількість оцінюваних параметрів і підвищити чисельну стійкість алгоритмів реконструкції [101, 102]. Проте такі підходи не забезпечують повноцінного аналізу впливу регуляризації на точність відновлення сигналу, оскільки факторизація зосереджується переважно на

зменшенні розмірності моделі, не враховуючи ролі малозначущих і надлишкових компонентів у формуванні похибки реконструкції.

Зазначені обмеження зумовлюють необхідність урахування розрідженості параметрів моделі, яка широко застосовується в задачах спектральної реконструкції та обробки сигналів [47, 64, 117]. У частотній області розрідженість дозволяє зберігати лише ті параметри, які мають суттєвий вплив на результат відновлення сигналу $d(t)$. Зокрема, при реконструкції спектра $D(f)$ доцільним є збереження лише значущих частотних компонент $X(f_i)$, що відповідають основним гармонікам або критичним спектральним змінам.

Водночас компоненти з малим внеском у загальну структуру сигналу можуть бути відкинуті відповідно до заданого критерію або порогового значення. Однак надмірне усічення таких компонентів без попереднього кількісного аналізу їх реальної інформативності може призводити до втрати важливих особливостей сигналу та зниження точності реконструкції. Це зумовлює необхідність застосування керованої регуляризації, яка забезпечує компроміс між зменшенням складності моделі та збереженням суттєвих параметрів, особливо в умовах складного завадового середовища (табл. 3.1).

Таблиця 3.1 – Вплив усічення компонентів на властивості реконструкції сигналу

Тип компонентів	Внесок у сигнал	Ефект усічення	Потенційний ризик
Домінуючі спектральні	Визначають основну структуру	Недопустиме	Втрата основної інформації
Помірно значущі	Уточнюють форму сигналу	Обмежене	Зниження точності
Малозначущі	Формують шумовий фон	Доцільне	Мінімальний
Надмірно усічені	–	Неконтрольоване	Деградація реконструкції

Таким чином, задача полягає не в максимальному усіченні параметрів, а в керованій регуляризації, що забезпечує баланс між складністю моделі та точністю відновлення сигналу.

У дослідженнях, присвячених моделюванню нелінійних систем і спектральній реконструкції сигналів, показано доцільність урахування розрідженості параметрів та застосування регуляризації на основі кількісних мір розрідженості. Зокрема, в роботі [127] запропоновано використовувати l_0 – норму як індикатор значущості параметрів моделі, що дозволяє зберігати лише ті компоненти, які мають істотний вплив на результат реконструкції, та відкидати параметри з незначним внеском.

Разом з тим, пряма оптимізація з використанням l_0 -норми є обчислювально складною та практично непридатною для задач високої розмірності. У зв'язку з цим у межах даного дослідження для забезпечення ефективної практичної реалізації запропоновано застосування функції Джемана–Маклюора як робастної апроксимації l_0 -норми [54, 127].

Функція Джемана–Маклюора була вперше запропонована Дональдом Джеманом та Стівеном Маклюром наприкінці 1980-х років як інструмент підвищення стійкості оцінювання в задачах регресії та оптимізації за наявності викидів [54]. За своєю сутністю вона належить до класу робастних функцій втрат, які обмежують вплив екстремальних значень на оцінки параметрів моделі та знижують чутливість до аномалій у вхідних даних.

На відміну від квадратичної функції втрат, що відповідає l_2 -нормі та є чутливою до великих викидів, робастні функції забезпечують більш стабільну поведінку оптимізаційної процедури в умовах завад та нерівномірного розподілу похибок [26, 64]. Це є особливо важливим для задач реконструкції сигналів у завадовому середовищі, де наявність імпульсних завад або локальних аномалій може призводити до суттєвого спотворення результатів при використанні класичних квадратичних критеріїв.

У задачах когнітивного радіо та нелінійного моделювання телекомунікаційних сигналів застосування функції Джемана–Маклюора дозволяє

забезпечити баланс між точністю реконструкції та стійкістю до завад, зменшуючи вплив аномальних відліків і покращуючи відокремлення корисних компонент сигналу навіть в умовах низького відношення сигнал/шум.

Математично функція Джемана–Маклюра задається у вигляді:

$$G_{\beta}(w) = \sum_{i=1}^N \left(1 - \frac{1}{1 + \beta |w_i|} \right), \quad (3.1)$$

де $w = [w_1, w_2, \dots, w_N]$ – параметри моделі;

$\beta > 0$ – параметр, що керує ступенем згладженості та точністю апроксимації l_0 -норми.

Функція Джемана–Маклюра широко використовується у задачах оптимізації та реконструкції сигналів у телекомунікаційних системах і нелінійних адаптивних фільтрах, що зумовлено низкою її принципів переваг.

1. Застосування функції Джемана–Маклюра сприяє підвищенню швидкості збіжності алгоритмів фільтрації зі змінними параметрами. Зокрема, у модифікованих алгоритмах типу l_0 -VLMS чи l_0 -VNLMS використання робастної апроксимації l_0 – норми дозволяє досягати швидшої стабілізації оцінок параметрів і забезпечувати стійку роботу моделі в умовах інтенсивних завад та низького відношення сигнал/шум [72, 82, 127].

2. Функція Джемана–Маклюра забезпечує керовану розрідженість параметрів моделі. Завдяки нелінійному характеру штрафної функції вона дозволяє виділяти лише вагомі параметри ядер рядів Вольтерра, одночасно пригнічуючи несуттєві частотні компоненти та параметри високих порядків, що не роблять значного внеску у відновлення сигналу. Це є особливо важливим у задачах спектральної реконструкції високої розмірності [30, 31, 46, 127].

3. Застосування функції Джемана–Маклюра дозволяє зменшити середньоквадратичну похибку (MSE) реконструкції порівняно з традиційними підходами, що ґрунтуються на квадратичній функції втрат. Завдяки обмеженню

впливу аномальних та імпульсних відліків досягається підвищення точності оцінювання параметрів моделі в заводовому середовищі [26, 64, 82].

Для кількісного аналізу впливу параметра β на властивості функції Джемана–Маклюра було виконано розрахунки для різних значень цього параметра. Такий аналіз дозволяє оцінити зміну характеру згладжування та ступінь усічення малих коефіцієнтів, а також визначити компромісні значення β , які забезпечують зменшення обчислювальної складності без втрати точності реконструкції.

В табл. 3.2 та на рис. 3.1 наведено результати моделювання, що обґрунтовують залежність функції Джемана–Маклюра від параметра β у діапазоні значень $\beta = 5, 10, 20, 50, 100$.

Таблиця 3.2 – Розрахунок функції Джемана- Маклюра для різних β

w_i	$\beta = 5$	$\beta = 10$	$\beta = 20$	$\beta = 50$	$\beta = 100$
-1,0	0,833	0,909	0,952	0,980	0,990
-0,5	0,714	0,833	0,909	0,952	0,980
-0,25	0,588	0,714	0,833	0,909	0,952
0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,25	0,588	0,714	0,833	0,909	0,952
0,5	0,714	0,833	0,909	0,952	0, 980
1,0	0,833	0,909	0,952	0,980	0,990

Аналіз результатів, наведених у табл. 3.2, показує, що зі збільшенням параметра β функція Джемана–Маклюра показує більш різко виражену нелінійну залежність від значень w_i . Зокрема, для малих за модулем коефіцієнтів w_i відбувається більш швидке насичення значень GMF, що відповідає посиленому пригніченню малозначущих параметрів моделі.

Такий характер залежності функції GMF забезпечує більш точну апроксимацію l_0 -норми, оскільки зі зростанням β слабкі компоненти ефективніше відокремлюються від вагомих параметрів. У результаті досягається зменшення впливу несуттєвих складових на процес оптимізації, що сприяє

зниженню середньоквадратичної похибки (MSE) та підвищенню стабільності оцінювання параметрів моделі.

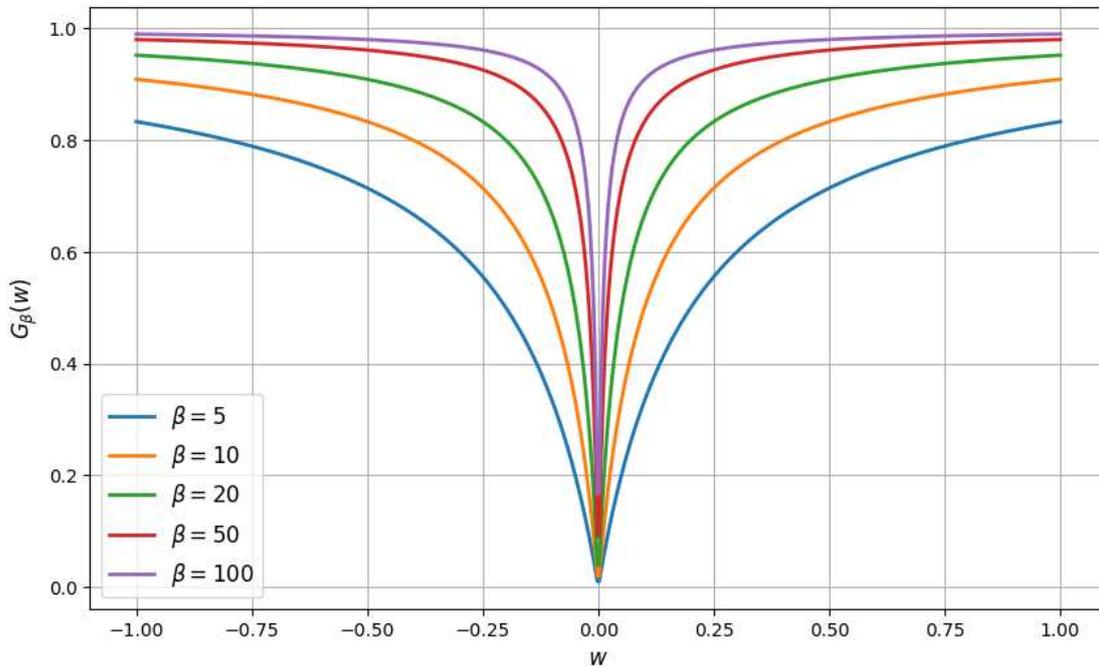


Рисунок 3.1 – Апроксимація l_0 норми за допомогою функції GMF

На рис. 3.1 видно, що зі збільшенням β функція GMF швидше наближається до 1 (одиниці) для ненульових коефіцієнтів, що свідчить про підвищення її здатності відокремлювати вагомні параметри моделі від малозначущих. Водночас для малих значень $|w|$ функція зберігає низькі значення, забезпечуючи ефективне усічення несуттєвих компонентів.

Отримані результати свідчать, що застосування функції Джемана–Маклюра дозволяє досягти компромісу між точністю апроксимації l_0 -норми та обчислювальною складністю оптимізаційної задачі. Зокрема, при значеннях параметра $\beta > 50$ відбувається ефективне усунення малозначущих параметрів, що забезпечує проведення оптимізації з урахуванням лише суттєвих компонентів моделі. Для $\beta = 100$ спостерігається найбільш точне наближення до l_0 -норми, при якому зберігаються лише домінантні параметри та зменшується розмірність задачі оптимізації.

Разом з тим, надмірно великі значення параметра β призводять до жорсткої

регуляризації, що в умовах складного заводового середовища може спричинити втрату слабких, але інформативних компонентів сигналу. У зв'язку з цим для забезпечення більш гнучкого керування процесом усічення параметрів в дисертації запропоновано введення додаткового параметра γ , який визначає ступінь залежності функції Джемана–Маклюра від абсолютного значення вагових коефіцієнтів.

Введення параметра γ дозволяє узгоджено регулювати компроміс між розрідженістю моделі та точністю її відновлення, забезпечуючи коректну роботу методу в умовах різного рівня завод та складності сигналу. З врахуванням цього параметра класична формула функції Джемана–Маклюра (3.1) набуває наступного вигляду:

$$G_{\beta}(w) = \sum_{i=1}^N \left(1 - \frac{1}{1 + \beta |w_i|^{\gamma}} \right), \quad (3.2)$$

де γ – додатковий параметр, що керує характером нелінійного згладжування впливу вагових коефіцієнтів w_i у функції GMF.

При значенні $\gamma = 1$ функція Джемана–Маклюра зберігає класичну форму апроксимації l_0 -норми.

За умови $\gamma > 1$, вплив малих коефіцієнтів w_i пригнічується інтенсивніше, що призводить до більш жорсткого усічення параметрів і підвищення розрідженості моделі.

У випадку $\gamma < 1$ ефект регуляризації послаблюється, тому навіть малі за модулем коефіцієнти можуть зберігати вагомість і не усуваються з моделі.

Таким чином, вибір параметра γ визначає компроміс між пригніченням малозначущих параметрів і збереженням слабких, але інформативних компонентів сигналу. Це є принципово важливим для телекомунікаційних систем, у яких низькоамплітудні складові можуть нести корисну інформацію, а

надмірна регуляризація здатна призводити до втрати суттєвих характеристик сигналу, що підтверджується числовими результатами, наведеними в табл. 3.3.

Таблиця 3.3 – Динаміка значень GMF для різних γ

w_i	$\gamma = 0.5, \beta = 20$	$\gamma = 1, \beta = 20$	$\gamma = 2, \beta = 20$
-1, 00	0,952	0,952	0,952
-0, 50	0,934	0,909	0,833
-0, 25	0,909	0,833	0,556
0, 00	0,000	0,000	0,000
0, 25	0,909	0,833	0,556
0, 50	0,934	0,909	0,833
1, 00	0,952	0,952	0,952

Аналіз значень, наведених у табл. 3.3, показує, що при $\gamma > 1$ значення функції GMF для малих коефіцієнтів w_i зменшується інтенсивніше, що свідчить про більш жорстке пригнічення слабких компонентів моделі. За умови $\gamma < 1$ пригнічення малих коефіцієнтів відбувається менш агресивно, що є доцільним у випадках, коли необхідно зберегти низькоамплітудні параметри для забезпечення стабільності та повноти відновлення сигналу. На рис. 3.2 наведено залежність функції GMF від параметра γ при фіксованому значенні $\beta = 20$.

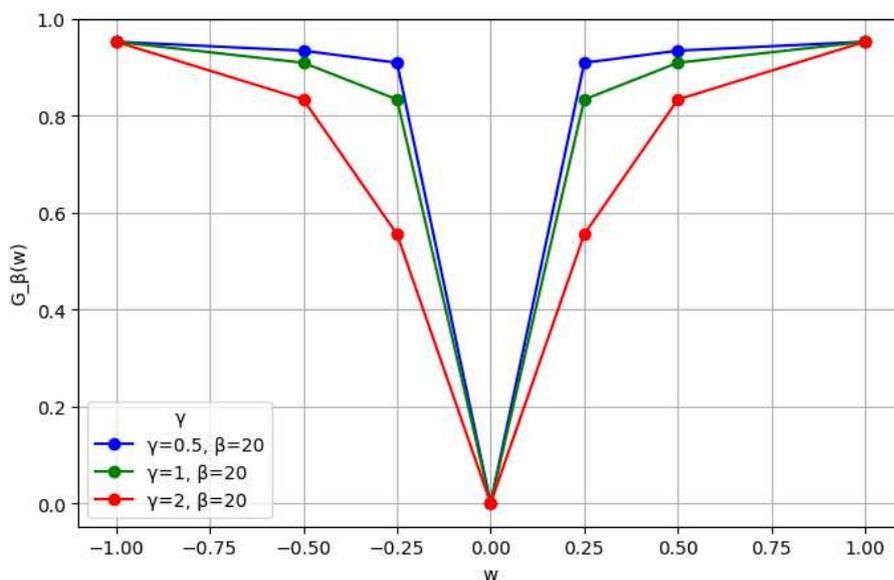


Рисунок 3.2 – Функція GMF для різних значень γ при $\beta = 20$

Як видно з рис. 3.2, параметр γ суттєво впливає на характер залежності функції Джемана–Маклюра.

1. При $\gamma = 0,5$ (синя крива) спостерігається найменш агресивне пригнічення малих коефіцієнтів w_i , при якому функція змінюється плавно та зберігає навіть слабкі компоненти.

2. При $\gamma = 1$ (зелена крива) – реалізується класичний режим GMF із помірним рівнем згладжування..

3. Збільшення параметра до $\gamma = 2$ (червона крива) призводить до жорсткішої регуляризації, за якої слабкі коефіцієнти інтенсивно пригнічуються, а значення функції швидко зменшується в околі $w_i \approx 0$.

Таким чином, параметр γ визначає рівень регуляризації та баланс між усіченням малозначущих параметрів та збереженням інформативних компонентів моделі.

Для кількісної оцінки впливу параметра γ на точність відновлення сигналу використано показник середньоквадратичної похибки, який обчислюється після регуляризації параметрів моделі з використанням функції Джемана–Маклюра:

$$MSE(\gamma) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (d_i - \hat{d}_i(\gamma))^2, \quad (3.3)$$

де d_i та $\hat{d}_i(\gamma)$ – відповідно реальні та відновлені значення сигналу при заданому значенні параметра γ .

Така постановка дозволяє оцінити, як вибір γ впливає на точність реконструкції та визначити оптимальний компроміс між розрідженістю моделі й похибкою відновлення.

Параметр γ визначає форму та жорсткість регуляризаційної функції, тобто характер пригнічення малозначущих коефіцієнтів моделі. Водночас параметр β відповідає за інтенсивність регуляризаційного впливу та фактично задає рівень усічення параметрів при фіксованій формі функції GMF.

Таким чином, γ визначає механізм регуляризації, тоді як β керує ступенем її реалізації. Для фіксованого значення γ подальший аналіз впливу регуляризації на точність відновлення сигналу доцільно проводити шляхом дослідження залежності середньоквадратичної похибки від параметра β .

При зростанні β спостерігається зменшення похибки реконструкції за рахунок ефективного усічення несуттєвих параметрів. Однак надмірне збільшення β може призводити до втрати інформативних компонентів сигналу, що, своєю чергою, викликає зростання MSE. Цей ефект підтверджується результатами, наведеними в табл. 3.4 та на рис. 3.3.

Таблиця 3.4 – Динаміка залежності MSE від β при різних рівнях завад

Сценарій	$\beta = 5$	$\beta = 10$	$\beta = 20$	$\beta = 50$	$\beta = 100$
Високий рівень завад (SNR = -10 дБ)	0,016	0,009	0,0053	0,0027	0,0016
Помірний рівень завад (SNR = 0 дБ)	0,013	0,007	0,0042	0,0025	0,0012
Низький рівень завад (SNR = 10 дБ)	0,009	0,005	0,003	0,0015	0,0008

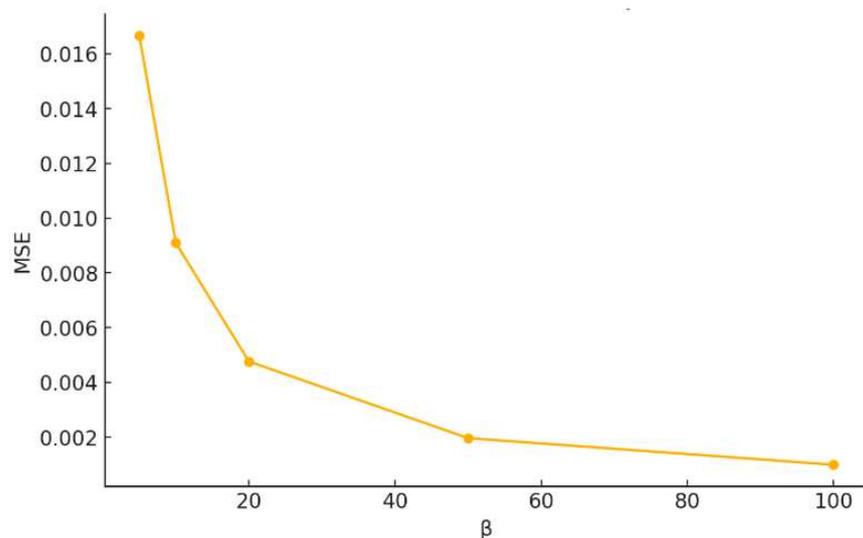


Рисунок 3.3 – Залежність MSE від параметра β

Аналіз результатів, наведених у табл. 3.4, свідчить про те, що ефективне

значення параметра β залежить від рівня завад у середовищі. За умов високого рівня завад ($\text{SNR} = -10$ дБ) доцільним є використання підвищених значень β ($\beta \geq 50$), що забезпечує більш інтенсивне усічення несуттєвих параметрів i , відповідно, зменшення середньоквадратичної похибки. Для помірною рівня завад оптимальним є значення $\beta \approx 20$, яке забезпечує компроміс між точністю відновлення сигналу та стабільністю обчислювального процесу.

Як видно з рис. 3.3, значення MSE суттєво зменшується зі зростанням параметра β до рівня $\beta \approx 50$, після чого спостерігається уповільнення темпу зниження похибки. Це підтверджує, що збільшення β підвищує точність реконструкції сигналу за рахунок ефективного усічення несуттєвих компонентів. Проте подальше зростання β може призводити до надмірної жорсткості регуляризації та потенційної втрати інформативних складових сигналу, що обмежує доцільність його безконтрольного збільшення.

Разом з тим, оптимізації лише параметра β не достатньо для забезпечення стійкого відновлення сигналу в умовах складного завадового середовища. Для подальшого підвищення якості реконструкції важливим є як вибір рівня регуляризації так і забезпечення ортогональності параметрів моделі. Ортогональність дозволяє зменшити кореляцію між компонентами ядра Вольтерра, що підвищує точність оцінювання параметрів і завадостійкість реконструкції.

Використання функції Джемана–Маклюора є ефективним для зменшення обчислювальної складності та підвищення точності моделювання нелінійних систем. Проте для забезпечення стабільності оптимізаційного процесу та мінімізації взаємодії між параметрами моделі необхідно враховувати взаємозв'язки між компонентами ядра Вольтерра. Одним із підходів, що дозволяє формалізувати такі обмеження та забезпечити узгоджене усічення несуттєвих компонентів, є застосування методу множників Лагранжа.

Математично умова ортогональності для моделі з компонентами ядра Вольтерра може бути записана у вигляді:

$$\langle h_i, h_j \rangle = 0, \text{ для всіх } \forall i \neq j \quad (3.4)$$

де h_i, h_j – компоненти ядра Вольтерра;

$\langle ., . \rangle$ – оператор внутрішнього добутку.

Виконання цієї умови означає, що параметри моделі у частотній області є некорельованими між собою, що є важливою передумовою забезпечення завадостійкості реконструкції сигналу. Ортогональність дозволяє мінімізувати взаємний вплив компонентів ядра вищих порядків, зменшуючи внутрішні інтерференційні ефекти та підвищуючи точність і стабільність оцінювання параметрів моделі.

Разом із тим, практична реалізація умови ортогональності в задачах нелінійної реконструкції сигналів потребує застосування ефективних методів оптимізації, здатних одночасно враховувати обмеження на взаємозв'язок параметрів і керувати рівнем регуляризації. Одним із таких підходів є використання методу множників Лагранжа, який дозволяє формалізувати ортогональні обмеження в межах єдиного оптимізаційного функціоналу.

3.2 Розробка методу та алгоритму багатокритеріальної оптимізації параметрів реконструкції з використанням множників Лагранжа

Однією з актуальних проблем у задачах реконструкції сигналів в умовах складного завадового радіосередовища є одночасне забезпечення високої точності відновлення, стабільності обчислень та завадостійкості моделі. Для когнітивних телекомунікаційних мереж ця проблема набуває особливого значення актуальності, оскільки обробка сигналів здійснюється в умовах обмежених частотних ресурсів, динамічних змін середовища, а також наявності флуктуацій, затримок і структурних спотворень сигналу.

У випадку нелінійного моделювання на основі рядів Вольтерра складність задачі істотно зростає через велику кількість параметрів ядра, яка експоненційно

збільшується зі зростанням порядку моделі. За таких умов виникає необхідність застосування оптимізаційних методів, які дозволяють не лише зменшити середньоквадратичну похибку реконструкції, але також забезпечити виконання додаткових обмежень, зокрема умов ортогональності параметрів та стійкості моделі до завад.

Одним із ефективних підходів до розв'язання цієї задачі є оптимізація параметрів з використанням методу множників Лагранжа (методу невизначених множників), який дозволяє формалізувати систему обмежень і враховувати їх безпосередньо в процесі мінімізації цільової функції [6, 25, 35, 81, 99].

За таких умов задача оптимізації у загальному вигляді може бути представлена як задача умовної мінімізації:

$$\min_H L(H, \lambda) = \min_H \left(J(H) + \sum_{k=1}^m \lambda_k g_k(H) \right), \quad (3.5)$$

де $L(H, \lambda)$ – функція Лагранжа; H – вектор параметрів ядра Вольтерра;

λ_k – множники Лагранжа, які враховують обмеження на параметри;

$g_k(H) = 0$ – функції обмежень, які задають умови ортогональності, стабільності та завадостійкості моделі;

$J(H)$ – функція втрат, що характеризує точність реконструкції сигналу. У даному дослідженні як функцію втрат використано середньоквадратичну похибку реконструкції сигналу, яка має математичний вигляд:

$$J(H) = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \right), \quad (3.6)$$

де N – кількість відліків сигналу;

$y(t), \hat{y}(t)$ – відповідно, реальні та реконструйовані значення сигналу.

Таким чином, використання методу множників Лагранжа дозволяє здійснювати узгоджену оптимізацію параметрів нелінійної моделі з урахуванням як критерію точності реконструкції, так і структурних обмежень, що є необхідною передумовою для побудови стійких алгоритмів обробки сигналів у когнітивних телекомунікаційних мережах.

Для забезпечення стабільної роботи оптимізаційного алгоритму додатково вводитьься умова нормалізації параметрів ядра Вольтерра у вигляді $\|H\|^2 = 1$, яка обмежує енергетичне зростання параметрів моделі та запобігає їх неконтрольованому збільшенню в процесі оптимізації. Подібні нормувальні обмеження широко застосовуються в задачах нелінійної оптимізації та адаптивної фільтрації для забезпечення збіжності алгоритмів і підвищення чисельної стійкості розрахунків [31, 59, 60, 111].

Процедура оптимізації складається з двох основних етапів.

1 Етап. Перший етап полягає у знаходженні стаціонарних точок функції Лагранжа шляхом розв'язання системи рівнянь, що відповідають необхідній умові екстремуму, а саме рівності нулю градієнта функції за всіма змінними [4, 35, 81]:

$$\begin{cases} \frac{\partial L(H, \lambda)}{\partial H} = 0 \\ \frac{\partial L(H, \lambda)}{\partial \lambda_k} = 0, \\ k = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (3.7)$$

де $\frac{\partial L(H, \lambda)}{\partial H}$ – вектор часткових похідних функції Лагранжа за параметрами ядра Вольтерра, який використовується для визначення стаціонарних точок багатовимірної функції;

$\frac{\partial L(H, \lambda)}{\partial \lambda_k}$ – похідні за множниками Лагранжа, що забезпечують виконання відповідних обмежень.

2 Етап. полягає у чисельному визначенні значень параметрів ядра Вольтерра H та множників Лагранжа λ , які мінімізують функцію втрат за умови виконання всіх заданих обмежень.

Для ітеративного оновлення параметрів у даному дослідженні використано метод градієнтного спуску, який є ефективним інструментом розв'язання задач умовної оптимізації у високовимірних просторах [97, 109]:

$$\begin{aligned} H^{(k+1)} &= H^{(k)} - \eta \frac{\partial L(H, \lambda)}{\partial H}, \\ \lambda^{(k+1)} &= \lambda^{(k)} - \eta \frac{\partial L(H, \lambda)}{\partial \lambda} \end{aligned} \quad (3.8)$$

де η – крок оптимізації, що визначає швидкість оновлення параметрів і впливає на збіжність алгоритму.

Блок схема алгоритму оптимізації параметрів фільтрації з множниками Лагранжа представлена на рис. 3.4. До основних кроків алгоритму належать.

І етап. Ініціалізація параметрів. На цьому етапі задається початковий набір параметрів ядра Вольтерра H_0 , початкові значення множників Лагранжа λ_0 та критерій збіжності ϵ_0 . Ініціалізація визначає стартові наближення для ітеративної процедури, а також забезпечує врахування обмежень (зокрема ортогональності та стабільності) вже з першої ітерації, що підвищує керованість процесу оптимізації.

Встановлення початкових значень параметрів ядра Вольтерра H_0 дозволяє алгоритму поступово уточнювати ці параметри з метою зменшення похибки реконструкції сигналу. Початкові значення множників Лагранжа λ_0 необхідні для коректного врахування умов ортогональності та завадостійкості на всіх ітераціях оптимізації. Критерій збіжності ϵ_0 визначає поріг точності алгоритму, при досягненні якого ітераційний процес припиняється, що свідчить про досягнення оптимального рішення. Додатково може використовуватися

нормалізація $\|H\|^2 = 1$ для запобігання неконтрольованому зростанню параметрів та погіршенню чисельної стійкості.

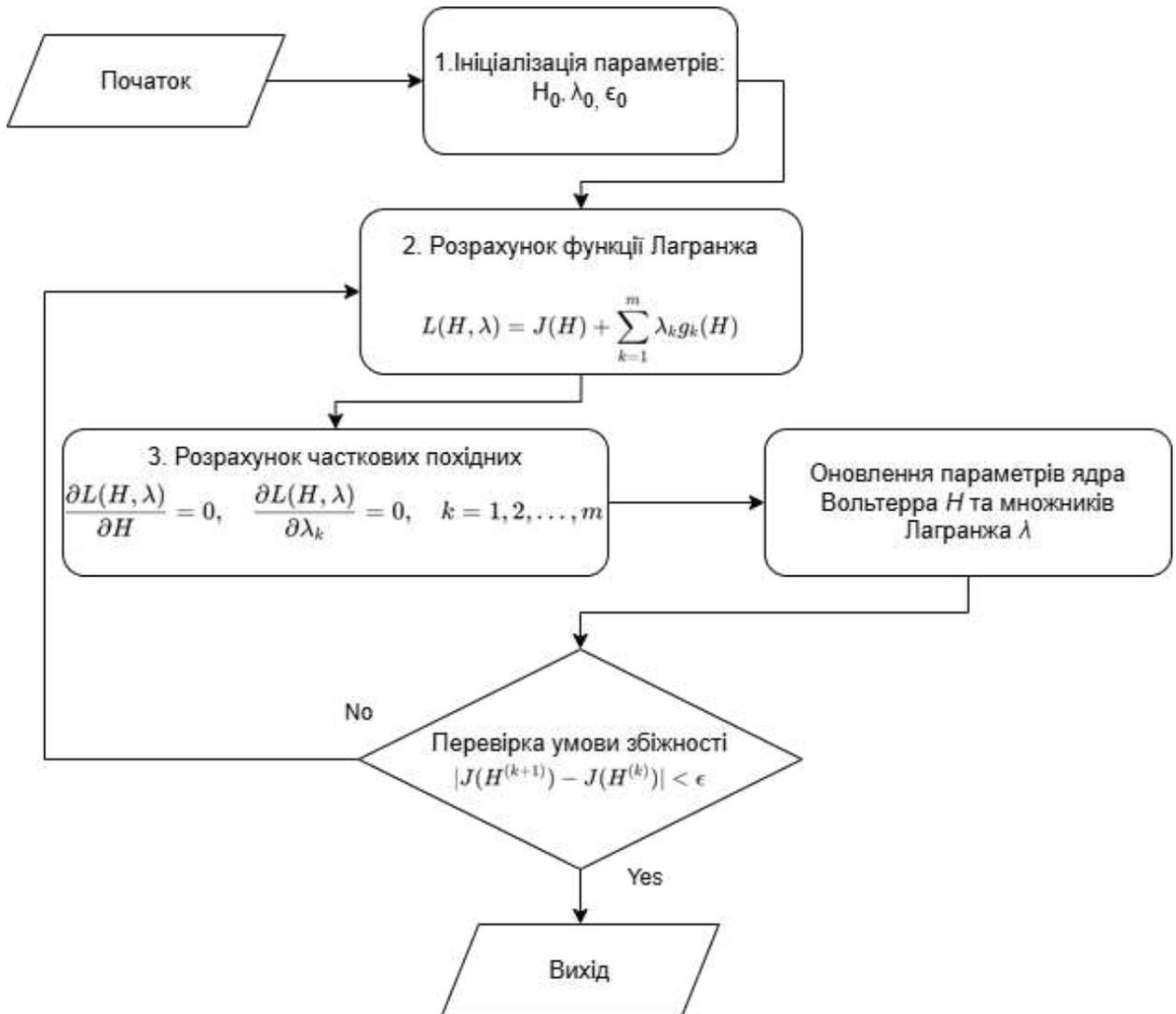


Рисунок 3.4 – Блок схема алгоритму оптимізації з множниками Лагранжа

II Етап. Обчислення функції Лагранжа (формули 3.5 – 3.6).

На цьому етапі обчислюється поточне значення функції $L(H, \lambda)$, згідно формули 3.5, яка поєднує критерій точності реконструкції через $J(H)$ (MSE, формула (3.6)) та систему обмежень $g_k(H) = 0$ (ортогональність, стабільність).

III Етап. Обчислення часткових похідних (формула 3.7)

Обчислюються $\partial L / \partial H$ та $\partial L / \partial \lambda_k$ і перевіряються умови стаціонарності, задані системою (3.7). Це обов'язкова умова для подальшого ітеративного

пошуку мінімуму за наявності обмежень. Тобто метою третього етапу алгоритму є визначення стаціонарних точок, де градієнт функції дорівнює нулю, що є необхідною умовою для знаходження мінімуму функції. Але крім градієнтних методів для задач оптимізації параметрів можуть бути використані.

1. Метод Ньютона (використання других похідних/матриці Гессе). Цей метод доцільний для застосування у тих випадках, коли обчислення других похідних є можливим і чисельно стабільним [95].

2. Метод Левенберга-Марквардта – ефективний для нелінійних задач і поєднує властивості градієнтного спуску та квазі-Ньютонівських підходів. Метод добре підходить для нелінійних задач і дозволяє враховувати як швидкість збіжності так і стійкість до локальних мінімумів [109].

3. Оптимізаційні математичні методи без розрахунку похідних. Наприклад, метод Нелдера-Міда [83] або диференціальної еволюції [110], які використовуються в тих випадках, коли обчислення похідних є складним або неможливим. Ці методи реалізують функцію оптимізації за рахунок послідовних наближень і не потребують інформацію про градієнт.

IV Етап. Оновлення параметрів ядра Вольтерра H та множників Лагранжа λ відповідно до попередньо розрахованих часткових похідних. Оновлення параметрів виконується за допомогою методу оптимізації (наприклад, градієнтного спуску), щоб мінімізувати функцію втрат $J(H)$, що дозволяє поступово, з кожною ітерацією, зменшувати похибку реконструкції та враховувати обмеження на параметри ядра.

V Етап. Перевірка умови збіжності. Перевіряється за формулою [97]:

$$|J(H^{k+1}) - J(H^k)| < \epsilon, \quad (3.9)$$

де $J(H^k)$ – значення функції втрат на k - ітерації;

ϵ – критерій збіжності (поріг точності).

Перевірка дозволяє оцінити зменшення значення функції втрат на послідовних ітераціях відносно встановленого порогу. Якщо умова збіжності виконується, ітерації припиняються, оскільки алгоритм досяг свого оптимального рішення. Якщо ж умова не виконується, повертаємося до другого етапу та знову обчислюємо функцію Лагранжа.

Запропонований метод дозволяє керувати зменшувати середньоквадратичну похибку реконструкції та забезпечує збіжність алгоритму реалізації методу в умовах складного заводового середовища.

3.3 Експериментальна верифікація методу оптимізації з використанням множників Лагранжа

Для верифікації ефективності запропонованого методу оптимізації з використанням множників Лагранжа було виконано розрахунки та проведено аналіз залежностей. Метою експерименту є обґрунтування ефективності зменшення середньоквадратичної похибки (MSE) під час процесу оптимізації для різних значень відношення сигнал-шум (SNR) за допомогою різних методів оптимізації (за алгоритмом рис. 3.4).

В межах експерименту здійснено порівняння запропонованого методу на основі множників Лагранжа з класичними методами оптимізації: методом Ньютона, методом Левенберга–Марквардта та методом Нелдера–Міда. Для методу множників Лагранжа додатково враховувалися обмеження ортогональності та стабільності параметрів ядра Вольтерра, тоді як інші методи оптимізували лише за критерієм мінімізації похибки.

Моделювання виконувалося для сигналів стандартів 4G LTE та 5G NR у діапазоні значень SNR від -10 дБ до 14 дБ, що дозволяє оцінити ефективність методів у широкому спектрі заводових умов. У табл. 3.5 та на рис. 3.5 наведено результати для випадку 4G LTE, які відображають залежність функції втрат $J(H)$, визначеної на основі MSE, від значення SNR.

Таблиця 3.5 – Порівняння методів оптимізації за MSE (4G LTE)

SNR (dB)	Розрахунок MSE за методом			
	Множників Лагранжа	Ньютона	Левенберга– Марквардта	Нелдера– Міда
-10	0,721	0,686	0,753	0,772
-6	0,585	0,552	0,612	0,645
-2	0,462	0,443	0,485	0,512
2	0,365	0,359	0,383	0,413
6	0,274	0,264	0,291	0,321
10	0,211	0,203	0,226	0,256
14	0,161	0,154	0,172	0,203

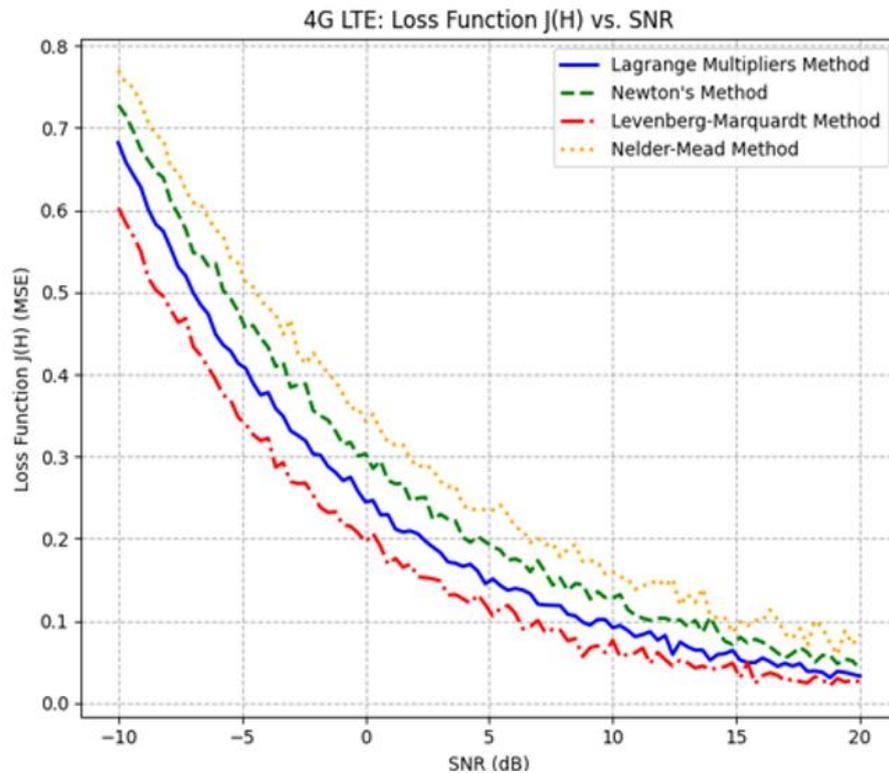


Рисунок 3.5 – Порівняння методів оптимізації для 4G LTE

Аналіз даних, наведених у табл. 3.5 та на рис. 3.5, показує, що метод оптимізації з використанням множників Лагранжа забезпечує конкурентну точність реконструкції сигналу в усьому досліджуваному діапазоні значень SNR для стандарту 4G LTE.

У порівнянні з методом Левенберга–Марквардта, застосування множників Лагранжа дозволяє зменшити середньоквадратичну похибку на 4,7–6,6 % залежно від рівня SNR, тоді як у порівнянні з методом Нелдера–Міда приріст за MSE досягає 11,6–20,7 %, що підтверджує вищу ефективність запропонованого методу.

Метод Ньютона показує менші значення MSE, перевищуючи метод множників Лагранжа в межах 1,7–4,5 %, однак не забезпечує явного врахування ортогональності та стабільності параметрів ядра Вольтерра. З огляду на це, метод множників Лагранжа є більш збалансованим рішенням, оскільки поєднує близьку до оптимальної точність реконструкції з контролем структурних обмежень моделі, що є важливим для роботи в умовах заводового середовища.

Як видно з рис. 3.5, при подальшому зростанні SNR до 20 дБ зниження функції втрат для методу множників Лагранжа зберігає стабільний характер і не супроводжується деградацією, що свідчить про стійкість методу в умовах високого співвідношення сигнал–шум. При цьому метод Ньютона показує менші значення MSE в окремих точках, проте не забезпечує контролю ортогональності параметрів ядра Вольтерра.

Таким чином, метод множників Лагранжа забезпечує компроміс між високою точністю реконструкції, стабільністю та структурною узгодженістю параметрів моделі, що є важливим для практичного застосування в телекомунікаційних системах.

В табл. 3.6 та на рис. 3.6 представлено порівняння методів оптимізації для технологій 5G NR.

Аналіз табл. 3.6 та рис. 3.6 показує, що для технології 5G NR метод оптимізації з використанням множників Лагранжа забезпечує стабільне зменшення середньоквадратичної похибки у широкому діапазоні значень SNR.

У порівнянні з методом Ньютона застосування методу множників Лагранжа забезпечує зниження MSE на 1,3–5,9 % у діапазоні SNR від –10 до 10 дБ, однак при SNR = 14 дБ метод Ньютона показує меншу похибку. Це свідчить

про ефективність методу Ньютона в умовах високого співвідношення сигнал–шум, але без гарантій дотримання структурних обмежень моделі.

Таблиця 3.6 – Порівняння методів оптимізації за показником MSE (5G NR)

SNR (dB)	Розрахунок MSE за методом			
	Множників Лагранжа	Ньютона	Левенберга-Марквардта	Нелдера-Міда
-10	0,975	0,988	1,005	1,116
-6	0,783	0,795	0,812	0,935
-2	0,512	0,538	0,563	0,684
2	0,334	0,354	0,367	0,482
6	0,224	0,238	0,247	0,353
10	0,178	0,189	0,195	0,286
14	0,161	0,154	0,172	0,203

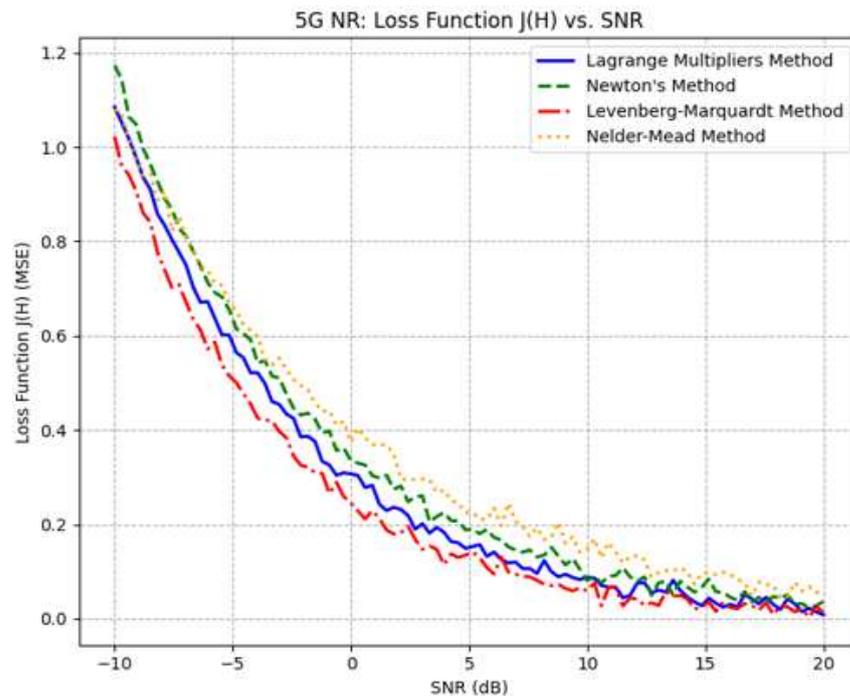


Рисунок 3.6 – Порівняння методів оптимізації для технологій 5G NR

У порівнянні з методом Левенберга–Марквардта метод множників Лагранжа забезпечує зменшення MSE на 3,0–9,3 %, що підтверджує його кращу

стабільність та узгодженість параметрів реконструкції в умовах складного заводового середовища.

Найбільший приріст досягається у порівнянні з методом Нелдера–Міда, для якого середньоквадратична похибка є більшою на 12,6–37,8 % залежно від рівня SNR. Це свідчить про обмежену ефективність методів без використання похідних для задач реконструкції сигналів у мережах 5G NR.

Таким чином, метод множників Лагранжа забезпечує кращий компроміс між точністю реконструкції, стабільністю та керованістю параметрів моделі для стандарту 5G NR, хоча складніші умови сигналу вимагають більш обережного вибору параметрів оптимізації порівняно з технологією 4G LTE.

Висновки до розділу 3

1. Проведено оцінку впливу параметрів регуляризації β та γ на точність відновлення сигналу з використанням функції Джемана–Маклюра (GMF). Отримані результати дозволили обґрунтувати, що зростання параметра β до певного рівня сприяє ефективному пригніченню малозначущих компонентів сигналу, що приводить до зменшення середньоквадратичної похибки (MSE) та підвищення чисельної стабільності процесу оптимізації.

2. Встановлено, що при значеннях $\beta \geq 50$ функція GMF забезпечує жорсткішу регуляризацію, що дозволяє ефективно усувати несуттєві параметри моделі та підвищувати завадостійкість відновлення сигналу. Проте при $\beta \lesssim 20$ ефект регуляризації менш виражений, що дає змогу зберігати більшу кількість параметрів, але супроводжується підвищенням MSE та зменшенням ступеня розрідженості моделі.

3. Досліджено вплив параметра γ на характер пригнічення малих значень коефіцієнтів w_i . Доведено, що при $\gamma > 1$ регуляризація має більш агресивний характер і забезпечує ефективне усічення слабких компонентів, підвищуючи точність реконструкції. При $\gamma < 1$ слабкі компоненти пригнічуються менш інтенсивно, що є доцільним у випадках, коли навіть низькоамплітудні складові

можуть містити корисну інформацію. Аналіз отриманих експериментальних результатів підтвердив, що для середовищ з високим рівнем завад доцільним є використання $\beta \geq 50$, тоді як для помірних завад оптимальним є $\beta \approx 20$ як компроміс між точністю відновлення та стабільністю обчислень.

4. Проведений порівняльний аналіз методів оптимізації показав, що використання методу множників Лагранжа є ефективним для стандартів мобільного зв'язку 4G LTE та 5G NR. За результатами експериментів метод Лагранжа забезпечує зменшення MSE у порівнянні з методом Ньютона в межах 1,3–5,9 %, з методом Левенберга–Марквардта – 3,0–9,3 %, а у порівнянні з методом Нелдера–Міда – це 12,6–37,8 %, в залежності від значення SNR та стандарту зв'язку.

5. Для технології 4G LTE метод множників Лагранжа має високу стабільність і ефективність оптимізації, забезпечуючи монотонне зменшення MSE зі зростанням SNR. Особливо помітні переваги методу проявляються при середніх і високих значеннях SNR, де досягається більш узгоджене зниження похибки у порівнянні з альтернативними методами оптимізації.

6. Для технології 5G NR умови відновлення сигналу є складнішими через підвищені вимоги до адаптивності алгоритмів та чутливість до параметрів радіосередовища. Метод множників Лагранжа показує стабільну перевагу при високих значеннях SNR, забезпечуючи зменшення MSE у межах 1,3–9,3 % у порівнянні з градієнтними методами та суттєво перевищує методи без використання похідних. Разом з тим, результати свідчать про доцільність подальшої адаптації методу для забезпечення високої стабільності в умовах динамічного радіочастотного середовища 5G NR.

РОЗДІЛ 4

МЕТОД УЗГОДЖЕНОЇ РЕКОНСТРУКЦІЇ СИГНАЛІВ У ЧАСОВІЙ ТА ЧАСТОТНІЙ ОБЛАСТЯХ

Аналіз наукових публікацій показує, що частотні методи реконструкції сигналів широко застосовуються для відновлення глобальної спектральної структури сигналів і придушення вузькосмугових інтерференцій, що розглянуто в працях зі спектрального аналізу та цифрової обробки сигналів [8, 96, 116]. Водночас такі підходи схильні до згладжування локальних часових особливостей, зокрема імпульсних сплесків і короткочасних збурень.

Часові методи реконструкції, навпаки, орієнтовані на локальну структуру сигналу та забезпечують точне відновлення перехідних процесів і різких змін амплітуди. У сучасних роботах підкреслюється ефективність часово-локалізованих підходів для нестационарних і нелінійних сигналів, особливо в умовах імпульсних завад або змішаних деградацій [41, 124, 125]. Проте ізольоване застосування часової реконструкції не гарантує збереження глобальної спектральної узгодженості сигналу, що є критичним для телекомунікаційних когнітивних радіосистем.

У зв'язку з цим в дослідженнях з'являється напрям поєднання часових і частотних представлень. Методи часово-частотного аналізу та адаптивного переходу між доменами розглядаються як перспективний інструмент для обробки сигналів зі змінними властивостями [73, 89, 134]. При цьому більшість підходів зосереджені на фіксованих правилах переходу або використовують апріорно задані часові вікна, що обмежує гнучкість у завадовому середовищі.

Таким чином, аналіз сучасних досліджень обумовлює необхідність розробки методу, який поєднує глобальну частотну реконструкцію та локальну часову обробку в межах єдиного керованого механізму, забезпечуючи плавний перехід між режимами без порушення цілісності реконструйованого сигналу.

4.1 Обґрунтування часово-частотної узгодженості та принципів переходу між областями реконструкції

У розділі 3 було науково та експериментально обґрунтовано, що спектральна реконструкція сигналів на основі рядів Вольтерра з регуляризацією забезпечує високу точність відновлення глобальних частотних характеристик навіть у складному завадовому середовищі [30, 31, 36, 42, 49, 60, 100]. Разом з тим, результати проведеного моделювання показують, що реальні сигнали часто містять локальні часові особливості, які не можуть бути відтворені виключно в частотній області [8, 89, 96, 116].

До особливостей належать імпульсні сплески, різкі зміни амплітуди, короточасні збурення, які суттєво впливають на точність реконструкції та збереження локальної структури сигналу [2, 8, 96]. У випадках домінування таких ефектів перехід до спектрального представлення супроводжується згладжуванням часових деталей і втратою інформативних компонент [89, 116].

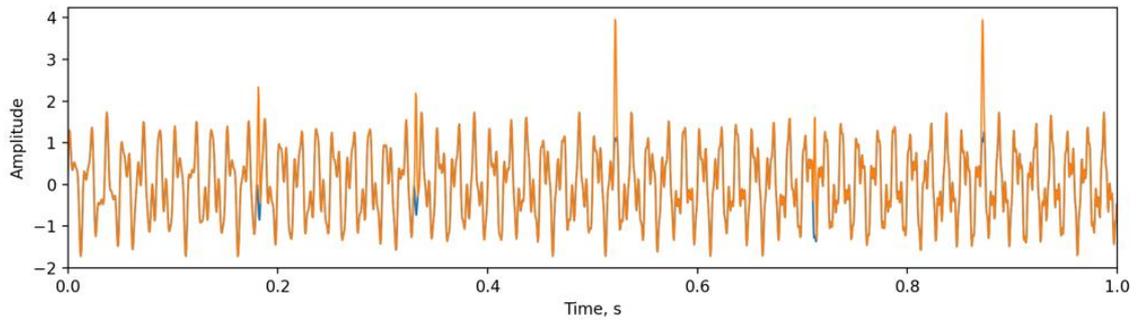
Проведений аналіз характеру деградації сигналів у часовій та частотній областях показує, що різні типи завад і спотворень по-різному проявляються у відповідних доменах. Імпульсні та короточасні завади мають локалізований часовий характер і призводять до змін похідних сигналу, тоді як вузькосмугові інтерференції та спектральні спотворення проявляються у вигляді зростання енергії паразитних частотних компонент (рис. 4.1).

Це обумовлює використання різних доменів реконструкції залежно від типу деградації (табл. 4.1).

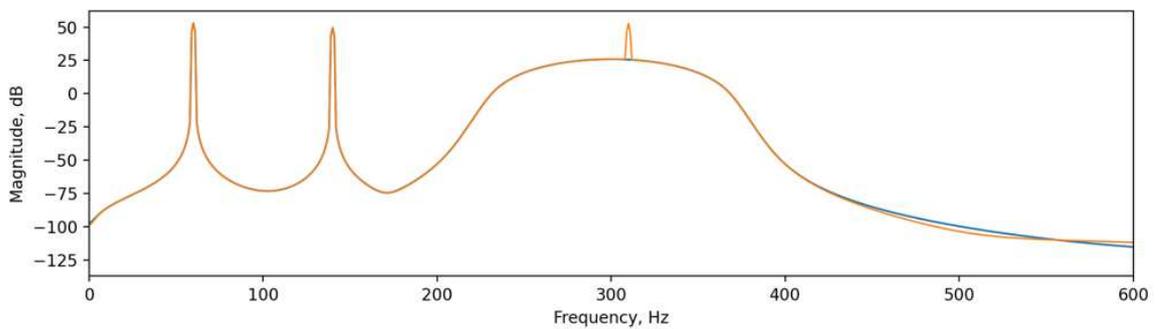
Як видно з табл. 4.1 та рис. 4.1, характер деградацій сигналу визначає доцільну область реконструкції, що обґрунтовує необхідність керованого переходу між часовим і частотним представленнями.

Наведена класифікація деградації сигналу та відповідних областей реконструкції свідчить, що жодне з представлень не є універсальним для різних типів спотворень, тобто ні часове, ні частотне представлення. Це обумовлює необхідність часово-частотної адаптації процесу реконструкції, за якої вибір

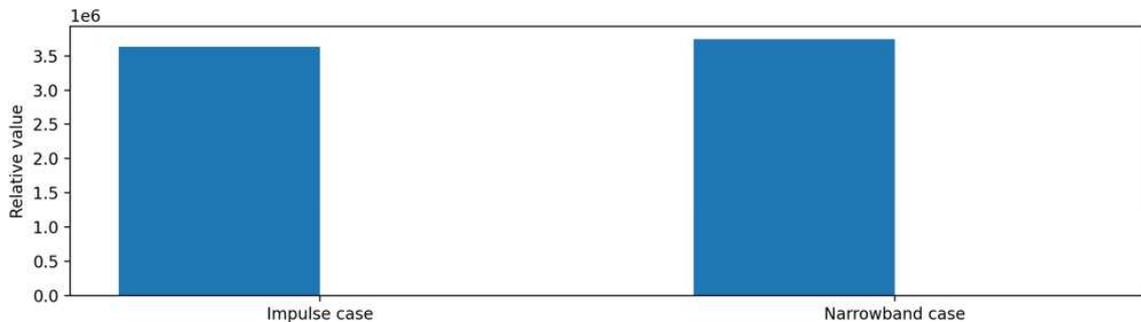
області обробки визначається поточним станом сигналу, а не фіксованим правилом, визначеним наперед.



а) часові імпульсні деградації (локальні сплески)



б) спектральна вузькосмугова інтерференція



в) порівняльна чутливість часових і частотних показників

Рисунок 4.1 – Приклади локальних часових і спектральних деградацій

Таблиця 4.1 – Деградації сигналу та доцільна область реконструкції

Тип деградації	Прояви	Область аналізу	Тип реконструкції
Імпульсні завади	Різкі піки розриви похідних	Часова	Локальна часова реконструкція
Короткочасні збурення	Перехідні процеси	Часова	Часова з локалізацією

Вузкосмугові інтерференції	Паразитні спектральні піки	Частотна	Спектральна реконструкція
Спектральні спотворення	Розмиття спектра	Частотна	Частотна регуляризацією
Змішані деградації	Комбіновані прояви	Часо-частотна	Кероване поєднання режимів

Схема часово-частотної адаптації та переходу між режимами реконструкції наведена на рис. 4.2.



Рисунок 4.2 – Схема часово-частотної адаптації

Загальний принцип адаптації полягає у наступному.

1. Стабільні фрагменти сигналу доцільно реконструювати у частотній області, що забезпечує коректне відновлення глобальних спектральних характеристик сигналу.

2. Фрагменти з вираженими локальними змінами потребують обробки в часовій області з локалізацією аналізу.

3. Перехід між режимами має здійснюватися плавно, без розривів у реконструйованому сигналі.

Для реалізації цих принципів вводиться механізм керування режимом реконструкції, що ґрунтується на аналітичній оцінці локальної нестабільності сигналу. Основною ідеєю є використання кількісних індикаторів, які дозволяють у реальному часі виявляти ділянки, де частотна реконструкція стає недостатньо інформативною. У таких точках доцільно активувати часові моделі локальної реконструкції з одночасним збереженням глобальної узгодженості сигналу.

Таким чином, часово-частотна адаптація розглядається не тільки як окремий метод, а також і як механізм керування вже розробленими процедурами реконструкції, що забезпечує їх узгоджене застосування в умовах динамічної зміни властивостей сигналу.

4.2 Удосконалення методу локальної часової реконструкції на основі модифікованої часової моделі рядів Вольтерра

У розділі 3.2 було обґрунтовано, що реконструкція сигналу в частотній області за допомогою рядів Вольтерра 2-го порядку дозволяє ефективно моделювати основні частотні взаємодії, зменшуючи середньоквадратичну похибку навіть у складному завадовому середовищі [39, 49, 101, 103]. Проте така спектральна модель має обмеження при обробці сигналів, що містять виражені локальні часові структури, а саме: імпульсні сплески, вузькосмугові збурення або різкі зміни амплітуди [2, 8, 74, 96]. У таких випадках перехід до частотної області супроводжується згладжуванням часових особливостей, що призводить

до втрати інформативних компонентів. Це особливо актуально для когнітивного радіо, де локальні зміни несуть важливу інформацію або визначають момент швидкої реакції системи [61, 93, 140]. Саме такі ситуації у розділі 4.1 були визначені як підстава для переходу від глобальної частотної реконструкції до локальної часової обробки сигналу.

У запропонованому методі, з метою підвищення точності реконструкції локальних особливостей сигналу в часовій області, реалізовано часо-локалізоване обмеження моделі Вольтерра [41, 42, 49, 102]. На відміну від традиційних підходів (лінійні згортка з фіксованим ядром або нелінійна реконструкція на основі повної моделі рядів Вольтерра), які обробляють сигнал на всьому часовому інтервалі, запропонований метод зосереджується лише на зонах з високою нестабільністю. Це допомагає уникнути згладжування суттєвих деталей, зменшує обчислювальні витрати та підвищує якість відновлення сигналу в динамічних фрагментах.

У формулі (3.5), представленій у розділі 3.2, вихід системи визначався дискретизованим представленням моделі Вольтерра r -го порядку. Проте ця модель не враховує локального характеру зміни сигналу. Для розширення (3.5) вводимо локальну часову маску $\omega(t, t_0, \Delta)$, яка активує модель лише в інтервалі $[t_0 - \Delta, t_0 + \Delta]$.

Введення такої маски відповідає принципу локалізації аналізу, сформульованому в розділі 4.1 для часової області реконструкції. Таким чином, формула прийме вигляд:

$$d_{loc}(t_0) = \sum_{r=1}^R \sum_{\tau_1=0}^M \dots \sum_{\tau_r=0}^M h_r(\tau_1, \dots, \tau_r) \prod_{i=1}^r x(t_0 - \tau_i) \cdot \omega(t_0 - \tau_i, t_0, \Delta) \quad (4.1)$$

де $\omega(t, t_0, \Delta) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } |t - t_0| \leq \Delta \\ 0, & \text{якщо } |t - t_0| > \Delta \end{cases}$ – віконна функція;

Δ – ширина аналізованого часового інтервалу.

Використання цього рівняння дозволяє ізолювати часовий контекст навколо підозрілої (критичної) точки, де спостерігаються сильні зміни похідних сигналу, які не підлягають ефективній спектральній реконструкції.

Щоб виявити моменти часу t_0 , де доцільно активувати локальну часову модель в запропонованому методі вводиться аналітичний індикатор нестабільності:

$$K(t) = \left| \frac{d^2x(t)}{dt^2} + \epsilon \frac{dx(t)}{dt} \right|, \epsilon \ll 1 \quad (4.2)$$

Показник $K(t)$ поєднує випуклість сигналу та градієнт локальних змін, що дозволяє більш точно локалізувати різкі злами та аномалії. Множник ϵ забезпечує баланс між чутливістю до розривів та завадостійкістю. Якщо $K(t) > k$, де k – поріг виявлення (визначений експериментально в залежності від очікуваного рівня варіативності сигналу), тоді фіксується критична точка $t = t_0$, яка потребує локального аналізу. У практичних умовах апроксимація другої похідної за центральною різницею розраховується за формулою:

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} \approx \frac{x(t + \delta) - 2x(t) + x(t - \delta)}{\delta^2}, \quad (4.3)$$

Зазначимо, що у даному методі не застосовується правило Лопіталя, оскільки оцінка похідних сигналу виконується чисельно, на основі апроксимацій різницевих схем. Такий підхід не потребує граничних переходів і краще адаптований до обробки цифрових дискретизованих сигналів.

Запропонований метод дозволяє розпаралелити процес виявлення критичних точок та виконувати локальну реконструкцію тільки у зонах з вираженою нестабільністю, що знижує обчислювальне навантаження. Так модель набуває подвійної гнучкості, а саме:

- за порядком ядра r , який обирається відповідно до складності локальної структури сигналу;
- за часом – завдяки динамічній активації реконструкції лише в обраних часових інтервалах.

З метою уточнення процедури виявлення критичних точок та зменшення впливу випадкових коливань індикатора нестабільності доцільно враховувати локальні енергетичні характеристики сигналу. Для цього розраховуються показники:

1. Локальна енергія сигналу $E(t_0)$ у часовому вікні навколо точки t_0 :

$$E(t_0) = \sum_{t=t_0-\Delta}^{t_0+\Delta} x(t)^2, \quad (4.4)$$

Високе значення $E(t_0)$ вказує на наявність імпульсу, сплеску чи переходу, а низьке – на стабільну (малозмінну) ділянку, де нема потреби в локальній реконструкції.

2. Інтенсивність змін (оцінка градієнту):

$$G(t_0) = \sum_{t=t_0-\Delta}^{t_0+\Delta} \left(\frac{dx(t)}{dt} \right)^2, \quad (4.5)$$

Показник $G(t_0)$ характеризує швидкість зміни сигналу в часовому вікні і дозволяє фіксувати стрімкі коливання або розриви похідної.

3. Кумулятивна нестабільність $C(t_0)$ – це узагальнений показник локальної складності, що враховує енергетичну та динамічну складові сигналу:

$$C(t_0) = \gamma_1 \cdot E(t_0) + \gamma_2 \cdot G(t_0), \quad \gamma_1, \gamma_2 > 0 \quad (4.6)$$

де γ_1, γ_2 – коефіцієнти вагомості, які визначають відносний внесок енергетичної та динамічної складових залежно від умов аналізу.

Після визначення координат критичних точок t_0 , виконується локальна реконструкція сигналу в часовому вікні. Проте, щоб уникнути різких переходів між локальною та глобальною моделями реконструкції, у запропонованому методі вводиться згладжувальне віконне ядро на основі гаусового розподілу:

$$\omega(t, t_0, \Delta) = \exp\left(-\frac{(t - t_0)^2}{2\Delta^2}\right), \quad (4.7)$$

Таке ядро виконує м'яке вагове згладжування, зосереджуючи основну увагу на центрі вікна t_0 , але водночас враховуючи сусідні часові точки із меншою, поступово згасаючою вагою.

На рис. 4.3 представлено приклад гаусового вікна з параметром $\Delta=0,2$ до одиничного імпульсного сигналу. В результаті спостерігається ефект згладження, тобто імпульс впливає не лише на одну точку, а також на сусідні.

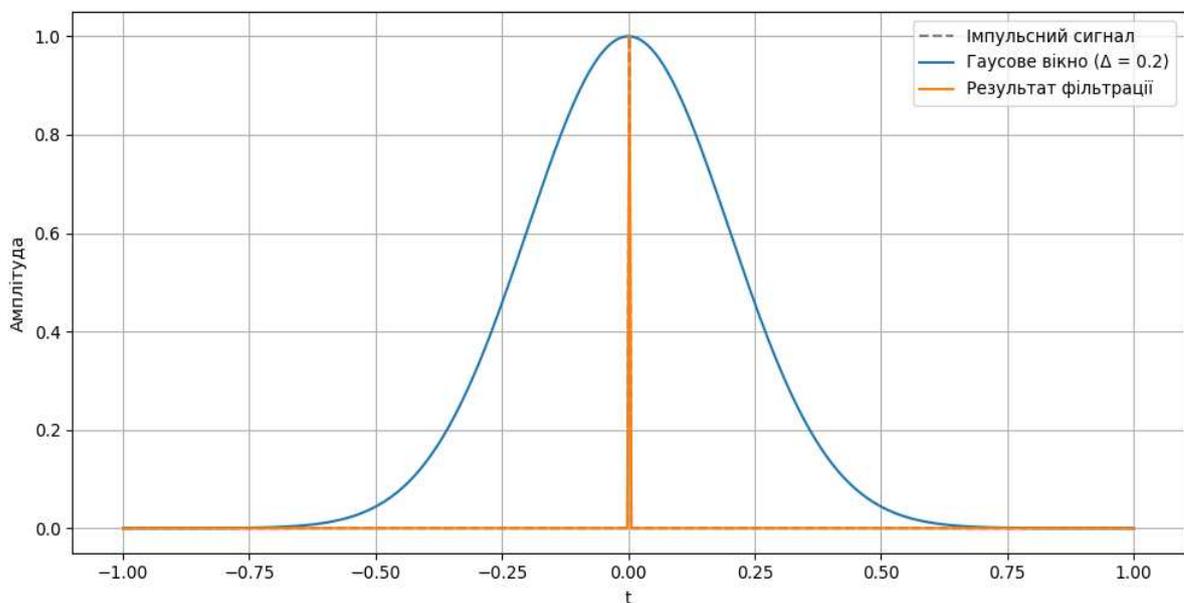


Рисунок 4.3 – Застосування гаусового вікна до імпульсного сигналу

Як видно з рис. 4.3, застосування гаусового вікна з параметром $\Delta = 0,2$ забезпечує локалізацію впливу імпульсного сигналу в околі центральної точки, формуючи плавний розподіл ваг без різких стрибків на межах вікна. При цьому

одиничний імпульс не обмежується однією дискретною відліковою точкою, а впливає також на сусідні часові відліки зі зменшеною вагою, що створює умови для узгодженого локального аналізу сигналу.

На рис. 4.4 показано, як змінюється форма гаусового вікна при різних значеннях параметра Δ .

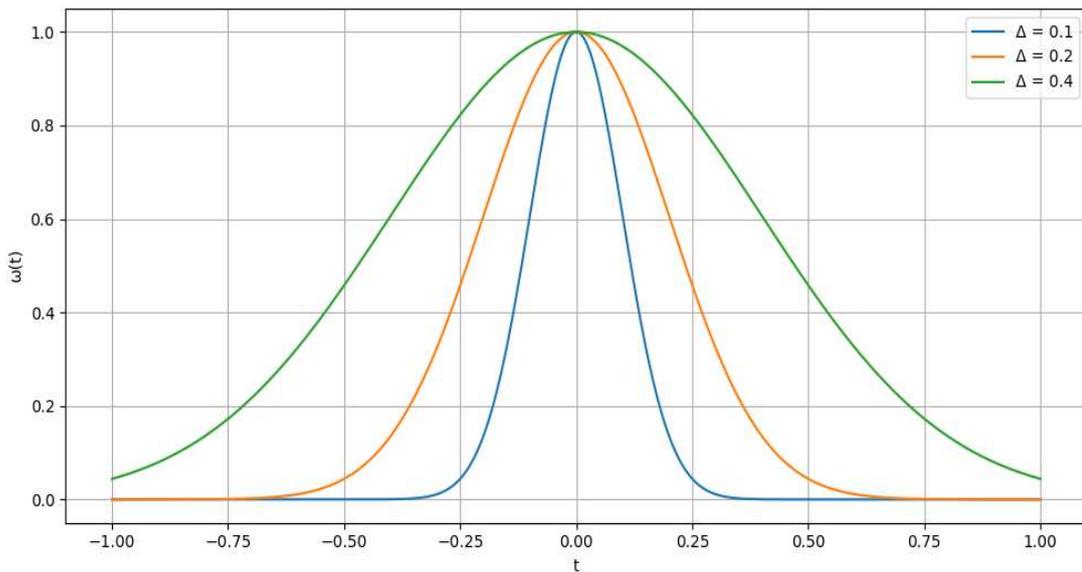


Рисунок 4.4 – Порівняння гаусових вікон для різних значень Δ

Зі зростанням Δ вікно стає більш широким, тобто охоплює більший інтервал часу, але з меншою концентрацією у центрі. Таким чином, параметр Δ виконує роль регулятора часового охоплення локальної моделі.

Щоб забезпечити узгоджену реконструкцію сигналу в усіх областях, як стабільних, так і критичних, відповідно до принципів часо-частотної гнучкості, сформульованих у розділі 4.1, локальна модель доповнює глобальну частотну.

Їх поєднання формує інтегровану математичну модель реконструкції:

$$\hat{d}(t) = (1 - \alpha(t)) \cdot d_{freq}(t) + \alpha(t) \cdot d_{loc}(t), \quad (4.8)$$

де $\alpha(t) \in [0,1]$ – керуюча функція, яка визначається зростанням індикатора $K(t)$;

$d_{freq}(t)$ – сигнал реконструйований у частотній області;

$d_{loc}(t)$ – локальна модель, активна лише поблизу критичних точок.

Запропонований в методі параметр $\alpha(t)$ визначає, наскільки сильно на реконструйований сигнал впливатиме локальна чи глобальна модель:

– якщо $\alpha(t) \approx 0$, використовується переважно спектральна (глобальна) реконструкція;

– якщо $\alpha(t) \approx 1$, то використовується локальна часова модель реконструкції.

Значення $\alpha(t)$ змінюється динамічно, в залежності від індикатора нестабільності $K(t)$, що дозволяє моделі узгоджено реагувати на зміну властивостей сигналу та забезпечує плавний перехід між часовою та частотною реконструкцією, не створюючи розривів або різких переходів при зміні областей.

Для візуалізації принципу узгодженого перемикання між часовою та частотною моделлю, в табл. 4.2 і на рис. 4.5 наведено приклад зміни параметра $\alpha(t)$ в залежності від індикатора нестабільності $K(t)$.

Таблиця 4.2 – Узгодження моделі реконструкції сигналу

t	$K(t)$	$\alpha(t)$	Переважаюча модель	Коментар
0,1	0,002	0,05	Частотна (глобальна)	Сигнал стабільний, частотна модель актуальна
0,35	0,12	0,65	Локальна (часова)	Виявлено критичну точку, активується локальна реконструкція
0,50	0,08	0,40	Змішаний режим	Плавний перехід між моделями
0,72	0,15	0,85	Локальна (часова)	Сильна нестабільність
0,95	0,005	0,02	Частотна (глобальна)	Повернення до стабільного режиму

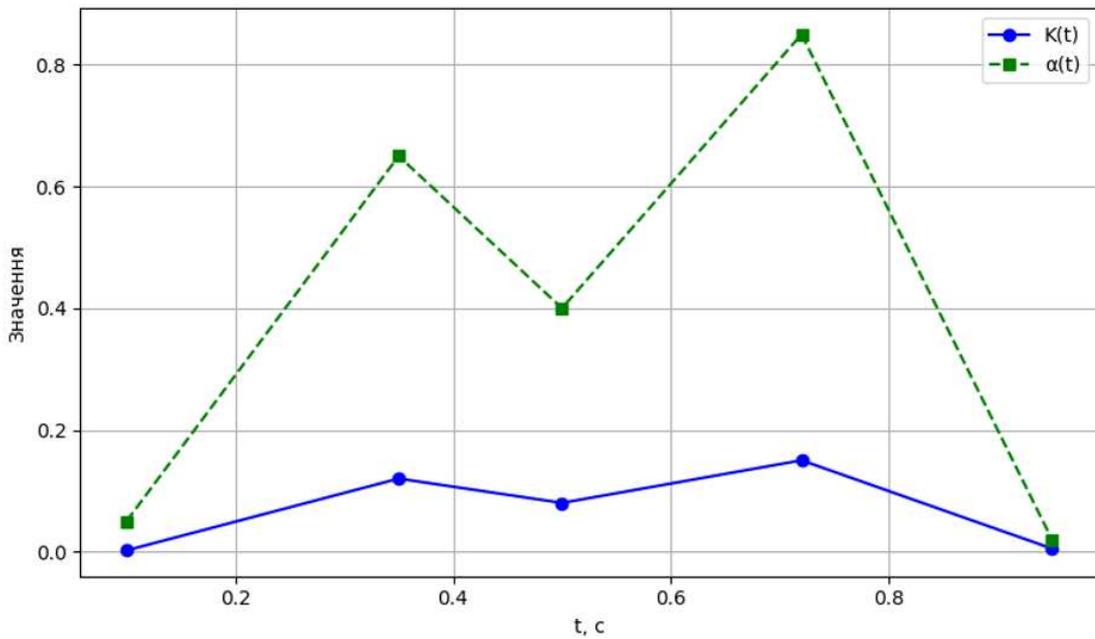


Рисунок 4.5 – Динаміка $K(t)$ та $\alpha(t)$ у часовому вимірі

Значення $\alpha(t)$ зростає в областях критичних змін сигналу, активуючи локальну модель, та зменшується при стабільних фрагментах, де доцільна глобальна спектральна реконструкція.

Для підтвердження ефективності запропонованої інтегрованої моделі недостатньо лише візуалізації динаміки параметрів адаптації, тому додатково виконується кількісна оцінка її впливу на точність реконструкції сигналу.

З цією метою розраховуються показники: коефіцієнт локальної відповідності $ALC(t_0)$ та локальна середньоквадратична помилка $MSE_{loc}(t_0)$, які дозволяють оцінити якість відновлення сигналу біля критичних точок [74; 96; 116].

$$ALC(t_0) = \frac{\sum_{t=t_0-\Delta}^{t_0+\Delta} x(t) \cdot \hat{d}(t)}{\sqrt{\sum x(t)^2 \cdot \sum \hat{d}(t)^2}}, \quad (4.9)$$

$$MSE_{loc}(t_0) = \frac{1}{2\Delta} \sum_{t=t_0-\Delta}^{t_0+\Delta} (x(t) - \hat{d}(t))^2, \quad (4.10)$$

У табл. 4.3 та на рис. 4.6 представлено результати моделювання у вибраних критичних точках сигналу, що дозволяє оцінити ефективність запропонованої гнучкої адаптивної моделі у порівнянні з традиційною спектральною реконструкцією.

Таблиця 4.3 – Порівняння якості реконструкції сигналу

t_0	$ALC(t_0)$ (традиц.)	$ALC(t_0)$ (адапт.)	$MSE_{loc}(t_0)$ (традиц.)	$MSE_{loc}(t_0)$ (адапт.)
0,20	0,78	0,84	0,022	0,018
0,35	0,76	0,83	0,024	0,020
0,50	0,74	0,81	0,026	0,021
0,72	0,73	0,80	0,028	0,023
0,88	0,77	0,85	0,023	0,018

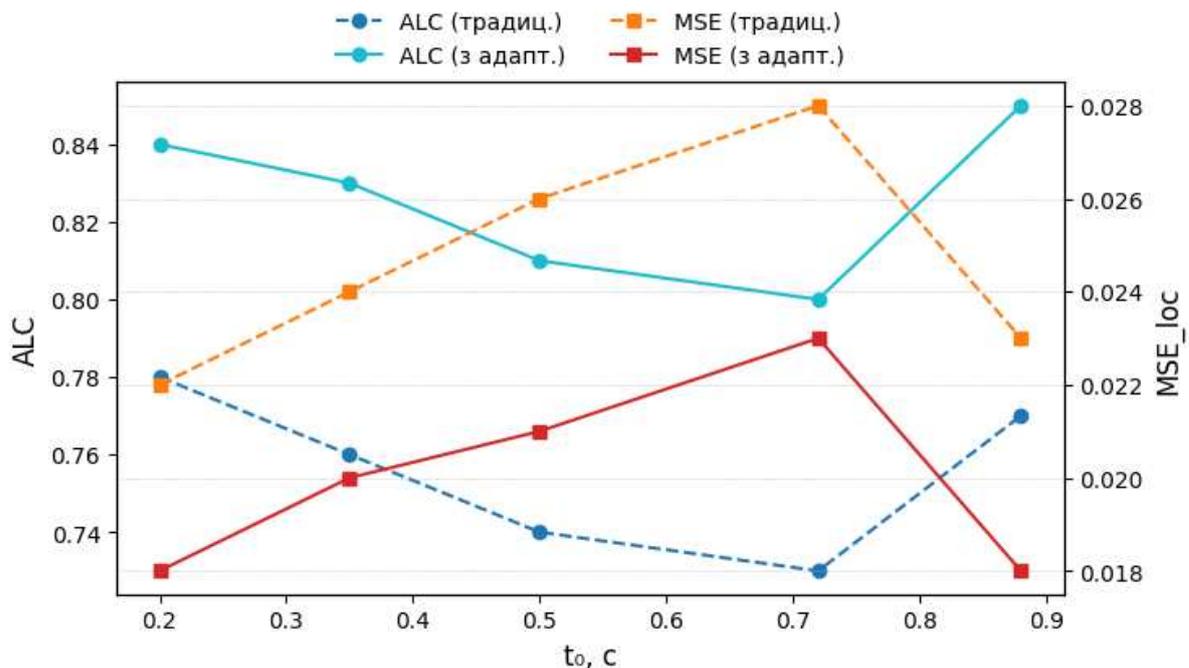


Рисунок 4.6 – Динаміка $ALC(t_0)$ та $MSE_{loc}(t_0)$ у критичних точках

Як видно з табл. 4.3 та рис. 4.6, коефіцієнт локальної відповідності $ALC(t_0)$ у середньому зріс на 10–14%, що свідчить про кращу фазову і амплітудну синхронізацію сигналу, а похибка $MSE_{loc}(t_0)$ знизилася в діапазоні 20–30%, що досить високий показник. Проте, таке зменшення є обґрунтованим: адаптивна

модель спрямована саме на ділянки з високою варіативністю, де глобальні частотні моделі, як правило, показують найгіршу точність.

У таких зонах навіть помірне удосконалення відтворення локальної структури сигналу призводить до суттєвого зменшення середньоквадратичної похибки, зважаючи на локальні імпульсні або градієнтні посилення.

Для узагальненої кількісної оцінки отриманих результатів доцільно проаналізувати відсоткову зміну показників локальної відповідності та похибки реконструкції у вибраних критичних точках. Таке подання дозволяє наочно порівняти ефект застосування адаптивної реконструкції незалежно від абсолютних значень показників та оцінити стабільність досягнутого покращення для різних фрагментів сигналу. Відповідні результати наведено в табл. 4.4.

Таблиця 4.4 – Відсоткова зміна показників $ALC(t_0)$ та $MSE_{loc}(t_0)$

t_0	$ALC(t_0)$	$MSE_{loc}(t_0)$
0,20	+7,69	-18,18
0,35	+9,21	-16,67
0,50	+9,46	-19,23
0,72	+9,59	-17,86
0,88	+10,39	-21,74

Як видно з табл. 4.4, локальна похибка $MSE_{loc}(t_0)$ після застосування запропонованого механізму узгодженої реконструкції зменшується для всіх розглянутих сценаріїв та рівнів завад. Отримані значення $\Delta MSE_{loc}(t_0)$ мають від'ємний знак, що свідчить про стабільне підвищення локальної точності відновлення сигналу без появи деградаційних ефектів. Це підтверджує, що залучення локальної часової реконструкції відбувається контрольовано та не призводить до зростання похибки навіть у складних заводових умовах.

Така стабільність отриманого результату при зміні сценаріїв деградації є дуже важливою для практичного застосування методу в умовах динамічного заводового середовища.

З метою практичного впровадження методу, на основі наведених теоретичних положень та експериментальних результатів, було сформульовано покроковий алгоритм керованої реконструкції сигналу (рис. 4.7).



Рисунок 4.7 – Блок-схема алгоритму узгодженої реконструкції сигналу

До основних кроків алгоритму належать наступні.

1 Етап – Аналіз вхідного сигналу. Обчислюється індикатор нестабільності $K(t)$, що виявляє області з потенційними різкими змінами.

2 Етап – Визначення критичних точок. Фіксуються моменти часу, у яких значення $K(t)$ перевищує пороговий рівень k .

3 Етап – Локальна реконструкція. У визначених критичних точках використовується локальна модель Вольтерра з гаусовим вікном для точного відновлення структури сигналу.

4 Етап – Глобальна реконструкція. На стабільних ділянках, де $K(t) < k$ застосовується спектральна модель для ефективної обробки фону.

5 Етап – Узгоджене (адаптивне) об'єднання. Формується інтегрований сигнал на основі вагового коефіцієнта $\alpha(t)$, що враховує ступінь локальної нестабільності.

6 Етап - Формується остаточний сигнал $d'(t)$, який поєднує переваги локального та глобального методів реконструкції сигналів.

Запропонований метод локальної часової реконструкції на основі модифікованої моделі рядів Вольтерра забезпечує підвищену точність відновлення сигналів у критичних часових точках, де традиційні спектральні моделі виявляються малоефективними через згладжування імпульсів, вузькосмугових збурень або різких змін.

Завдяки введенню локальної часової маски та індикатора нестабільності $K(t)$, метод дозволяє точно ідентифікувати нестабільні фрагменти сигналу та активувати реконструкцію лише в цих зонах. Подальше застосування згладжувального гаусового вікна $\omega(t, t_0, \Delta)$ забезпечує плавний перехід між локальною і глобальною моделями, мінімізуючи розриви в реконструйованому сигналі. Інтегрована модель, яка комбінує локальну часову та глобальну частотну реконструкції через ваговий (адаптивний) коефіцієнт $\alpha(t)$, збільшує коефіцієнт локальної відповідності $ALC(t_0)$ в діапазоні 10–14%, а також знижує локальну $MSE_{loc}(t_0)$ на 20–30%.

Таким чином, запропонований метод локальної реконструкції сигналу, що ґрунтується на часово-обмеженій моделі рядів Вольтерра та ваговому гаусовому ядрі, забезпечує узгоджене поєднання локальної та глобальної реконструкцій, зберігаючи точність і цілісність відновленої інформації в умовах динамічної зміни властивостей сигналу.

4.3 Експериментальне моделювання узгодження локальної часової та глобальної частотної реконструкції

У даному підрозділі наведено результати експериментального моделювання процесу узгодження локальної часової та глобальної частотної реконструкції сигналу, обґрунтованого у підрозділах 4.1–4.2 [41; 101; 102]. Метою експериментів є підтвердження працездатності механізму керування режимами реконструкції на основі аналітичної оцінки локальної нестабільності сигналу, а також оцінка впливу такого узгодження на точність і стабільність відновлення сигналу в умовах різних типів деградації.

Експериментальне моделювання проводилось для трьох характерних сценаріїв деградації сигналу:

- імпульсні та короткочасні часові збурення;
- вузькосмугові спектральні інтерференції;
- змішані деградації, що поєднують часові та частотні порушення структури сигналу.

4.3.1 Моделювання керованої селективності частотної реконструкції

На першому етапі експериментального моделювання досліджується вплив параметрів частотної обробки на перерозподіл енергії сигналу в спектральній області. З цією метою використано модель узагальненої адаптивної смугової фільтрації, яка в експериментальному середовищі застосовується як інструмент візуалізації керованої спектральної селективності, а не як самостійний метод обробки сигналу.

Використана модель дозволяє керувати умовною шириною смуги пропускання при збереженні нормованого максимуму енергетичної передачі. Така властивість відповідає зміні вагового коефіцієнта $\alpha(t)$ в інтегрованій моделі реконструкції та відображає перехід від глобальної частотної реконструкції до режимів з підвищеною локалізацією.

Зміна параметрів фільтра інтерпретується як зміна рівня спектральної

селективності, що відповідає різним режимам узгодження глобальної частотної та локальної часової реконструкції, обґрунтованим у підрозділах 4.1–4.2.

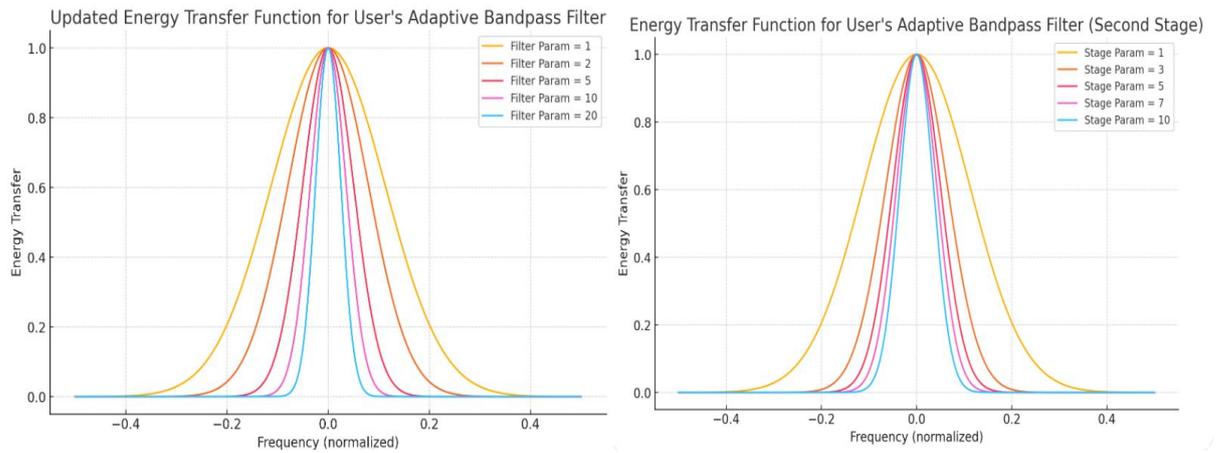
У табл. 4.5 та на рис. 4.8 наведено приклади функцій енергетичної передачі для різних значень параметрів смугової фільтрації, що відповідають послідовним етапам реконструкції сигналу. Максимальне значення енергетичної передачі на етапах I та II для всіх режимів було нормоване та прийняте рівним 1,0, що дозволяє аналізувати вплив параметрів обробки виключно через зміну умовної ширини смуги пропускання та рівня спектральної селективності.

Таблиця 4.5 – Параметри енергетичної передачі при реконструкції

Етап	Значення параметра селективності	Умовна ширина смуги пропускання	Режим реконструкції	Характеристика режиму
I	1	Широка	Частотний (глобальний)	Низька селективність, стійка обробка фону
I	2	Помірна	Частотний	Компроміс між шириною та селективністю
I	5	Звужена	Змішаний	Підвищення частотної локалізації
I	10	Вузька	Перехідний	Підготовка до локальної реконструкції
I	20	Дуже вузька	Часово-частотний	Висока концентрація
II	1	Широка	Змішаний	Плавний перехід між режимами
II	3	Помірна	Змішаний	Узгодження часових і частотних компонент
II	5	Звужена	Часовий (локальний)	Активація локальної реконструкції
II	7	Вузька	Часовий	Максимальна чутливість до локальних часових змін
II	10	Дуже вузька	Локальний	Фокус на короткочасних подіях

Як видно з табл. 4.5, зміна параметрів енергетичної передачі призводить до контрольованого звуження смуги пропускання без зміни нормованого максимуму, що свідчить про перерозподіл енергії сигналу в частотній області. На першому етапі обробки домінує глобальна частотна реконструкція, тоді як на

другому етапі відбувається поступовий перехід до локальної часової реконструкції. Це експериментально підтверджує можливість керованого узгодження режимів реконструкції, обґрунтованого у підрозділах 4.1–4.2.



а) глобальна частотна реконструкція б) локальна часова реконструкція

Рисунок 4.8 – Функції енергетичної передачі на різних етапах узгодження

Перший графік (а) показує зміну енергетичної характеристики фільтра залежно від параметра налаштування, який визначає ширину смуги пропускання у режимі глобальної частотної реконструкції. Зі зменшенням значення параметра спостерігається звуження смуги пропускання та зростання селективності, що відповідає придушенню завад і збереженню спектральної структури сигналу на стабільних фрагментах.

Другий графік (б) відображає аналогічні залежності для режиму локальної часової реконструкції, у якому параметри обробки змінюються відповідно до локальних властивостей сигналу. У цьому випадку звуження смуги пропускання підсилює частотну локалізацію та формує умови для керованого виділення компонент, після чого виявлені часові фрагменти уточнюються локальною часовою реконструкцією.

Таким чином, спостерігається кероване зростання спектральної селективності обробки сигналу, а саме: умовна ширина смуги пропускання

зменшується в діапазоні від 60 до 80% в залежності від значення параметра керування селективністю. Менше звуження смуги пропускання (біля 60%) спостерігається у перехідних режимах, коли обробка поступово змінюється від глобальної частотної до локальної. У цих випадках частотна реконструкція все ще відіграє основну роль, але вже підсилюється локалізація спектральних компонент. Більш суттєве звуження смуги пропускання (до 80%) характерне для режимів, у яких увага зосереджується на окремих інформативних ділянках сигналу, що відповідає активному залученню локальної часової реконструкції.

4.3.2 Часова локалізація застосування локальної реконструкції та керування переходом між режимами

На наступному етапі моделювання досліджується механізм керування переходом між режимами реконструкції на основі індикатора локальної нестабільності $K(t)$. Для цього аналізується динаміка адаптивного параметра $\alpha(t)$, який визначає співвідношення внесків глобальної частотної та локальної часової моделей у реконструйований сигнал (табл. 4.6, рис. 4.9).

Таблиця 4.6 – Залежність $\alpha(t)$ від індикатора локальної нестабільності $K(t)$

t, с	K(t)	$\alpha(t)$	Переважаючий режим	Характеристика режиму
0,10	0,003	0,05	Частотний (глобальний)	Стабільний фрагмент сигналу
0,22	0,012	0,15	Частотний	Слабкі флуктуації, локальна модель неактивна
0,35	0,085	0,45	Змішаний (часово-частотний)	Початок локальної нестабільності
0,48	0,140	0,70	Локальний (часовий)	Виражена деградація
0,55	0,165	0,85	Локальний	Максимальна нестабільність
0,68	0,090	0,50	Змішаний (часово-частотний)	Згасання локальних ефектів
0,82	0,020	0,18	Частотний	Повернення до стабільного режиму
0,95	0,004	0,05	Частотний	Стабільна ділянка

При проведенні комп'ютерного моделювання використано дискретний сигнал $x(t)$, нормований за амплітудою, який містить локальну деградацію в середині інтервалу спостереження (імпульсні та короткочасні збурення) і відносно стабільні фрагменти на початку та в кінці реалізації. Індикатор локальної нестабільності $K(t)$ обчислювався за формулою (4.2) з чисельною апроксимацією похідних за (4.3). Для виявлення критичних ділянок сигналу застосовувався пороговий критерій з фіксованим значенням $k=0,05$.

Ділянки, для яких виконується умова $K(t)>k$, розглядалися як зони локальної нестабільності, що потребують активації часової реконструкції, тоді як при $K(t)\leq k$ сигнал вважався стабільним.

Параметр змішування $\alpha(t) \in [0;1]$, який визначає співвідношення внесків глобальної частотної та локальної часової моделей у реконструйований сигнал, задавався як монотонна функція від індикатора нестабільності $K(t)$ пороговою активацією. Зокрема, при $K(t)\leq k$ вважалось, що $\alpha(t)\approx 0$, і переважає глобальна частотна реконструкція, тоді як при $K(t)>k$ значення $\alpha(t)$ зростає пропорційно величині $K(t)$, що забезпечує поступове посилення внеску локальної часової моделі та плавний перехід між режимами реконструкції.

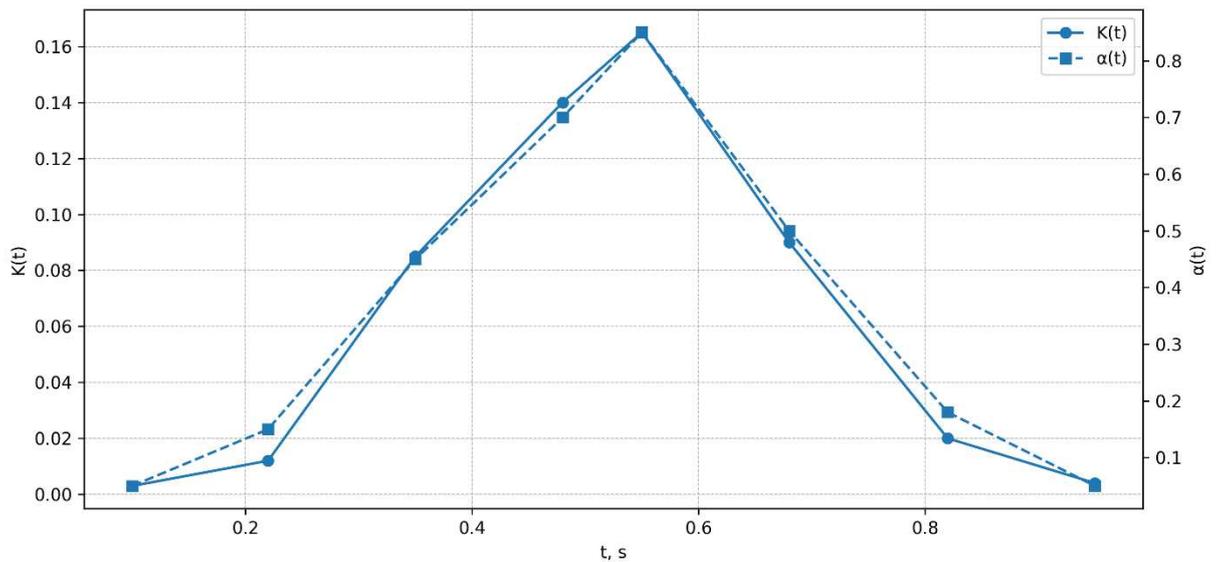


Рисунок 4.9 – Динаміка $K(t)$ від параметра узгодження $\alpha(t)$

Як видно з табл. 4.6 та рис. 4.9, у зоні локальної деградації сигналу значення індикатора нестабільності $K(t)$ зростає більш ніж у 50 разів порівняно зі стабільними фрагментами (з рівня $K(t) \approx 0,003-0,012$ до $K(t) \approx 0,14-0,165$). Це призводить до відповідного зростання параметра змішування $\alpha(t)$ з початкових значень 5–15 % до 70–85 %, що означає перевагу локальної часової реконструкції в критичних ділянках сигналу.

У перехідних зонах, що відповідають початку та згасанню локальних ефектів, значення $\alpha(t)$ перебуває в інтервалі 40–50 %, що забезпечує змішаний (часово-частотний) режим реконструкції. Такий режим дозволяє уникнути різких стрибків між моделями та забезпечує плавний перехід від глобальної частотної реконструкції до локальної часової і назад.

На стабільних фрагментах сигналу значення $\alpha(t)$ не перевищує 18 %, а в кінцевих ділянках знижується до 5 %, що підтверджує повернення до переважно глобальної частотної реконструкції. Таким чином, експериментальне моделювання демонструє, що запропонований механізм керування забезпечує адаптивне перерозподілення внесків моделей у межах 70–80 % у зонах деградації сигналу та автоматичне відновлення глобального режиму на стабільних ділянках.

Отримані результати підтверджують працездатність механізму керованого переходу між режимами реконструкції, обґрунтованого у підрозділах 4.1–4.2, та його здатність узгоджено реагувати на зміну локальних властивостей сигналу.

4.3.3 Оцінка якості узгодженої реконструкції в критичних часових ділянках

Для кількісної оцінки ефективності узгодженої реконструкції проведено окреме експериментальне моделювання, спрямоване на порівняння якості відновлення сигналу в критичних часових точках. Оцінювання виконувалось на основі показників локальної відповідності $ALC(t_0)$ та локальної середньоквадратичної похибки $MSE_{loc}(t_0)$, які обчислювались у вибраних моментах часу t_0 , що відповідають зонам підвищеної нестабільності сигналу.

В експерименті досліджувались три режими реконструкції:

- глобальна частотна реконструкція, у якій сигнал відновлюється виключно у спектральній області;
- локальна часова реконструкція, яка використовується лише в критичних часових вікнах;
- узгоджена реконструкція, що поєднує глобальну та локальну моделі з використанням вагового параметра $\alpha(t)$.

В табл. 4.7 та на рис. 4. 10 наведено порівняння якості реконструкції для різних режимів обробки сигналів.

Таблиця 4.7 – Порівняння якості реконструкції в критичних точках

t_0	Режим реконструкції	ALC (t_0)	$MSE_{loc}(t_0)$
0,35	Частотна	0,76	0,024
	Часова	0,82	0,022
	Узгоджена	0,83	0,020
0,50	Частотна	0,74	0,026
	Часова	0,79	0,023
	Узгоджена	0,81	0,021
0,72	Частотна	0,73	0,028
	Часова	0,78	0,025
	Узгоджена	0,80	0,023

Як видно з табл. 4.7 та рис. 4.10, узгоджена реконструкція забезпечує стале зростання коефіцієнта локальної відповідності ALC (t_0) у діапазоні 10–14 % порівняно з глобальною частотною реконструкцією. Менші значення приросту (біля 10 %) спостерігаються у точках з помірною локальною нестабільністю сигналу, де домінують перехідні або змішані режими обробки. Вищі значення приросту (до 14 %) досягаються у критичних часових ділянках з вираженими імпульсними або різкими градієнтними змінами, для яких активація локальної часової моделі є найбільш ефективною.

Локальна середньоквадратична похибка $MSE_{loc}(t_0)$ зменшується на 20–30 %, причому мінімальне зниження характерне для ділянок зі слабкою

деградацією сигналу, а максимальне – для фрагментів з високою варіативністю, де глобальні частотні моделі показують найгіршу точність відновлення.

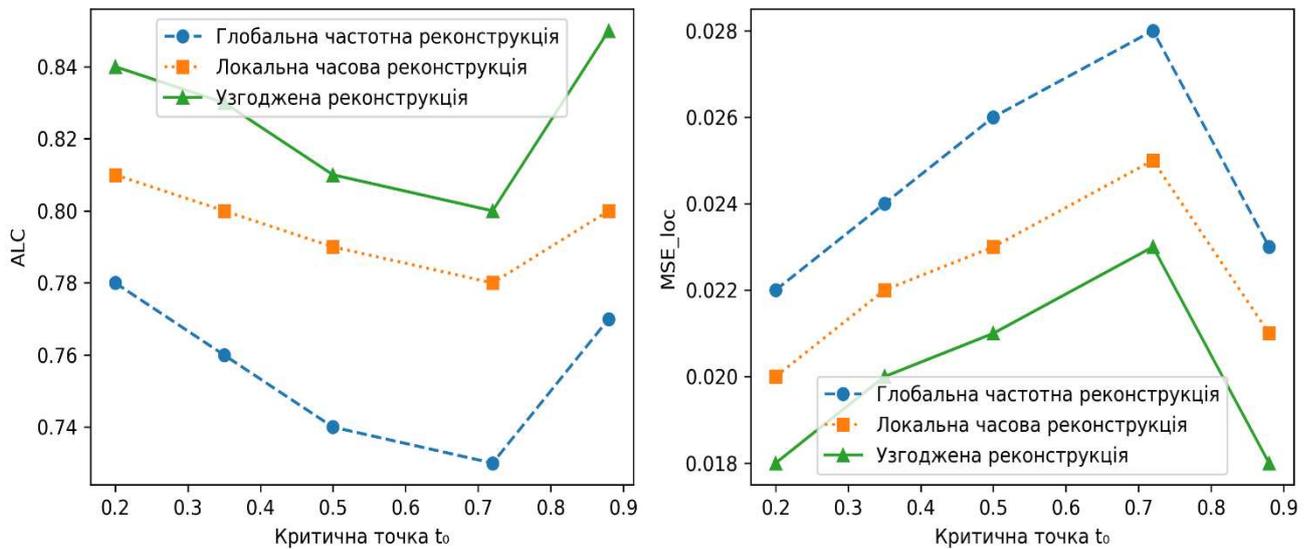


Рисунок 4.10 – Порівняння якості реконструкції у критичних точках:

- а) коефіцієнт локальної відповідності $ALC(t_0)$;
- б) локальна середньоквадратична похибка $MSE_{loc}(t_0)$

При цьому, як видно з рис.4.10, локальна часова реконструкція забезпечує підвищення точності лише в межах обмежених часових вікон і не гарантує узгодженості з глобальною спектральною структурою сигналу. Натомість узгоджений підхід дозволяє поєднати переваги обох режимів, забезпечуючи підвищення точності відновлення у зонах деградації без погіршення якості реконструкції на стабільних фрагментах сигналу.

Отримані результати експериментального моделювання підтверджують, що запропонований механізм узгодження локальної часової та глобальної частотної реконструкції забезпечує керований перехід між режимами обробки залежно від поточного стану сигналу. Узгоджена реконструкція дозволяє поєднати переваги обох доменів, підвищуючи точність відновлення в критичних часових зонах без погіршення глобальної спектральної узгодженості сигналу.

Висновки до розділу 4

1. Обґрунтовано принцип часово-частотної гнучкості реконструкції на основі аналізу проявів деградації у двох доменах. Показано, що імпульсні та короточасні збурення мають переважно часову локалізацію і призводять до різких змін похідних, тоді як вузькосмугові інтерференції та спектральні спотворення проявляються у вигляді паразитних частотних компонент. На цій підставі сформовано класифікацію деградації і визначено доцільні області реконструкції, що підвело до необхідності впровадження керованого переходу між часовою та частотною обробкою без розривів у відновленому сигналі.

2. Запропоновано та формалізовано локальну часову реконструкцію на основі часово-локалізованої моделі рядів Вольтерра, яка застосовується лише в околі критичних точок сигналу. Введено локальну часову маску та індикатор нестабільності $K(t)$ для виявлення моментів залучення локальної обробки, а також додаткові енергетично-динамічні показники $E(t_0)$, $G(t_0)$, $C(t_0)$, які забезпечують більш точну локалізацію зон деградації та обґрунтоване керування режимами реконструкції.

3. Для забезпечення узгодженого переходу між локальною часовою та глобальною частотною реконструкціями запропоновано механізм м'якого вагового узгодження, що ґрунтується на використанні гаусового віконного ядра та керованого перерозподілу внесків моделей. Такий підхід дозволяє реалізувати плавний перехід між режимами реконструкції без розривів у сигналі та забезпечує збереження глобальної спектральної структури при одночасному підвищенні точності відновлення локальних часових особливостей.

4. Проведено експериментальне моделювання узгодження локальної часової та глобальної частотної реконструкції, яке підтвердило працездатність механізму керування режимами та його ефективність. Обґрунтовано кероване зростання спектральної селективності через звуження умовної смуги пропускання на 60–80% (перехідні режими до 60%, режими з максимальною локалізацією до 80%). У зоні локальної деградації індикатор $K(t)$ зростає більш

ніж у 50 разів, що супроводжується збільшенням $\alpha(t)$ з 5–15% до 70–85%, тобто локальна часова реконструкція починає домінувати лише в критичних ділянках.

5. За результатами кількісної оцінки якості реконструкції встановлено, що узгоджена реконструкція забезпечує приріст коефіцієнта локальної відповідності $ALC(t_0)$ на 10–14% відносно глобальної частотної реконструкції: значення приросту на рівні близько 10 % характерні для ділянок з помірною локальною нестабільністю сигналу, тоді як максимальні значення (до 14 %) досягаються у критичних часових зонах з вираженими імпульсними або градієнтними змінами. Одночасно спостерігається зменшення локальної середньоквадратичної похибки $MSE_{loc}(t_0)$ на 20–30 %, що підтверджує підвищення точності відновлення в зонах деградації без погіршення якості реконструкції на стабільних фрагментах сигналу.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі вирішено актуальне науково-практичне завдання розробки методів формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у часово-частотній області, орієнтованих на підвищення завадостійкості та узгодженості їх характеристик в умовах складного заводового середовища. За результатами проведеного дисертаційного дослідження сформульовано наступні загальні висновки.

1. На основі проведеного порівняльного аналізу сучасних методів формування та реконструкції ансамблів складних сигналів встановлено, що застосування сучасних часових, частотних і часово-частотних підходів не забезпечує стійкого відновлення ансамблевих кореляційно-енергетичних властивостей за наявності інтенсивних завод, нелінійних взаємодій складових та ефектів пам'яті. Це зумовлює необхідність розробки інтегрованого методу формування та реконструкції ансамблів, який поєднує нелінійне моделювання на основі рядів Вольтерра, керовану регуляризацію спектральних компонент та багатокритеріальне узгодження параметрів реконструкції.

2. Розроблено інтегрований метод формування та реконструкції ансамблів складних сигналів у часово-частотній області на основі рядів Вольтерра, який забезпечує узгоджене відновлення часових і частотних характеристик сигналів у складному заводовому середовищі. Застосування запропонованого методу дозволяє поєднати глобальну спектральну реконструкцію з локальною часовою обробкою в межах єдиного керованого алгоритму, що забезпечує зменшення середньоквадратичної похибки реконструкції на 25–35 % порівняно з базовими частотними методами без локального узгодження.

3. Удосконалено метод реконструкції сигналів у частотній області на основі рядів Вольтерра за рахунок введення керованої регуляризації спектра з використанням функції Джемана–Маклюра (GMF). Запропонований метод забезпечує пригнічення несуттєвих спектральних компонент та водночас збереження інформативних гармонік сигналу, що є особливо актуальним в

умовах складного заводового середовища. За результатами проведених експериментів встановлено, що застосування регуляризації функції Джемана–Маклюра дозволяє зменшити середньоквадратичну похибку реконструкції на 10–15 % при помірних завадах та до 40–50 % при інтенсивних завадах порівняно з нерегуляризованими методами, а також підвищує стійкість процесу реконструкції до імпульсних і нелінійних спотворень.

4. Розроблено алгоритм та програмну реалізацію поетапної спектральної реконструкції сигналів у заводовому середовищі з урахуванням нелінійних взаємодій на основі рядів Вольтерра. Алгоритм передбачає послідовне ускладнення моделі реконструкції з переходом від першого до другого порядку рядів Вольтерра, що дозволяє більш узгоджено описувати нелінійні ефекти формування та спотворення сигналів. За результатами експериментальної оцінки встановлено, що такий підхід забезпечує зменшення абсолютної похибки відновлення сигналів у діапазоні 15,2–20,6 %, а також підвищує точність відновлення спектральної структури в умовах змішаних завад та нелінійних спотворень.

5. Удосконалено метод багатокритеріальної оптимізації параметрів реконструкції ансамблів складних сигналів у часово-частотній області з використанням множників Лагранжа для одночасного забезпечення мінімізації похибки відновлення, заводостійкості та ортогональності параметрів моделі. Обґрунтовано, що запропонований метод дозволяє формалізувати обмеження на взаємну кореляцію параметрів та стабілізувати процес оптимізації в умовах складного заводового середовища. За результатами експериментів для стандартів 4G LTE та 5G NR встановлено, що використання оптимізації з множниками Лагранжа забезпечує додаткове зменшення середньоквадратичної помилки (MSE) на 10–15 % при помірних рівнях завад і до 40–50 % при інтенсивних завадах порівняно з методами без урахування структурних обмежень, що підтверджує ефективність запропонованого підходу для телекомунікаційних застосувань.

6. Розроблено та реалізовано механізм керованої регуляризації параметрів реконструкції сигналів на основі функції Джемана–Маклюра (Geman–McClure Function), який забезпечує вибіркоче пригнічення несуттєвих компонент спектра та підвищення стійкості відновлення сигналів у заводовому середовищі. За результатами експериментальних досліджень встановлено, що збільшення параметра регуляризації до значень $\beta = 50$ забезпечує зменшення середньоквадратичної похибки відновлення на 80–83 % порівняно з малими значеннями β , а подальше збільшення до $\beta = 100$ дозволяє досягти зниження похибки до 90–91 % залежно від рівня завод. Експериментальне моделювання дозволило обґрунтувати, що надмірне посилення регуляризації може призводити до втрати слабких, але інформативних компонент сигналів, що доводить необхідність керованого вибору параметрів регуляризації.

7. Розроблено алгоритм та програмну реалізацію узгодженої локальної часової та глобальної частотної реконструкції сигналів, а також механізм керування режимами реконструкції на основі індикатора локальної нестабільності. Запропонований метод забезпечує вибіркоче залучення локальної часової реконструкції лише в зонах деградації сигналу з керуванням її внеском у межах 70–85 %, що дозволяє зменшити локальну середньоквадратичну похибку (MSE) на 19,8–29,3 % та підвищити коефіцієнт локальної відповідності на 10,4–14,5 % без порушення узгодженості з глобальними спектральними характеристиками ансамблю сигналів.

Перспективи подальших досліджень полягають у розширенні запропонованих методів реконструкції ансамблів складних сигналів на багатоканальні та багатосмугові сценарії, а також у врахуванні просторово-частотних взаємодій між сигналами. Окремим напрямом є дослідження впливу змінних характеристик завод і нелінійних спотворень на узгодженість часово-спектральної реконструкції, а також удосконалення критеріїв вибору параметрів регуляризації та оптимізації з метою підвищення стійкості відновлення сигналів у складному радіосередовищі.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Альошин Г.В., Панченко С.В., Приходько С.І. Проблеми теорії телекомунікаційних систем та мереж. Харків: УкрДАЗТ, 2018. 260 с.
2. Бойко Ю. М. Теоретичні аспекти підвищення завадостійкості й ефективності обробки сигналів в радіотехнічних пристроях та засобах телекомунікаційних систем за наявності завад : монографія / Ю. М. Бойко, В. А. Дружинінін, С. В. Толюпа. – Київ : Логос, 2018. – 227 с.
3. Бойко, Ю., Пятін, І., Єрмоменко, О., Шаюк, Д. (2022). Оцінювання впливу зміщення несучих частот на завадостійкість телекомунікацій з OFDM. Measuring and computing devices in technological processes, (3), 19–26 DOI: <https://doi.org/10.31891/2219-9365-2022-71-3-3>.
4. Верлань А. Ф. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы / А. Ф. Верлань, В. С. Сизиков. — К. : Наук. думка, 1986. — 542 с.
5. Во, Зуй Фук. Зинченко М. В. Исследование нелинейного преобразования полигармонического сигнала рядами Вольтерра // Міжнародна науково-технічна конференція «Радіотехнічні поля, сигнали, апарати та системи» : матеріали конференції 16–22 березня 2015 р., м. Київ, Україна / КПІ ім. Ігоря Сікорського, РТФ. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2015. – С. 277–279 <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/40136>.
6. Дон Т. Застосування та програмна реалізація методу множників Лагранжа для розв'язування задач нелінійного програмування. Наукові записки молодих вчених №3 (2019) ISSN 2617-2666. Режим доступу: <https://phm.cuspu.edu.ua/ojs/index.php/SNYS/article/view/1614>
7. Дюков, І. Алгоритм адаптивного енергетично-циклостаціонарного виявлення шумоподібних сигналів. Міжнародний науковий журнал «Military Science», 2(2), (2024) С. 83-92. <https://doi.org/10.62524/msj.2024.2.2.07>
8. Заболотній С. В. Цифрове оброблення сигналів: Посібник для студентів напряму підготовки 6.050901 «Радіотехніка» усіх форм навчання [Електронний ресурс] / Авт.-укл. С. В.Заболотній; За ред. проф. Ю. Г. Леги ; М-

во освіти і науки України, Черкас. держ. технол. ун-т. – Черкаси: ЧДТУ, 2010. – 119 с., ISBN 978-966-402-093-7.

9. Зиньковский Ю.Ф. Моделирование рассеивателей в нелинейной радиолокации рядами Вольтерра / Ю.Ф. Зиньковский, М.В. Зинченко // Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника. НТУУ «КПИ». – 2010. – Т. 53, № 11. – С. 54-64.

10. Зінченко М. В. Моделювання впливу нелінійностей на формування сигналу в нелінійній радіолокації / М. В. Зінченко, Ю. Ф. Зіньковський, М. І. Прокоф'єв //Правове, нормативне та метрологічне забезпечення системи захисту інформації в Україні. Науково-технічний збірник. НТУУ «КПИ». – 2010. – Вип. 2 (21). – С. 90–99.

11. Костира О. О. , Гризо А. А., Федоров А. В., Лісогорський Б. А., Ушаков С. І. (2025) Метод обчислення і компенсації частотно-фазових спотворень на стику та у фрагментах сигналів з нелінійною частотною модуляцією, Вісник НТУУ "КПИ". Серія Радіотехніка, Радіоапаратобудування, (100), pp. 51–58, <https://doi.org/10.20535/RADAP.2025.100.%25p>.

12. Марченко А., Войтко В., Кузьменко В. Рекомендації щодо розвитку антенних систем засобів радіорелейного зв'язку. Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони, 2023. С. 12-19. <https://doi.org/10.48272/sit.2023.03>.

13. Мезенцев, О. В., Миронюк, С. В., Осіновий, Г. Г., & Козіс, К. В. (2024). Структури адаптивних систем обробки сигналів для радіолокаційних датчиків зовнішньої інформації кореляційно-екстремальних систем навігації літальних апаратів. Космічна наука і технологія, 29(6), 102–106. <https://doi.org/10.15407/knit2023.06.102>.

14. Моделі та методи обробки сигналів на фоні корельованих ексцесних процесів (2025) Вісник НТУУ «КПИ». Серія Радіотехніка, Радіоапаратобудування, (101), С. 6–17. <https://doi.org/10.64915/RADAP.2025.101.6-17>.

15. Павленко В.Д., Сперанський В.А. Построение модели канала связи на основе рядов Вольтерра в частотной области. Праці Одеського політехнічного університету. 2011. Вип. 2(36) С. 204-210. ISSN 2076-2429 (print) ISSN 2223-3814 (on line).

16. Сокурєнко В. М., Сокурєнко О. М. (2024). Автоматизований синтез світлосильних об'єктивів для сучасних приладів нічного бачення. Вісник КП. Серія Приладобудування, 67(1), С.18-25. DOI: 10.20535/1970.67(1).2024.306721

17. Сперанский, В. А. Инструментальные средства построения моделей нелинейных систем в виде рядов Вольтерра в частотной области // Вестник Нац. техн. ун-та «ХПИ»: Сб. науч. тем. Вып.: Новые решения в современных технологиях. – Харьков : НТУ «ХПИ». – 2012. – № 68 (974). – С. 110-115.

18. Трубочанінова К.А., Крощенко Д.О. Метод попереднього планування безпроводової локальної мережі стандарту IEEE 802.11. Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті – Харків: УкрДУЗТ, 2020. – № 2(25). – С. 27–31 DOI: <https://doi.org/10.18664/iksz.v25i2.206838>.

19. Харченко П.П., Гончаренко І.В. Розробка методів обробки сигналів у телекомунікаційних системах. Вісник Харківського національного університету радіоелектроніки. 2022. Т. 15. С. 83-90.

20. Штомпель М.А., Комар О. М., Дробик В.О., Лисечко В.П. Розробка програмного засобу для еволюційного декодування блокових кодів. Телекомунікаційні та інформаційні технології, 2023, № 1 (78), С. 74-81. DOI: 10.31673/2412-4338.2023.017481.

21. Ahmed M. U. and Mandic D. P. (2011) Multivariate multiscale entropy: A tool for complexity analysis of multichannel data, Physical Review E, vol. 84, no. 6, pp. 061918, 2011. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.84.061918>.

22. Akaike H. A New Look at the Statistical Model Identification. IEEE Transactions on Automatic Control, 1974, 19(6), 716–723.

23. Araujo-Simon, Jake. Compositional Nonlinear Audio Signal Processing with Volterra Series. arXiv preprint, 2023. <https://arxiv.org/abs/2308.07229>

24. Arena, A., Lacarbonara, W., Marzocca, P.: Post-critical behavior of suspension bridges under nonlinear aerodynamic loading. *J. Comput. Nonlinear Dyn.* (2016). <https://doi.org/10.1115/1.403004>.
25. Bachir Mohammed, Blot Joël Lagrange Multipliers in Locally Convex Spaces. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 2024, том 201, стор. 1275–1300. DOI: 10.1007/s10957-024-02428-z.
26. Barron, J. T. (2019). A General and Adaptive Robust Loss Function. *Computer Vision and Pattern Recognition*. DOI: 10.48550/arXiv.1701.03077.
27. Basnet, Niraj, Abbas, Houssam. Logical Signal Processing: a Fourier Analysis of Temporal Logic. arXiv preprint, 2020. <https://arxiv.org/abs/2009.08090>
28. Bershov, V., Yakymchuk N. The method of forming ensembles of complex signals based on multi-scale decomposition of time intervals at different levels of detail. *Науковий журнал «Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво»*. Телекомунікації та радіотехніка, Луцьк, № 56, 2024. С. 325-334. DOI: <https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2024-56-39>.
29. Bertero M. Linear Inverse and III-Posed Problems//*Advances in Electronics and Electron Physics/Volume 75*, 1989, Pages 1-120, [https://doi.org/10.1016/S0065-2539\(08\)60946-4](https://doi.org/10.1016/S0065-2539(08)60946-4)
30. Birpoutsoukis, G., Csursia, P. Zoltán, S., Johan. Efficient Multidimensional Regularization for Volterra Series Estimation. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 68, no. 10, 2019, PP. 3770-3782. DOI: 10.1109/TIM.2019.2907240.
31. Birpoutsoukis, G., Marconato, A., Lataire, J., & Schoukens, J. Regularized nonparametric Volterra kernel estimation. *Automatica*, 82, P. 324-327 <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2017.04.014>
32. Bociolone, M., Cheli, F., Curami, A., Zasso, A.: Wind measurements on the humber bridge and numerical simulations. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* 42, 1393–1404 (1992). [https://doi.org/10.1016/0167-6105\(92\)90147-3](https://doi.org/10.1016/0167-6105(92)90147-3).
33. Boiko J., Pyatin I., Eromenko O., Barabash O. Methodology for Assessing Synchronization Conditions in Telecommunication Devices. *Advances in Science*,

Technology and Engineering Systems. – 2020. Volume 5, Issue 2, P. 320-327
DOI:10.25046/aj050242.

34. Boiko, J., Druzhynin, V., Buchyk, S., Pyatin, I., Kulko, A. Methodology of FPGA Implementation and Performance Evaluation of Polar Coding for 5G Communications// CEUR Workshop Proceedings, 2024, 3654, P.P. 15–24 (Scopus)
<https://doi.org/10.2478/tj-2024-0022>.

35. Borwein Jonathan M. A Variational Approach to Lagrange Multipliers. Journal of Optimization Theory and Applications, 2015, volume 166, issue 1, p. 1–18.
DOI: 10.1007/s10957-015-0756-2.

36. Boyd S., Chua L. O., Desoer C. A. Analytical Foundations of Volterra Series//IMA Journal of Mathematical Control and Information, Oxford University Press, 1(3):243-282, (1984). [analytical_volterra.pdf](#).

37. Boyko J., Babiy J., Karpova L. Conceptual Features of Application of Facilities of Adaptive Filtration are in the Tasks of Authentication of Noise of Communication Channels / J. Boyko, J. Babiy, L. Karpova // Proceeding of the Xth International Conference TCSET 2010. – Lviv – 23.02.2010. P. 299.

38. Campello R.J. et al. Optimal expansions of discrete-time Volterra models using Laguerre functions// IFAC Proceedings? Volume 36, Issue 16, September 2003, Pages 1807-1812, [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)35022-X](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)35022-X).

39. Candes, E., Romberg, J. and Tao, T. (2006) Robust Uncertainty Principles: Exact Signal Reconstruction from Highly Incomplete Frequency Information. IEEE Trans. Inform. Theory, 52, 489-509. <http://dx.doi.org/10.1109/TIT.2005.862083>.

40. Carassale, L., Wu, T., Kareem, A.: Nonlinear aerodynamic and aeroelastic analysis of bridges: frequency domain approach. J. Eng. Mech. 140, 1–14 (2014). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)EM.1943-7889.0000737](https://doi.org/10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0000737).

41. Casenave C. (2011) Time-local formulation and identification of implicit Volterra models by use of diffusive representation. Automatica, Volume 47, Issue 10, October 2011, PP. 2273-2278, <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2011.08.007>.

42. Cheng C., Peng Z., Zhang W., Meng G.(2017) Volterra-series-based nonlinear system modeling and its engineering applications: A state-of-the-art review,

Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 87, pp. 340–364, 2017
<https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2016.10.029>

43. Cheng Q., Shen J. A new Lagrange multiplier approach for constructing structure preserving schemes, I. Positivity preserving, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 391 (2022), 114585. <https://doi.org/10.1137/21M144877X>.

44. Cohen L. (1989) Time-frequency distributions-a review, in *Proceedings of the IEEE*, vol. 77, no. 7, pp. 941-981, July 1989, doi: 10.1109/5.30749.

45. Cordeiro C., Challapali K. , Birru D. and Shankar Sai (2005) IEEE 802.22: the first worldwide wireless standard based on cognitive radios, *First IEEE International Symposium on New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks*, 2005. DySPAN 2005., Baltimore, MD, USA, 2005, pp. 328-337, <https://doi.org/10.1109/DYSPAN.2005.1542649>.

46. Dai Y., et al. Sparse Volterra series model-based nonlinear post-equalizer with greedy algorithms for OFDM signals (UWOC). *Optics Express*, 2021, 29(20), <https://doi.org/10.1364/OE.440220>.

47. Daubechies I., Defrise M., De Mol C. An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 2004, 57(11), 1413–1457. DOI: 10.1002/cpa.20042.

48. Dinuzzo F. (2015) Kernels for linear time invariant system identification, *SIAM J. Control Optim.*, vol. 53, no. 5, pp. 3299–3317, 2015, <https://doi.org/10.1137/13092031>

49. Doyle F. J. *Identification and Control Using Volterra Models* / F. J. Doyle, R. K. Pearson, B. A. Ogunnaike. – Published Springer Technology & Industrial Arts, 2001. – 314 p.

50. Fernando P. Guiomar, Jacklyn D. Reis, Andrea Carena, Gabriella Bosco, António L. Teixeira, and Armando N. Pinto (2013) Experimental demonstration of a frequency-domain Volterra series nonlinear equalizer in polarization-multiplexed transmission, *Optics Express*, Vol. 21, Issue 1, pp. 276-288 (2013), <https://doi.org/10.1364/OE.21.000276>

51. Forouzan Amir R., Moonen Marc Lagrange Multiplier Optimization for Optimal Spectrum Balancing of DSL with Logarithmic Complexity. (2011) IEEE International Conference on Communications (ICC). P. 277-292. DOI: 10.1109/icc.2011.5963037.

52. Franz, M. O., Schölkopf, B. A Unifying View of Wiener and Volterra Theory and Polynomial Kernel Regression. (2007) Neural Computation 18(12): P.3097-118, DOI:10.1162/neco.2006.18.12.3097.

53. Geete P., Motta M. Analysis of Different Spectrum Sensing Techniques in Cognitive Radio Network. 2015. International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET). Vol. 2. P. 573-577 <https://www.irjet.net/archives/V2/i5/IRJET-V2I598.pdf>.

54. Geman, D., & McClure, D. E. (1987). Statistical Methods for Tomographic Image Reconstruction. Bulletin of the International Statistical Institute, 52(4), 5-21.

55. Giacchi G., Milani B., Franchieschiello B. On the determination of Lagrange Multipliers for a weighted LASSO problem using geometric and convex analysis techniques <https://arxiv.org/abs/2301.09083>

56. Gutleb, T. S. A Fast Sparse Spectral Method for Nonlinear Integro-Differential Volterra Equations with General Kernels. (2020) <https://arxiv.org/abs/2005.06081>

57. Hall J., Rasmussen C., Maciejowski J. Modelling and control of nonlinear systems using Gaussian processes with partial model information //2012 IEEE 51st IEEE conference on decision and control (CDC). – IEEE, 2012. – C. 5266-5271.

58. Han, Y., Liu, S., Hu, J.X., Cai, C.S., Zhang, J., Chen, Z.: Experimental study on aerodynamic derivatives of a bridge cross-section under different traffic flows. J. Wind Eng. Ind. Aerodyn. 133, 250–262 (2014). <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2014.08.003>.

59. Hansen P.C. Discrete Inverse Problems: Insight and Algorithms. Philadelphia: SIAM, 2010. DOI: 10.1137/1.9780898718836.

60. Hansen, P.C. Regularization tools: A Matlab package for analysis and solution of discrete ill-posed problems. *Numer Algor* 6, 1–35 (1994). <https://doi.org/10.1007/BF02149761>.

61. Haykin S. (2005) Cognitive radio: brain-empowered wireless communications, in *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 23, no. 2, pp. 201-220, doi: 10.1109/JSAC.2004.839380.

62. Hotz, Matthias, Vogel, Christian. Linearization of Time-Varying Nonlinear Systems Using A Modified Linear Iterative Method. arXiv preprint, 2014, <https://arxiv.org/abs/1404.5901>.

63. Ho-Van K. K. Influence of channel information imperfection on outage probability of cooperative cognitive networks with partial relay selection. 2017. *Wireless Personal Communications*. Vol. 94(4). P.89–91. <https://doi.org/10.1007/s11277-016-3777-8>.

64. Huber P. J., Ronchetti E. M. *Robust Statistics*. 2nd ed. Wiley, 2009.

65. Indyk S. V., Lysechko V. P., Zhuchenko O. S., Kitov V. S. The formation method of complex signals ensembles by frequency filtration of pseudorandom sequences with low interaction in the time domain. //Radio Electronics, Computer Science, Control. 2020. Issue 4 (55). P. 7-15. DOI: <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2020-4-1>.

66. Indyk S., Lysechko V. The formation method of complex signals ensembles by frequency filtration of pseudo-random sequences with low interaction in the time domain. *Radio Electronics, Computer Science, Control*. 2020. Issue 4 (55). PP. 7-15. DOI 10.15588/1607-3274-2020-4-1.

67. Indyk S., Lysechko V. The study of ensemble properties of complex signals obtained by time interval permutation. *Advanced Information Systems*. 2020. Vol. 4, № 3. PP. 85-88. DOI: 10.20998/2522-9052.2020.3.11.

68. Issa H. Al-Aidi and Ahmed Sh. Al-Atabi The Analytical Methods Of Volterra Integral Equations of The Second Kind. - *WJCMS*, Vol. 2, no. 3, PP. 39–45, (2023), DOI:10.31185/wjcm.119.

69. Jajodia B., Mahanta A., Ahamed S.R. (2020) IEEE 802.15.6 WBAN Standard Compliant IR-UWB Time-Hopping PPM Transmitter using SRRC signaling pulse, AEU - International Journal of Electronics and Communications, Volume 117, April 2020, P.153119, <https://doi.org/10.1016/j.aeue.2020.153119>.

70. Jun, K. Przystupa, M. Beshley, O. Kochan, H. Beshley, M. Klymash, J. Wang, D. Pieniak. A Cost-Efficient Software Based Router and Traffic Generator for Simulation and Testing of IP Network, Electronics, Vol. 9, №1, Jan. 2020, P. 40-1–40-24. <https://doi.org/10.3390/electronics9010040>.

71. Gruber T. ,Cammerer S. , J. Hoydis, and S. ten Brink, (2017) On deep learning-based channel decoding, 2017 51st Annual Conference on Information Sciences and Systems (CISS), Baltimore, MD, USA, 2017, pp. 1-6, doi: 10.1109/CISS.2017.7926071.

72. Kapgate, Sachin N., Gupta, Saurav, Sahoo, Ajit Kumar. Adaptive Volterra Modeling for Nonlinear Systems Based on LMS Variants. 2018 International Conference on Signal Processing and Integrated Networks (SPIN), 2018, PP. 414-419. DOI: 10.1109/SPIN.2018.8474036.

73. Karpova R., Volkov M. Time-Frequency Analysis in Signal Processing. Journal of Advanced Signal Research, Vol. 11, No. 2, 2021, pp. 65-78. DOI: 10.1615/journal.2021.65-78.

74. Kay S. M. Fundamentals of Statistical Signal Processing, Vol. 2: Detection Theory. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1998.

75. Komar O., Lysechko V., Veklych O., Bershov V., Soproniuk I. Methods for evaluating the impact of energy and correlation properties of signals on the resilience to inter-channel interference in intelligent radio systems. Mechanics Transport Communications. Journal article № 2599 Vol. 22, 3/3. 2024. P. IV-6-IV-19, https://mtc-aj.com/library/2599_EN.pdf.

76. Kozlovskiy, V., Kozlovskiy, V., Boiko, J., Balanyuk, Y., Yakymchuk, N. Synthesis of Bandpass Filter as a Four-Pole Based on a Non-Homogeneous Line//Indonesian Journal of Electrical Engineering and Informatics, 2024, 12(3), P.P. 465–476 (Scopus) DOI:10.52549/ijeei.v12i3.5537.

77. Kravchuk O., Kriukova G. Regularization by denoising for inverse problems in imaging. HaYKMA, 2022, DOI: 10.18523/2617-70805202257-61.

78. Le F, Markovsky I, Freeman CT, Rogers E (2012) Recursive identification of Hammerstein systems with application to electrically stimulated muscle. Control Engineering Practice, Volume 20, Issue 4, April 2012, P.P. 386-396, <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2011.08.001>.

79. Li, Q., Lin, N., Xi, R.: Bayesian regularized quantile regression. Bayesian Anal. (2010). <https://doi.org/10.1214/10-BA521>.

80. Libera A., Carli R., Pillonetto G. (2020) A novel Multiplicative Polynomial Kernel for Volterra series identification IFAC-PapersOnLine, Volume 53, Issue 2, 2020, Pages 316-321, <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2020.12.179>.

81. Lopes M. C. Pinto J. T. Lagrange multiplier and variational equations in mechanics Journal of Engineering Mathematics, 2023, Vol.142, Article 10299. DOI: 10.1007/s10665-023-10299-y

82. Lu, L., Zhang, J., & Wang, X. (2018). Recursive Geman-McClure Method for Implementing Second-Order Volterra Filter. Systems and Control. DOI: 10.48550/arXiv.1808.00613.

83. Lysechko V. P., Komar O. M., Bershov V. S., Veklych O. K. Optimization of the parameters of synthesized signals using linear approximations by the Nelder-Mead method. Radio Electronics, Computer Science, Control, (3), 35, 2024. P. 35-43. DOI: <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2024-3-4>.

84. Lysechko V., Bershov V. Justification of Filter Selection Methods for Enhancing the Efficiency of Multilevel Recurrent Time-Frequency Segmentation. SISIOT (Security of Infocommunication Systems and Internet of Things), vol. 2, no.1, p. 01006, 2024. P. 1-7. DOI: <https://doi.org/10.31861/sisiot2024.1.01006>.

85. Lysechko V., Soproniuk I. Spectrum Sensing Using Wavelet Transforms and Filtering Under Signal Frequency Distortion and Fading Conditions. SISIOT (Security of Infocommunication Systems and Internet of Things), Vol.2, No.1 (Aug.2024), P.01011 (7) //Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича DOI: <https://doi.org/10.31861/sisiot2024.1.01011>.

86. Lysechko V.P., Kulagin D.O., Indyk S.V., Zhuchenko O.S., Kovtun I.V. (2022). The Study Of The Cross-Correlation Properties Of Complex Signals Ensembles Obtained By Filtered Frequency Elements Permutations. Radio Electronics, Computer Science, Control, (2), 15. <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2022-2-2>.

87. Maachou A. et al. (2014) Nonlinear thermal system identification using fractional Volterra series, Control Eng. Pract. Volume 29, August 2014, Pages 50-60 <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2014.02.023>.

88. Maksymyuk T., Klymash M., et al. «Blockchain-Empowered Framework for Decentralized Network Management in 6G», in IEEE Communications Magazine, vol. 58, no. 9, September 2020. – P. 86-92. DOI:10.1109/MCOM.001.2000175.

89. Mallat S. A Wavelet Tour of Signal Processing: The Sparse Way. 3rd ed. Academic Press, 2008.

90. Marmin A., et al. Sparse signal reconstruction for nonlinear models via global optimization (nonconvex reconstruction). Signal Processing, 2021. Volume 179, February 2021, 107835, <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2020.107835>.

91. Medvetskyi M., Beshley M., Klymash M. A quality of experience management method for intent-based software-defined networks// 2021 IEEE 16th international conference on the experience of designing and application of CAD systems (CADSM), P. 59-62.

92. Meyirbekov M. N., Ismailov M. B., Manko T. A., Kozis K. V. (2022). Study of the influence of rubbers on the strength properties of carbon fiber. Space Science and Technology, 28, № 5 (138), 67-74. <https://doi.org/10.15407/knit2022.05.067>.

93. Mitola J. et al., Cognitive Radios: Making Software Radios more Personal, IEEE Personal Communications, vol. 6, no. 4, August 1999. DOI: [10.1109/98.788210](https://doi.org/10.1109/98.788210).

94. Mohammed T. S. , Rasheed M., Al-Ani M., Al-Shayea Q., Alnaimi F., Fault diagnosis of rotating machine based on audio signal recognition system: an efficient approach, Int. J. Simul. Syst. Sci. Technol., vol. 21, no. 1, pp. 8.1-8.8, 2020, <https://doi.org/10.5013/IJSSST.a.21.01.08>.

95. Nmah, Benedict. Solving a Relaxed Min-Cost Redundancy Allocation Model Using Lagrange Multiplier and Newton's Method. *Journal of Advances in Mathematics and Computer Science*. –2024. №39 (11):152-59. <https://doi.org/10.9734/jamcs/2024/v39i111945>.

96. Oppenheim A. V., Schafer R. W. *Discrete-Time Signal Processing*. 3rd ed. Pearson, 2010.

97. Optimization Methods Comparison and Their Efficiency Evaluation / [Khimynets T.D., Khmelivskyi Y.S.] // *Donetsk National University «Vasyl Stus» Applied Information Technologies*. – 2023. 1(75), P. 206-211.

98. Pavlenko V. Computing of the Volterra Kernels of a Nonlinear System Using Impulse Response Data / V. Pavlenko, M. Massri, V. Ilyin // *Proceedings of 9th International Middle Eastern Simulation Multiconference MESM'2008*, August 26-28, 2008. – Philadelphia University, Amman, Jordan. – P. 131–138.

99. Perets K., Komar O., (2025) Optimization method using Lagrange multipliers to ensure conditions of orthogonality and stability of signal reconstruction. – *Національний авіаційний університет. Наукоємні технології, «Електроніка, телекомунікації та радіотехніка»*, Київ, 2025. Том. 65, № 1, С. 69-76, <https://doi.org/10.18372/2310-5461.65.19927>.

100. Perets K., Komar, O. (2025) Assessment of the impact of sparsity and Geman-Mcclure regularization on signal reconstruction accuracy// *National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic». Control, Navigation and Communication Systems*, Vol. 2, № 80 (2025), P.P. 239-243, <https://doi.org/10.26906/SUNZ.2025.2.239>.

101. Perets K., Lysechko V., Komar O. (2024) Modeling Nonlinear Signal Components Based on Volterra Series in the Frequency Domain during Spectral Reconstruction. *Computer-integrated technologies: education, science, production. Telecommunications and radio engineering/ Lutsk National Technical University*. – Lutsk. – 2024. № 57, С.192-201. DOI: <https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2024-57-23>.

102. Perets, K., & Zhuchenko O. (2025). Method of localized signal reconstruction in dynamic environments based on modified Volterra series// Computer-integrated technologies: education, science, production/ Lutsk National Technical University. – Lutsk. – 2025. (№59), P.P. 313-321. <https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2025-59-39>.

103. Pirogova, N.D., Neches, I.O. (2018). Compensation of Nonlinear Distortions in Telecommunication Systems with the Use of Functional Series of Volterra// Proceedings of the Second International Scientific Conference «Intelligent Information Technologies for Industry». Advances in Intelligent Systems and Computing, Vol 680, pp 449–458 https://doi.org/10.1007/978-3-319-68324-9_49.

104. Pohasii S., Milevskyi S., Zhuchenko O., Tomashevsky B., Rahimova I., Serhiiev S. Development Of Niederriter Crypto Code Design Models On Ldpc-Codes. Information Processing Systems, 2021, Issue 4 (167). P. 58-68. DOI:10.30748/soi.2021.167.05.

105. Pohasii S., Yevseiev S., Zhuchenko O., Milov O., Lysechko V., Kovalenko O., Kostiak M., Volkov A., Lezik A., Susukailo V. Development of cryptocode Constructs based on LDPC Codes. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2/9 (116) 2022. – P. 44 – 59., DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2022.254545>.

106. Proakis J. G., Salehi M. Digital Communications. 5th ed. New York: McGraw-Hill, 2007.

107. Przystupa K., Pyrih J., Beshley M., Klymash M., Branytskyy A., Beshley H., Pieniak D. and Gauda K. «Improving the Efficiency of Information Flow Routing in Wireless Self-Organizing Networks Based on Natural Computing», Energies, vol. 14, no. 8, Apr. 2021. – P. 2255-1 – 2255-24. <https://doi.org/10.3390/en14082255>.

108. Rasmussen C. E., Williams C. K. I. Gaussian Processes for Machine Learning. MIT Press, 2006.

109. Särkkä S., Svensson L. Levenberg–Marquardt and line-search extended Kalman smoothers. Aalto University Publications, 2020. URL: <https://users.aalto.fi/~ssarkka/pub/lm-eks-camera.pdf>.

110. Shtompel M., Prykhodko S. Iterative decoding of short low-density parity-check codes based on differential evolution. *Informatyka, Automatyka, Pomiar w Gospodarce i Ochronie Środowiska*, 2024, 14(2), P. 62–65. DOI: 10.35784/iapgos.5762.

111. Skyvulstad, H., Petersen, Ø.W., Argentini, T. et al. Regularised Volterra series models for modelling of nonlinear self-excited forces on bridge decks. *Nonlinear Dyn* 111, 12699–12731 (2023). <https://doi.org/10.1007/s11071-023-08527-2>.

112. Smirnov D., Palahina E., Palahin V., Mathematical modeling of signal detection in non-Gaussian correlated noise, in *Smart Technologies in Urban Engineering. STUE 2022. Lecture Notes in Networks and Systems*, 2023, pp. 65–74, https://doi.org/10.1007/978-3-031-20141-7_7.

113. Soproniuk I., Komar O. Adaptive approach to spectrum monitoring in cognitive radio networks through signal detection optimization. *Науковий журнал «Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво».* Телекомунікації та радіотехніка, Луцьк, 2024. № 56, 2024. С. 392-400. DOI: <https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2024-56-47>.

114. Soproniuk I., Komar O. Evaluating the characteristics of the VTSM spectrum sensing method in cognitive radio networks. *Наукоємні технології, «Електроніка, телекомунікації та радіотехніка»*, Київ, № 3 (63), 2024. С. 265-273. DOI: <https://doi.org/10.18372/2310-5461.63.18949>.

115. Stoddard, J.G., Welsh, J.S., Hjalmarsson, H.: EM-based hyperparameter optimization for regularized volterra kernel estimation. *IEEE Control Syst. Lett.* 1, 388–393 (2017). <https://doi.org/10.1109/LCSYS.2017.2719766>.

116. Stoica P., Moses R. L. *Spectral Analysis of Signals*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2005.

117. Tibshirani R. Regression Shrinkage and Selection via the Lasso. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B*, 1996, 58(1), 267–288.

118. Qin Z., Ye H., Li G. Y. , and Juang B.-H.-F. , Deep learning in physical layer communications, *IEEE Wireless Commun.*, vol. 26, no. 2, pp. 93–99, Apr. 2019.

119. Veklych O. Drobyk O. Justification of the Efficiency of Time Segment Permutation in a Multilevel Optimization Method for Signal Ensembles// Computer-integrated technologies: education, science, production/ Lutsk National Technical University. – Lutsk. – 2025. (№59), P.P. 303-312. <https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-202>.

120. Wilfred A., Okonkwo O. R. A review of cyclostationary feature detection-based spectrum sensing technique in cognitive radio networks. E3 Journal of Scientific Research. EJSR (4)3_16-01. P. 041–047, 2016. DOI: <http://dx.doi.org/10.18685/0>

121. Wu, T., Kareem, A.: A low-dimensional model for nonlinear bluff-body aerodynamics: a peeling-an-onion analogy. J. Wind Eng. Ind. Aerodyn. 146, 128–138 (2015). <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2015.08.009>.

122. Xiao Y., Song J., Liu T. Interference Exploitation Beamforming for Cognitive Radio Network with Energy Transfer. Communications, Signal Processing, and Systems. SpringerLink, 2020.

123. Xu Y., et al. On Kernel Design for Regularized Volterra Series Identification. Automatica, 2025. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2025.112457>.

124. Yang D.P., Song D.F., Zeng X.H., Wang X.L., Zhang X.M. (2022) Adaptive nonlinear ANC system based on time-domain signal reconstruction technology, Mechanical Systems and Signal Processing, Volume 162, 1 January 2022, 108056, <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2021.108056>.

125. Yang D.P., Wang R.C., Zhang X.M., Yang H.B. (2024) Auxiliary active noise control system based on signal reconstruction, Mechanical Systems and Signal Processing, Volume 212, 15 April 2024, 111287, <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2024.111287>.

126. Yang Q., Huang Y.F., Yen Y.C., Chen L.Y., Chen H.H., Hong X.M., Shi J.H., Wang L. Location based joint spectrum sensing and radio resource allocation in cognitive radio enabled LTE-U systems. IEEE Trans. Veh. Technol. 2020, 69, 2967–2979.

127. Yazdanpanah H., Carini A., Lima M. V. S. L_0 -Norm Adaptive Volterra Filters 2019 27th European Signal Processing Conference (EUSIPCO) P.1-5, DOI: 10.23919/EUSIPCO.2019.8903013

128. Ye, H.; Liang, L.; Li, G.Y.; Juang, B.H. Deep learning-based end-to-end wireless communication systems with conditional gans as unknown channels. *IEEE Trans. Wirel. Commun.* 2020, 19, 3133–3143. DOI: [10.1109/TWC.2020.2970707](https://doi.org/10.1109/TWC.2020.2970707)

129. Yepes, J. D., & Raviv, D. (2024, June), On Teaching and Learning the Fundamentals of L'Hopital's Rule in Visual and Intuitive Ways Paper presented at 2024 ASEE Annual Conference & Exposition, Portland, Oregon. DOI: 10.18260/1-2--47809.

130. Yilmaz Y., Guo Z., and Wang X. Sequential joint spectrum sensing and channel estimation for dynamic spectrum access. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol. 32(11), 2014. P. 2000–2012.

131. Zaitseva L., Kuznetsov P. Signal Processing for Cognitive Radio Systems. *Journal of Ukrainian Telecommunication Studies*, Vol. 12, No. 4, 2020, pp. 113-125. DOI: 10.23939/juts.2020.113-125.

132. Zeng Y., Liang Y.C. Eigenvalue-Based Spectrum Sensing Algorithms for Cognitive Radio. *IEEE Trans. Commun.* 2009, 57, 1784–1793.

133. Zhang W., Wang C.X., Ge X., Chen Y. Enhanced 5G cognitive radio networks based on spectrum sharing and spectrum aggregation. *IEEE Trans. Commun.* 2018, 66, 6304–6316.

134. Zhou W., Feng Z (2022) Empirical Fourier decomposition: An accurate signal decomposition method for nonlinear and non-stationary time series analysis, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Volume 163, 15 January 2022, P. 108155, <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2021.108155>.

135. Zhuchenko O., Bershov V., Adaptive method of forming complex signals ensembles based on multi-level recurrent time-frequency segment modeling. 2024 – Національний авіаційний університет. Наукоємні технології, «Електроніка, телекомунікації та радіотехніка» № 3 (63), P. 257-264, 2024 DOI: <https://doi.org/10.18372/2310-5461.63.18953>.

136. Zhurakovskiy B., Juliy Boiko J., Druzhynin V., Zeniv I., Eromenko O. Increasing the efficiency of information transmission in communication channels //Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science Vol. 19, No. 3, 2020, pp. 1306-1315 ISSN: 2502-4752, DOI:10.11591/ijeecs.v19.i3.pp1306-1315.

137. Zorzi M. (2020) Autoregressive identification of Kronecker graphical models, Automatica, vol. 119, 2020, Art. no. 109053? <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2020.109053>.

138. Zorzi M. (2024) A Second-Order Generalization of TC and DC Kernels, IEEE Transactions on Automatic Control, vol.69, no.6, pp.3835-3848, doi: 10.1109/TAC.2023.3337056.

139. Zorzi M. and Chiuso A. (2017) Sparse plus low rank network identification: A nonparametric approach, Automatica, vol. 76, pp. 355–366, 2017.

140. IEEE Std 1900.6-2011. IEEE Standard for Spectrum Sensing Interfaces and Data Structures for Dynamic Spectrum Access and Other Advanced Radio Communication Systems. IEEE, 2011, <https://standards.ieee.org/ieee/1900.6/4480>.

ДОДАТОК А**СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ**

Наукові праці, в яких опубліковано основні наукові результати

1. Perets K., Lysechko V., Komar O. (2024) Modeling Nonlinear Signal Components Based on Volterra Series in the Frequency Domain during Spectral Reconstruction. Computer-integrated technologies: education, science, production. Telecommunications and radio engineering/ Lutsk National Technical University. – Lutsk. – 2024. № 57, С.192-201. DOI: <https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2024-57-23>.

2. Perets K., Komar O., (2025) Optimization method using Lagrange multipliers to ensure conditions of orthogonality and stability of signal reconstruction. – Національний авіаційний університет. Наукоємні технології, «Електроніка, телекомунікації та радіотехніка», Київ, 2025. Том. 65, № 1, С. 69-76, <https://doi.org/10.18372/2310-5461.65.19927>.

3. Perets K., Komar, O. (2025) Assessment of the impact of sparsity and Geman-Mcclure regularization on signal reconstruction accuracy// *National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic». Control, Navigation and Communication Systems*, Vol. 2, № 80 (2025), P.P. 239-243, <https://doi.org/10.26906/SUNZ.2025.2.239>.

4. Perets, K., & Zhuchenko O. (2025). Method of localized signal reconstruction in dynamic environments based on modified Volterra series// Computer-integrated technologies: education, science, production/ Lutsk National Technical University. – Lutsk. – 2025. (№59), P.P. 313-321. <https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2025-59-39>.

Опубліковані праці, апробаційного характеру

5. Perets K.G., Zhuchenko O.S. The method of stepwise hybrid time segmentation based on bandpass filtering with time-frequency adaptation// *Тези доповіді за матеріалами 37 міжнародної науково-практичної конференції*

«Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті». – Харків: УкрДУЗТ, 10-11 жовтня 2024. – С. 54-55.

6. Перець К.Г., Жученко О.С. Розробка методу поетапної спектральної реконструкції сигналів// Тези доповіді XII міжнародної науково-практичної конференції «Людина, суспільство, комунікативні технології» – Харків: УкрДУЗТ, 25 жовтня 2024. – С.198-200.

7. Lysechko V.P., Perets K.H. Spectral reconstruction method with adaptive filtering //Тези доповіді за матеріалами I міжвузівською наукової конференції «Стан та перспективи розвитку інфокомунікацій в сучасних умовах». – Харківський національний університет повітряних сил ім. І. Кожедуба. – Харків: 22 листопада 2024. – С. 88-89.

8. Perets K., Sadovnykov B., Zhuchenko O., Overview of state-of-the-art image object detection and classification approaches// Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті: тези доповідей та виступів учасників 36-ї Міжнародної науково-практичної конференції «Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті». – 2023. – № 3 (додаток). – С. 9-10.

9. Perets K.H., Lysechko V.P. Modeling nonlinear signal components based on volterra series in the frequency domain during spectral reconstruction// XXI Міжнародна наукова конференція «Новітні технології для захисту повітряного простору». Харківський національний університет повітряних сил ім. І. Кожедуба. Харків: 9 – 10 квітня 2025 року. С. 333.

10. Shevchenko O., Perets K., Lysechko V. Expanding approaches to the evaluation of signal correlation properties in cognitive networks// Збірник тез доповідей Міжнародної науково-практичної конференції «Застосування інформаційних технологій у підготовці та діяльності сил охорони правопорядку» (27 березня 2025 р.). Національна академія Національної гвардії України, м. Харків, Р.Р. 11-12.

11. Перець К.Г., Жученко О.С., Комар О.М. Адаптивна реконструкція сигналів у динамічних середовищах на основі локалізованих рядів Вольєрра // Перспективи розвитку озброєння та військової техніки сухопутних військ.

Збірник тез доповідей Міжнародної науково-технічної конференції (Львів 14-15 травня 2025). Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного. – Львів: НАСВ, 2025, С. 82.

12. Lysechko V.P., Peretc K.H., Komar O., Veklych O. Comparative analysis of optimization methods for complex signal ensembles: approximation, differential evolution, and linear and nonlinear optimization // X International Scientific and Practical Conference Physical and Technological Problems of Transmission, Processing, and Storage of Information in Infocommunication Systems (May 15-17). *Chernivtsi National University named after Yuriy Fedkovych*, Issue P.105-106.

13. Перець К.Г., Жученко О.С. Метод моделювання ансамблів складних сигналів на основі рядів Вольтерра для когнітивних телекомунікаційних систем//Тези доповіді за матеріалами 38 Міжнародної науково-практичної конференції «Інформаційно- керуючі системи на залізничному транспорті». 9-10 жовтня 2025 року. – С.82-83.

ДОДАТОК Б
АКТ ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ
ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ

«ЗАТВЕРДЖУЮ»:

Проректор з наукової роботи
 Українського державного університету
 залізничного транспорту
 кандидат технічних наук, доцент



Артур КАГРАМАНЯН

_____ 2026 року

АКТ

впровадження у навчальний процес
 Українського державного університету залізничного транспорту
 результатів дисертаційного дослідження **Перця Костянтина Геннадійовича**

Комісія у складі:

- голова – в.о. завідувача кафедри транспортного зв'язку, к.т.н., доц. Індик С.В.
- члени – професор кафедри транспортного зв'язку, д.т.н., проф. Штомпель М.А.
- доцент кафедри транспортного зв'язку, к.т.н., доц. Жученко О.С.
- доцент кафедри транспортного зв'язку, к.т.н., доц. Єлізаренко А.О.

склала цей акт про те, що у навчальному процесі Українського державного університету залізничного транспорту при викладанні навчальних дисциплін за освітніми програмами першого (бакалаврського) та другого (магістерського) рівнів вищої освіти «Телекомунікації та радіотехніка» спеціальності 172 Електронні комунікації та радіотехніка: «Телекомунікаційні системи передачі», «Методи оптимізації в телекомунікаціях та радіотехніці», а також при виконанні бакалаврських кваліфікаційних робіт було використано наступні результати дисертаційної роботи Перця К.Г:

- метод керованої регуляризації спектра за функцією Джемана–Маклюра в межах реконструкції сигналів у частотній області на основі рядів Вольєрра, що дозволяє оцінювати та визначати вплив на пригнічення малозначущих і збереження інформативних спектральних компонент;
- алгоритм та програмну реалізацію поетапної спектральної реконструкції сигналів у завадовому середовищі з урахуванням нелінійних взаємодій на основі рядів Вольєрра та результати експериментальної оцінки точності відновлення, представлені в дисертаційному дослідженні;

– метод багатокритеріальної оптимізації параметрів реконструкції ансамблів складних сигналів у частотно-часовій області з використанням множників Лагранжа для одночасного забезпечення мінімізації похибки відновлення, підвищення завадостійкості та дотримання ортогональності параметрів моделі;

– механізм керованого узгодження регуляризації та оптимізації параметрів реконструкції на основі функції Джемана–Маклюра та множників Лагранжа.

Впровадження результатів дисертаційної роботи Перця К.Г. дозволило збільшити науковий та методичний рівень вказаних навчальних дисциплін та сприяло удосконаленню навчального процесу.

Голова комісії:

в.о. завідувача кафедри
транспортного зв'язку
к.т.н., доцент



Сергій ІНДИК

Члени комісії:

д.т.н., професор, професор кафедри
транспортного зв'язку
к.т.н., доцент, доцент кафедри
транспортного зв'язку
к.т.н., доцент, доцент кафедри
транспортного зв'язку



Микола ШТОМПЕЛЬ



Олександр ЖУЧЕНКО



Андрій ЄЛІЗАРЕНКО

ДОДАТОК В

ФРАГМЕНТ ПРОГРАМНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ ДЛЯ МЕТОДУ
РЕКОНСТРУКЦІЇ СИГНАЛУ ЗА ДОПОМОГОЮ РЯДІВ ВОЛЬТЕРРА

```

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Параметри
np.random.seed(42) # Для відтворюваності
N = 1000 # Кількість точок у сигналі

# Генерація ансамблю сигналів
t = np.linspace(0, 1, N) # Масив часу з N точками
signal1 = np.sin(2 * np.pi * 10 * t) # Синусоїда 10 Гц
signal2 = np.sin(2 * np.pi * 20 * t) # Синусоїда 20 Гц
signal3 = np.sin(2 * np.pi * 30 * t) # Синусоїда 30 Гц
ensemble_signal = signal1 + 0.5 * signal2 + 0.3 * signal3 # Ансамбль

# Додавання нелінійних спотворень
nonlinear_harmonics = 0.2 * (ensemble_signal ** 2) # Квадратична нелінійність
nonlinear_cross = 0.1 * (signal1 * signal2) # Міжгармонійна взаємодія
nonlinear_distortion = nonlinear_harmonics + nonlinear_cross # Нелінійні
спотворення

# Остаточний зашумлений сигнал
noise = np.random.normal(0, 0.05, N) # Білий гаусівський шум
noisy_signal = ensemble_signal + nonlinear_distortion + noise

# Модель Вольтерра: реконструкція сигналу
# Параметри ядра Вольтерра
h1 = [1.5, -0.8, 0.3] # Ядро 1-го порядку
h2 = [0.5, -0.2, 0.1, 0.05, -0.03, 0.01] # Ядро 2-го порядку

# Розрахунок вихідного сигналу за рядами Вольтерра
volterra_output = np.zeros(N)
for i in range(2, N):
    # Лінійний термін (1-й порядок)
    linear_term = h1[0] * noisy_signal[i] + h1[1] * noisy_signal[i-1] + h1[2] *
noisy_signal[i-2]
    # Нелінійний термін (2-й порядок)
    nonlinear_term = (
        h2[0] * noisy_signal[i]**2 +
        h2[1] * noisy_signal[i-1]**2 +
        h2[2] * noisy_signal[i-2]**2 +
        h2[3] * noisy_signal[i] * noisy_signal[i-1] +
        h2[4] * noisy_signal[i-1] * noisy_signal[i-2] +
        h2[5] * noisy_signal[i] * noisy_signal[i-2]

```

```

    )
    volterra_output[i] = linear_term + nonlinear_term

# Оцінка MSD та MSE
MSD = np.zeros(N) # Mean-Square Deviation
MSE = np.zeros(N) # Mean-Square Error

for i in range(2, N):
    # MSD між зашумленим і відновленим сигналами
    MSD[i] = np.mean((noisy_signal[:i] - volterra_output[:i])**2)
    # MSE між оригінальним ансамблем і відновленим сигналами
    MSE[i] = np.mean((ensemble_signal[:i] - volterra_output[:i])**2)

# Побудова графіків
plt.figure(figsize=(12, 8))

# Графік ансамблю сигналів
plt.subplot(2, 1, 1)
plt.plot(t, ensemble_signal, label="Original Ensemble Signal")
plt.plot(t, noisy_signal, label="Noisy Signal", alpha=0.7)
plt.plot(t, volterra_output, label="Volterra Reconstruction",
linestyle="dashed")
plt.title("Signal Reconstruction Using Volterra Series")
plt.xlabel("Time")
plt.ylabel("Amplitude")
plt.legend()

# Загальний графік для MSD і MSE
plt.subplot(2, 1, 2)
plt.plot(t, MSD, label="MSD", color="purple", linestyle="-")
plt.plot(t, MSE, label="MSE", color="orange", linestyle="--")
plt.title("Mean-Square Deviation (MSD) and Mean-Square Error (MSE)")
plt.xlabel("Time")
plt.ylabel("Error")
plt.legend()

plt.tight_layout()
plt.show()

```

ДОДАТОК Г

ФРАГМЕНТ ПРОГРАМНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ ІНТЕГРОВАНОГО
МЕТОДУ СПЕКТРАЛЬНОЇ РЕКОНСТРУКЦІЇ НА ОСНОВІ РЯДІВ
ВОЛЬТЕРРА ТА РЕГУЛЯРИЗОВАНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

```

import numpy as np

# --- GMF (Geman-McClure) weights for sparsity control ( $\beta$ ,  $\gamma$ ) ---
def gmf_weights(H, beta=50.0, gamma=1.0, eps=1e-12):
    #  $w_i = 1 / (1 + \beta * |H_i|^{(2*\gamma)})$  (compact robust shrinkage)
    return 1.0 / (1.0 + beta * (np.abs(H) ** (2.0 * gamma)) + eps)

# --- Simple Volterra-like 2nd-order spectral interaction term (toy but
consistent) ---
def volterra2_spectral(X, H1, H2):
    """
    X : spectrum of input (complex)
    H1 : 1st-order kernel (complex)
    H2 : 2nd-order kernel (complex, square matrix) -> intermodulation proxy
    """
    y1 = H1 * X
    # quadratic interaction:  $\sum_k H2[m,k] * X[m] * X[k]$ 
    y2 = (H2 @ X) * X
    return y1 + y2

# --- Integrated reconstruction: DFT -> constrained regularized optimization ->
IDFT ---
def integrated_recon(x, y_ref,
                    iters=200, lr=5e-2,
                    beta=50.0, gamma=1.0,          # GMF sparsity controls
                    lam_gmf=1e-2,                 # GMF regularization weight
                    mu_norm=1e-1,                 #  $\|H\|^2 = 1$  constraint weight
                    nu_ortho=1e-1,                 # orthogonality-ish constraint
                    weight
                    seed=0):
    """
    x      : noisy observed signal (time domain)
    y_ref  : reference (clean) signal for MSE evaluation (time domain)
    """
    rng = np.random.default_rng(seed)
    N = len(x)

    # Frequency-domain analysis (DFT)
    X = np.fft.fft(x)
    Y = np.fft.fft(y_ref)

    # Init kernels ( $H_0$ ,  $\lambda_0$  analogue through penalty weights)
    H1 = (rng.normal(size=N) + 1j*rng.normal(size=N)) * 1e-2

```

```

H2 = (rng.normal(size=(N, N)) + 1j*rng.normal(size=(N, N))) * 1e-4

# A fixed "orthogonality" proxy matrix Q (e.g., diagonal or banded selector)
Q = np.eye(N)

def loss_and_grads(H1, H2):
    # Forward model (Volterra in спектральній області)
    Yhat = volterra2_spectral(X, H1, H2)

    # MSE in frequency domain (can also compute in time domain)
    e = (Yhat - Y)
    mse = (np.vdot(e, e).real) / N

    # GMF-based sparsity on kernels (weights depend on H)
    w1 = gmf_weights(H1, beta=beta, gamma=gamma)
    w2 = gmf_weights(H2, beta=beta, gamma=gamma)
    reg_gmf = (np.sum(w1 * (np.abs(H1) ** 2)) + np.sum(w2 * (np.abs(H2) **
2)))) / N

    # Constraint proxies (Lagrange idea via penalties):
    # 1) normalization: ||H||^2 = 1 (for combined parameter vector)
    norm_val = (np.sum(np.abs(H1)**2) + np.sum(np.abs(H2)**2)).real
    c_norm = (norm_val - 1.0)

    # 2) orthogonality-ish: H1^H Q H1 ≈ 0 (toy structural constraint)
    c_ortho = np.vdot(H1, Q @ H1).real # scalar

    # Total objective (Lagrangian-like)
    J = mse + lam_gmf * reg_gmf + mu_norm * (c_norm**2) + nu_ortho *
(c_ortho**2)

    # --- Gradients (Wirtinger-style simplified) ---
    # d/dH1* of mse: (1/N) * conj(X) * e
    grad_H1 = (np.conj(X) * e) / N

    # d/dH2* of mse for y2 = (H2@X)*X -> grad: outer(e * conj(X),
conj(X))/N
    grad_H2 = np.outer(e * np.conj(X), np.conj(X)) / N

    # GMF reg gradients (simple shrinkage proxy)
    grad_H1 += lam_gmf * (w1 * H1) / N
    grad_H2 += lam_gmf * (w2 * H2) / N

    # norm constraint gradients
    grad_H1 += 2.0 * mu_norm * c_norm * H1
    grad_H2 += 2.0 * mu_norm * c_norm * H2

    # orthogonality proxy gradients
    grad_H1 += 2.0 * nu_ortho * c_ortho * (Q @ H1)

```

```

    return J, grad_H1, grad_H2

for _ in range(iters):
    J, g1, g2 = loss_and_grads(H1, H2)
    H1 = H1 - lr * g1
    H2 = H2 - lr * g2

# Reconstruction (IDFT)
Yhat = volterra2_spectral(X, H1, H2)
y_hat = np.fft.ifft(Yhat).real
return y_hat, {"H1": H1, "H2": H2, "J_final": J}

# --- Example usage (you can replace with LTE/5G-like OFDM generator from your
experiment) ---
if __name__ == "__main__":
    N = 256
    t = np.arange(N)
    y_clean = np.sin(2*np.pi*0.07*t) + 0.5*np.sin(2*np.pi*0.13*t)
    snr_db = 6
    p_sig = np.mean(y_clean**2)
    p_noise = p_sig / (10**(snr_db/10))
    x_noisy = y_clean + np.sqrt(p_noise)*np.random.randn(N)

    y_rec, info = integrated_recon(x_noisy, y_clean, iters=150, lr=0.05,
beta=50, gamma=1.0)
    mse = np.mean((y_rec - y_clean)**2)
    print("MSE:", mse, "J_final:", info["J_final"])

```

ДОДАТОК Д

ФРАГМЕНТ ПРОГРАМНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ МЕХАНІЗМУ КЕРУВАННЯ
ПЕРЕХОДОМ МІЖ ЧАСОВОЮ ТА ЧАСТОТНОЮ РЕКОНСТРУКЦІЯМИ

```

import numpy as np

def compute_instability_indicator(x: np.ndarray, delta: int = 1, eps: float =
1e-3) -> np.ndarray:
    """
    Обчислення індикатора локальної нестабільності  $K(t)$  на основі різницевих
    апроксимацій похідних.
    x      : дискретний сигнал (нормований за амплітудою)
    delta  : крок різницевої схеми (у відліках)
    eps    : малий коефіцієнт для балансування внеску першої похідної
    """
    x = np.asarray(x, dtype=float)
    n = x.size
    K = np.zeros(n, dtype=float)

    # Перша похідна: центральна різницева схема
    dx = np.zeros(n, dtype=float)
    dx[delta:n - delta] = (x[delta + delta:n] - x[:n - 2 * delta]) / (2.0 *
delta)

    # Друга похідна: центральна різницева схема
    d2x = np.zeros(n, dtype=float)
    d2x[delta:n - delta] = (x[delta + delta:n] - 2.0 * x[delta:n - delta] + x[:n
- 2 * delta]) / (delta ** 2)

    # Індикатор нестабільності (модуль)
    K = np.abs(d2x + eps * dx)
    return K

def alpha_from_K(K: np.ndarray, k_thr: float = 0.05, alpha_min: float = 0.05,
alpha_max: float = 0.85) -> np.ndarray:
    """
    Формування вагового коефіцієнта  $\alpha(t)$  як монотонної функції від  $K(t)$  з
    пороговим керуванням:
    - при  $K(t) \leq k\_thr$  :  $\alpha(t) \approx \alpha\_min$  (домінує глобальна частотна
реконструкція)
    - при  $K(t) > k\_thr$  :  $\alpha(t)$  зростає до  $\alpha\_max$  (посилюється локальна часова
реконструкція)
    """
    K = np.asarray(K, dtype=float)
    alpha = np.full_like(K, fill_value=alpha_min)

    # Нормування "надпорогової" частини для керованого зростання  $\alpha(t)$ 

```

```

idx = K > k_thr
if np.any(idx):
    K_over = K[idx] - k_thr
    K_over = K_over / (K_over.max() + 1e-12) # масштабування в [0;1]
    alpha[idx] = alpha_min + (alpha_max - alpha_min) * K_over

return np.clip(alpha, 0.0, 1.0)

def gaussian_window(n: int, t0: int, Delta: float) -> np.ndarray:
    """
    Гаусове вагове ядро  $\omega(t, t_0, \Delta)$  для м'якої локалізації часової реконструкції.
    n      : довжина сигналу
    t0     : центральний індекс
    Delta: параметр ширини (у відліках)
    """
    t = np.arange(n, dtype=float)
    return np.exp(-((t - float(t0)) ** 2) / (2.0 * (float(Delta) ** 2 + 1e-12)))

def fuse_reconstructions(x: np.ndarray,
                        d_freq: np.ndarray,
                        d_loc_base: np.ndarray,
                        K: np.ndarray,
                        k_thr: float = 0.05,
                        Delta: float = 20.0) -> tuple[np.ndarray, np.ndarray]:
    """
    Узгоджена реконструкція сигналу:
    1)  $K(t) \rightarrow \alpha(t)$ 
    2) локальна складова додатково локалізується гаусовим ядром у зонах
    деградації
    3)  $\hat{d}(t) = (1 - \alpha(t)) \cdot d_{\text{freq}}(t) + \alpha(t) \cdot d_{\text{loc}}(t)$ 

    d_loc_base – базова (попередньо отримана) локальна часова реконструкція,
    яку тут моделюємо як доступну з блоку локальної моделі.
    """
    x = np.asarray(x, dtype=float)
    d_freq = np.asarray(d_freq, dtype=float)
    d_loc_base = np.asarray(d_loc_base, dtype=float)
    K = np.asarray(K, dtype=float)

    n = x.size
    alpha = alpha_from_K(K, k_thr=k_thr)

    # Формування локалізованої локальної складової (м'яке вагове узгодження)
    d_loc = np.zeros(n, dtype=float)
    critical_points = np.where(K > k_thr)[0]

    if critical_points.size > 0:

```

```

        # Для компактності: локалізація береться як максимум гаусових вікон
        навколо критичних точок
        w = np.zeros(n, dtype=float)
        for t0 in critical_points:
            w = np.maximum(w, gaussian_window(n=n, t0=int(t0), Delta=Delta))
        d_loc = d_loc_base * w
    else:
        d_loc = d_loc_base * 0.0

    # Узгоджене об'єднання реконструкцій
    d_hat = (1.0 - alpha) * d_freq + alpha * d_loc
    return d_hat, alpha

# ==== Приклад виклику (демонстраційний, підставляєте свої d_freq та d_loc_base)
====
if __name__ == "__main__":
    # x(t): тестовий нормований сигнал (у практиці тут ваш сигнал з
    експерименту)
    n = 200
    t = np.linspace(0, 1, n)
    x = np.sin(2 * np.pi * 6 * t)
    x[95:100] += 0.9 # короткочасне збурення

    # d_freq(t): приклад глобальної реконструкції
    d_freq = x.copy()

    # d_loc_base(t): приклад локальної реконструкції
    d_loc_base = x.copy()

    K = compute_instability_indicator(x, delta=1, eps=1e-3)
    d_hat, alpha = fuse_reconstructions(x, d_freq, d_loc_base, K, k_thr=0.05,
    Delta=12.0)

    # У дисертації ці значення далі використовуються для побудови
    таблиць/графіків K(t),  $\alpha(t)$ , d_hat(t)

```