

Міністерство освіти і науки України  
Український державний університет залізничного транспорту  
Факультет Управління процесами перевезень  
Кафедра: Вищої математики та фізики

## **РОБОЧА ПРОГРАМА**

Назва освітньої компоненти: **Оптимізаційні методи і моделі**  
Код та назва спеціальності: **072 Фінанси, банківська справа, страхування та фондовий ринок**

Назва освітньої програми: **Управління фінансами, банківська справа та страхування**

Рівень освіти: бакалавр

Форма навчання: денна/ заочна

Семестр: 3

Кількість кредитів ЄКТС: 5

Форма підсумкового контролю: залік

Розробник програми: проф. Панченко Н.Г.

Місто Харків, 2025

## 2 ОПИС ОСВІТНЬОЇ КОМПОНЕНТИ

Галузь знань: 07 Управління та адміністрування

Обов'язкова : Обов'язкова

Курс: 2/ Семестр: 1

## 3 ІНФОРМАЦІЯ ПРО ВИКЛАДАЧІВ

Резуненко Марина Євгенівна (кандидат технічних наук, доцент),

Контакти: +38 (057) 730-10-38, e-mail: Rezunenko@kart.edu.ua;

місто Харків, майдан Фейєрбаха, 7, 2 корпус, 4 поверх,  
аудиторії 2. 415, 2.418, 2.419.

Консультації: згідно розкладу

ZOOM: <https://us02web.zoom.us/j/9389833449?pwd=NEIrMlVHWXlTZVBjOTdqY3VrbytuZz09> ,

ідентифікатор конференції: 938 983 3449,

код доступу: 757192

Moodle: <https://do.kart.edu.ua/>

Панченко Наталія Георгіївна (доктор економічних наук, професор)

Контакти: +38(057)730-10-38, e-mail: panchenko\_n@krt.edu.ua

місто Харків, майдан Фейєрбаха, 7, 2 корпус, 4 поверх,  
аудиторії 2.418, 2.419.

Консультації: згідно розкладу

ZOOM: <https://us04web.zoom.us/j/9623347150?pwd=TjBjRS92WThXRtFsd2VvKzcyRVk5dz09>

ідентифікатор конференції: 962 334 7150

код доступу: DCa9vg

Moodle: <https://do.kart.edu.ua/>

Лапта Станіслав Сергійович (кандидат технічних наук, доцент),

Контакти: +38 (057) 730-10-38, e-mail: lapta@kart.edu.ua

місто Харків, майдан Фейєрбаха, 7, 2 корпус, 4 поверх,  
аудиторії 2.418, 2.419.

Консультації: згідно розкладу

ZOOM:

<https://us05web.zoom.us/j/2649486461?pwd=NmU1b29Rb1hqQTVvVlJrUzMrUUwrQT09>

ідентифікатор конференції: 264 948 6461,

код доступу: 3w0HnZ

Moodle: <https://do.kart.edu.ua/>

Осмаєв Олег Аданійович (кандидат фізико-математичних наук, доцент)

Контакти:+38 (057) 730-10-38, e-mail: osmayev@kart.edu.ua

місто Харків, майдан Фейєрбаха, 7, 2 корпус, 4 поверх,

аудиторії 2.417, 2.419.

Консультації: згідно розкладу

ZOOM:

<https://zoom.us/j/96661450650?pwd=SW9Ob2FmSzJFME5vdFJsSUd0QitEUT09>

ідентифікатор: 966 6145 0650,

код доступу: 2Nzp8h

Moodle: <https://do.kart.edu.ua/>

Храбустовський Володимир Іванович (кандидат фізико-математичних наук, доцент)

Контакти: +38 (057) 730-10-38, e-mail: [khrabustovsky@kart.edu.ua](mailto:khrabustovsky@kart.edu.ua)

місто Харків, майдан Фейєрбаха, 7, 2 корпус, 4 поверх,

аудиторії 2.417, 2.419.

Консультації: згідно розкладу

ZOOM:

<https://us02web.zoom.us/j/8816225263?pwd=YkRHUWZwNINsYk9rU1RFaW52QTBudz09>

ідентифікатор: 881 622 5263,

код доступу: 480071

Moodle: <https://do.kart.edu.ua/>

Рибачук Олена Василівна (старший викладач),

Контакти: +38 (057)-730-10-38, e-mail: [rybachuk@kart.edu.ua](mailto:rybachuk@kart.edu.ua).

місто Харків, майдан Фейєрбаха, 7, 2 корпус, 4 поверх,

аудиторії 2.418, 2.419.

Консультації: згідно розкладу

ZOOM:

<https://us02web.zoom.us/j/9653364083?pwd=bGc0WGNDUmhPYkh0bStTT3h2dHJCQT09>

ідентифікатор конференції: 965 336 4083,

код доступу: VM2023

Moodle: <https://do.kart.edu.ua/>

Сінявіна Лариса Олександрівна (старший викладач)

Контакти: +38 (057) 730-10-38, e-mail: [sinyavina@kart.edu.ua](mailto:sinyavina@kart.edu.ua)

місто Харків, майдан Фейєрбаха, 7, 2 корпус, 4 поверх,

аудиторії 2.418, 2.419.

Консультації: згідно розкладу

ZOOM:

<https://us04web.zoom.us/j/2249797286?pwd=6Wm5PDHTe8UVskv6B9KzUrtkKFRoHJ.1>

ідентифікатор конференції 224 979 7286

код доступу 14021931

Moodle: <https://do.kart.edu.ua/>

## 4 МЕТА І ЗАВДАННЯ ОСВІТНЬОЇ КОМПОНЕНТИ

Мета навчальної компоненти: Формування у здобувачів вищої освіти системи знань з методології побудови математичних моделей та застосування сучасних методів оптимізації для розв'язання прикладних задач у різних сферах (економіка, логістика, ІТ, інженерія).

Завдання компоненти:

### *1). Теоретичні завдання*

- Вивчення класифікації моделей: Розуміння різниці між лінійними, нелінійними та динамічними моделями;
- Освоєння математичного апарату: Вивчення умов існування екстремуму (мінімуму чи максимуму), ознайомлення з теорією двоїстості та критеріями оптимальності;
- Розуміння алгоритмів: Вивчення алгоритму роботи основних методів (симплекс-метод, методи градієнтна, тощо).

### *2). Практичні завдання*

- Математичне моделювання: Вміння перекласти реальну економічну задачу на мову математичних рівнянь та нерівностей;
- Застосування ІТ-інструментів: Набуття навичок розв'язування задач за допомогою комп'ютерних інструментів MS Excel Solver, GeoGebra Classic тощо);
- Алгоритмічна реалізація: Застосування алгоритмів пошуку оптимальних рішень для специфічних задач.

### *3). Аналітичні завдання*

- Аналіз чутливості: Дослідження того, як зміна вхідних даних впливає на кінцевий результат;
- Інтерпретація результатів: Вміння пояснити отримані результати мовою бізнесу (що саме потрібно зробити, щоб отримати знайдений максимум або мінімум);

- Перевірка на адекватність: Оцінка того, наскільки побудована модель відповідає реальним процесам і чи можна довіряти отриманому розв'язку.

- Самостійна робота: формування навичок пошуку оптимальних методів розв'язання задач у довідковій та науковій літературі.

## **5 КОМПЕТЕНТНОСТІ І РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ**

*Інтегральна компетентність:* Здатність розв'язувати складні спеціалізовані завдання та практичні проблеми в ході професійної діяльності у галузі фінансів, банківської справи, страхування та фондового ринку або у процесі навчання, що передбачає застосування окремих методів і положень фінансової науки та характеризується невизначеністю умов і необхідністю врахування комплексу вимог здійснення професійної та навчальної діяльності.

Загальні компетентності:

ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК05. Навички використання інформаційних та комунікаційних технологій.

ЗК06. Здатність проведення досліджень на відповідному рівні.

ЗК07. Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.

ЗК08. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.

ЗК12 Здатність працювати автономно.

ЗК15. Здатність ухвалювати рішення та діяти, дотримуючись принципу неприпустимості корупції та будь-яких інших проявів недоброчесності.

Фахові компетентності:

СК01. Здатність досліджувати тенденції розвитку економіки за допомогою інструментарію макро та мікроекономічного аналізу, оцінювати сучасні економічні явища.

СК04. Здатність застосовувати економіко-математичні методи та моделі для вирішення фінансових задач.

СК06. Здатність застосовувати сучасне інформаційне та програмне забезпечення для отримання та обробки даних у сфері фінансів, банківської справи, страхування та фондового ринку.

СК07. Здатність складати та аналізувати фінансову звітність.

СК10. Здатність визначати, обґрунтовувати та брати відповідальність за професійні рішення.

Програмні результати навчання (ПРН):

ПР06. Застосовувати відповідні економіко-математичні методи та моделі для вирішення фінансових задач.

ПР08. Застосовувати спеціалізовані інформаційні системи, сучасні фінансові технології та програмні продукти.

ПР13. Володіти загальнонауковими та спеціальними методами дослідження фінансових процесів.

## **6 ПЕРЕДУМОВИ (ПРЕРЕКВІЗИТИ)**

### *1. Вища та прикладна математика ( 1 курс)*

Лінійна алгебра:

- Вміння працювати з матрицями та векторами (множення, знаходження оберненої матриці);

- Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь;

- Дії над векторами;

Математичний аналіз:

- Диференціальне числення: знаходження похідних та частинних похідних;

- Дослідження функцій однієї та кількох змінних на екстремум;

- Градієнт функції;

Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики:

- Розуміння випадкових величин та розподілів;

- Основи кореляційного та регресійного аналізу.

Інформаційні технології:

- Навички роботи з табличними процесорами ( MS Excel та його надбудовою «Пошук рішення» / Solver, GeoGebra Classic тощо).

2. *Базові знання з економіки та моделювання:* Необхідно розуміти принципи функціонування економічних систем для формування навичок формалізації моделей реальних процесів.

## **7 ПІСЛЯУМОВИ (ПОСТРЕКВІЗИТИ)**

Компоненти, що використовують методи оптимізації як основний інструмент для розрахунків:

- *Економетрика:* Використовує метод найменших квадратів (варіант оптимізації) для побудови моделей залежності між економічними показниками.

- *Статистика:* Застосування методів групування та оптимізації вибірок для економічного аналізу.

- *Дослідження операцій в економіці:* Поглиблене вивчення мережевого планування, теорії ігор та систем масового обслуговування.

- *Обґрунтування господарських рішень і оцінювання ризиків:* Використання критеріїв оптимізації для вибору стратегії в умовах невизначеності.

- *Економіка підприємства:* Оптимізація виробничої програми, розрахунок точки беззбитковості та мінімізація витрат.

- *Планування і контроль на підприємстві:* Складання оптимальних планів закупівель, виробництва та збуту.

- *Організація виробництва:* Розрахунок оптимального завантаження обладнання.

- *Стратегія підприємства:* Моделювання конкурентної поведінки на ринку.

*Фінансовий менеджмент:* Оптимізація структури капіталу та інвестиційного портфеля.

- *Інвестиційний аналіз:* Вибір найбільш вигідних стратегій при обмеженому бюджеті.

- *Управлінський облік:* Прийняття рішень щодо ціноутворення та асортименту продукції на основі маржинального аналізу.

## **8 ВІДПОВІДНІСТЬ ОСВІТНЬОЇ КОМПОНЕНТИ ГЛОБАЛЬНИМ ЦІЛЯМ СТАЛОГО РОЗВИТКУ ДО 2030 РОКУ**

Відповідно до резолюції ООН №70/1 та Указу Президента України №722/2019, освітня компонента сприяє досягненню таких Цілей сталого розвитку:

***ЦСР 4: Забезпечення всеохоплюючої і справедливої якісної освіти та заохочення можливості навчання впродовж усього життя для всіх***

ЦРС 4 реалізується через такі ключові аспекти:

- Формує цілісний інтелектуальний фундамент, спрямований на розвиток логічного та алгоритмічного мислення та підвищення загальної математичної культури;

- Стимулює самоосвіту та безперервне навчання, напрацює вміння самостійно розширювати знання та проводити аналіз прикладних задач;

- Залучає студентів до наукового пошуку, зокрема через участь в олімпіадах, доповідях на конференціях та написанні наукових статей

***Зміст, методи навчання, завдання та результати підтримують ЦРС 4:***

*1. Зміст* охоплює сучасний математичний апарат, необхідний для прийняття обґрунтованих рішень, що є фундаментом якісної професійної підготовки:

- Лінійне програмування та симплекс-метод: Формування бази для розуміння оптимального розподілу обмежених ресурсів;

- Транспортна задача: Моделювання та оптимізація логістичних процесів;

- Нелінійне та динамічне програмування: Вивчення поетапної оптимізації та принципу оптимальності Беллмана для управління складними системами;
- Теорія ігор: Моделювання прийняття рішень в умовах конфлікту, ризику та невизначеності;
- Методи сіткового планування: Алгоритми пошуку найкоротших шляхів та максимальних потоків на графах.

2. *Методи* навчання спрямовані на забезпечення всеохоплюючої та справедливої освіти через розвиток різних типів когнітивної діяльності:

- Практична спрямованість: Використання MS Excel (надбудов «Пошук розв'язку») для вирішення прикладних задач, що поєднує теоретичну підготовку з сучасними цифровими навичками;
- Дослідницький метод: Залучення студентів до наукового пошуку через участь в олімпіадах, доповіді на наукових конференціях (СНТК) та написання статей, що заохочує до глибшого вивчення;
- Поєднання аудиторної та самостійної роботи: Надання студентам можливості самостійного опрацювання тем, що розвиває автономність

### 3. *Завдання*

- Побудова математичних моделей: Завдання на формалізацію реальних економічних процесів;
- Індивідуальні завдання (ІДЗ): Виконання комплексних робіт, що забезпечує індивідуальну траєкторію навчання.
- Задачі на прийняття рішень: Вирішення питань мінімізації витрат та оптимізації багатоступеневих процесів.

4. *Результати* навчання безпосередньо корелюють із завданнями ЦСР 4 щодо заохочення навчання впродовж усього життя:

- Розвиток мислення: Сформованість логічного, алгоритмічного та логістичного мислення;

- Навички самоосвіти: Вміння самостійно розширювати математичні знання та проводити аналіз прикладних задач, що є критичним для професійної адаптації в майбутньому;

- Дослідницька робота: Напрацювання навичок системного аналізу явищ при пошуку оптимальних розв'язків та вибору найкращого способу їх реалізації

***ЦСР 8: Сприяння поступальному, всеохоплюючому та сталому економічному зростанню, повній і продуктивній зайнятості та гідній праці для всіх***

ЦРС 8 реалізується через такі ключові аспекти:

- Підвищення економічної ефективності та продуктивності: Основною метою освітньої компоненти є формування навичок пошуку оптимальних розв'язків для аналізу систем, процесів та явищ;

- Оптимізація ресурсів та управління капіталовкладеннями: Компонента охоплює методи динамічного програмування, які застосовуються для оптимального розподілу капіталовкладень. Це дозволяє підприємствам (зокрема залізничного транспорту) ефективно використовувати ресурси, що є фундаментом для сталого економічного зростання;

- Підготовка висококваліфікованих кадрів для ринку праці: Компонента формує у студентів навички прийняття рішень в умовах ризику та невизначеності, а також логістичне та алгоритмічне мислення. Підготовка фахівців, здатних формалізувати реальні економічні процеси та обирати найкращі стратегії розвитку, забезпечує їхню конкурентоспроможність на ринку праці та сприяє продуктивній зайнятості;

- Застосування сучасних технологій для аналізу: Використання інструментів MS Excel (надбудов «Пошук розв'язку») для вирішення прикладних економічних задач сприяє технологічній модернізації управлінської діяльності. Це відповідає

завданням ЦСР 8 щодо підвищення ефективності через впровадження інновацій та цифрових методів аналізу.

- Моделювання сталого розвитку в транспортній галузі: Матеріал компоненти тісно пов'язаний із завданнями експлуатації транспорту, де математичні методи використовуються для мінімізації транспортних витрат та оптимізації логістичних ланцюгів. Ефективна транспортна система є критично важливою для загального економічного зростання країни.

***Зміст, методи навчання, завдання та результати підтримують ЦРС 8:***

1. *Зміст* спрямований на інструментарій економічного зростання та підвищення продуктивності:

- Оптимальний розподіл ресурсів (Задача лінійного програмування): Навчає методів найефективнішого використання обмежених сировинних, людських та фінансових ресурсів підприємства;

- Транспортна задача: Фокусується на мінімізації витрат при перевезеннях, що є критичним для рентабельності транспортної галузі;

- Динамічне програмування: Охоплює моделі оптимального розподілу капіталовкладень, керування запасами, що сприяє технологічній модернізації виробництва;

- Теорія ігор та стохастичне програмування: Надають методи прийняття рішень в умовах ризику та невизначеності, що дозволяє бізнесу залишатися стійким у мінливому економічному середовищі.

2. *Методи навчання* орієнтовані на формування професійних навичок, необхідних для гідної та високопродуктивної праці:

- Використання сучасного програмного забезпечення: Практичне застосування MS Excel (надбудова «Пошук розв'язку») для аналізу економічних задач готує студентів до роботи в умовах цифрової економіки;

- Практична спрямованість: Викладання базується на розв'язанні конкретних завдань експлуатації залізничного транспорту та організації виробництва, що забезпечує готовність до реальних професійних викликів;

- Науково-дослідна робота: Залучення студентів до написання статей та участі в конференціях (СНТК) стимулює інноваційне мислення, яке є драйвером економічного прогресу.

*3. Навчальні завдання* формують здатність трансформувати теоретичні моделі у практичні важелі економічного зростання:

- Формалізація реальних процесів: Студенти розв'язують задачі на побудову математичних моделей виробничих планів, що максимізують прибуток;

- Аналіз стійкості (двоїсті оцінки): Завдання на аналіз того, як зміна ресурсів впливає на цільову функцію (прибуток або витрати), розвиває навички стратегічного управління;

- Задачі про заміну обладнання та розподіл інвестицій: Студенти розробляють стратегії оновлення технічної бази підприємств для підвищення їхньої продуктивності.

*4. Результати навчання* забезпечують підготовку кваліфікованих кадрів, здатних керувати економічним розвитком:

- Компетентність в управлінні системами: Знання методів оптимізації дозволяє вибирати найкращі варіанти при плануванні, організації виробництва та оцінюванні якості продукції;

- Навички прийняття рішень: Вміння обґрунтовувати управлінські рішення на науковій основі безпосередньо впливає на сталість та успішність економічної діяльності.

- Логістичне та алгоритмічне мислення: Сформованість цих типів мислення дозволяє фахівцю ефективно структурувати робочі процеси, підвищуючи рівень продуктивної зайнятості.

## **9 ПРОГРАМА ОСВІТНЬОЇ КОМПОНЕНТИ**

# МОДУЛЬ 1

## Змістовий модуль 1. Лінійне програмування

### **Тема 1. Математична постановка задачі лінійного програмування**

#### **(ЗЛП)**

Формулювання та постановка типових класів задач. Загальний вид ЗЛП. Приклади економічних задач, моделлю яких є ЗЛП. Симетрична і канонічна форми ЗЛП. Геометрична інтерпретація множини допустимих розв'язків ЗЛП. Оптимальний план задачі лінійного програмування.

**Підтема:** Гармонізація економіко-математичних моделей планування ресурсів відповідно до стандартів ЄС.

### **Тема 2. Графічний метод розв'язання ЗЛП. Симплекс метод**

Графічний метод розв'язання ЗЛП. Дослідження властивостей та економічний аналіз розв'язків ЗЛП.

Отримання допустимого базисного розв'язку. Метод перебору вершин як сутність симплекс-методу розв'язання задач лінійного програмування. Поняття про алгоритм симплекс-методу та алгоритм однократного заміщення Жордана-Гаусса.

Застосування вбудованих функцій і надбудов MS Excel для розв'язання задач про оптимальний розподіл ресурсів.

### **Тема 3. Пряма та двоїста задачі лінійного програмування**

Двоїста задача лінійного програмування та аналіз чутливості оптимального розв'язку. Економічне тлумачення взаємодвоїстої задачі.

**Підтема:** Оптимальний перерозподіл дефіцитних ресурсів та аналіз стійкості планів в умовах критичних інфраструктурних втрат (специфіка воєнного стану).

### **Тема 4. Задача цілочисельного програмування**

Задача цілочисельного програмування. Алгоритм методу Гоморі.

## **Змістовий модуль 2. Транспортна задача**

### **Тема 5. Транспортна задача**

Формулювання змісту транспортної задачі та її математичної моделі як задачі лінійного програмування. Метод потенціалів розв'язання транспортної задачі як метод перетворення транспортної таблиці. Методи побудування початкового плану перевезень.

**Підтема:** Оптимізація логістичних маршрутів для доставки будівельних матеріалів та гуманітарних вантажів у деокуповані регіони з врахуванням ризиків пошкодження інфраструктури.

**Підтема:** Моделювання транспортних потоків з урахуванням забезпечення безперешкодного доступу маломобільних груп населення до транспортних вузлів та терміналів.

### **Тема 6. Транспортна задача відкритого типу**

Відкрита і закрита форми транспортної задачі. Випадки виродженого плану перевезень.

### **Тема 7. Особливі види транспортних задач**

Двоетапні транспортні задачі. Задача з заборною на перевезення. Задача з фіксованими обсягами перевезень за окремими маршрутами. Задача з обмеженнями на пропускну спроможність. Комбіновані задачі.

**Підтема:** Моделювання перевезень в умовах незбалансованості попиту та пропозиції, спричинених міграційними процесами або раптовою зміною дислокації складських потужностей

## **МОДУЛЬ 2**

## **Змістовий модуль 3. Нелінійне та динамічне програмування**

## **Тема 8. Нелінійне програмування**

Постановка та графічний метод розв'язання задачі квадратичного програмування. Метод множників Лагранжа розв'язання задач опуклого програмування. Сідлова точка. Метод Куна-Таккера як узагальнений метод множників Лагранжа.

**Підтема:** Оптимізація нелінійних моделей економічної взаємодії з країнами ЄС.

## **Тема 9. Динамічне програмування**

Задачі поетапної оптимізації. Особливості метода динамічного програмування для розв'язання  $n$ -вимірної задачі лінійного програмування, що декомпозується на  $n$  одновимірних задач. Рекурентна природа обчислень у динамічних задачах та співвідношення Беллмана. Принципи побудовання цільової функції, вектор управління та обмеження задачі динамічного програмування. Алгоритми прямої та зворотної прогонки.

**Підтема:** Динамічне програмування у задачах поетапного відновлення критичної інфраструктури та стратегічного управління запасами в умовах високої невизначеності та ризику

## **Змістовий модуль 4. Елементи теорії ігор**

### **Тема 10. Предмет теорії ігор. Класифікація ігор. Приклади ігор.**

Основні поняття теорії ігор. Матричні ігри двох осіб. Приклади матричних ігор.

### **Тема 11. Домінуючі та недоміновані стратегії. Рівновага за Нешем.**

Поняття домінуючі та недоміновані стратегій. Рівновага за Нешем. Теорема Неша про існування рівноваг. Гра у хованки. Мішана рівновага. Спрощення платіжної матриці.

### **Тема 12. Матричні ігри двох осіб з нульовою сумою**

Оптимальний розв'язок гри двох осіб з нульовою сумою. Платіжна матриця. Гра в чистих стратегіях. Оптимальний розв'язок чистої гри. Сідлова точка. Спрощення платіжної матриці.

Нижня та верхня ціни гри. Матрична гра в мішаних стратегіях як двоїста задача лінійного програмування. Розв'язання матричної гри в мішаних стратегіях методами лінійної алгебри. Оптимальна ціна гри та оптимальні вектори мішаних стратегій. Зведення задачі гри двох осіб до задачі лінійного програмування.

Матрична гра з постійною сумою.

**Підтема:** Використання теорії ігор для оптимального розподілу ресурсів при відбудові міст.

## **Змістовий модуль 5. Методи сіткового планування**

### **Тема 13. Планування на сітках**

Деякі відомості про графи. Алгоритм побудови мінімального остівного дерева. Сіткові моделі в управлінні економічними процесами. Сітка. Пропускна спроможність сітки. Потік по ребру. Відшукування найкоротшого шляху у сітці.

**Підтема:** Моделювання найкоротших безбар'єрних маршрутів у межах транспортних вузлів для осіб з інвалідністю та інших маломобільних груп населення.

### **Тема 14. Оптимізаційні задачі сітках**

Формалізація та розв'язання задачі пошуку максимального потоку на сітці. Розріз на сітці. Пропускна спроможність розрізу. Мінімальний розріз. Теорема Форда-Фалкерсона. Алгоритм відшукування максимального потоку (або мінімального розрізу)

## **10 ТЕМАТИКА СЕМІНАРСЬКИХ/ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ**

1. Приклади економіко-математичних моделей, які приводять до ЗЛП. Стандартна і канонічна форма ЗЛП.
2. Геометрична інтерпретація множини допустимих розв'язків ЗЛП. Оптимальний план ЗЛП. Графічний метод розв'язання ЗЛП.
3. Поняття про симплекс метод розв'язання ЗЛП. Застосування вбудованих функцій і надбудов MS Excel для розв'язання задач про оптимальний розподіл ресурсів.
4. Побудова двоїстої ЗЛП. Аналіз стійкості оптимального плану за його двоїстими оцінками
5. Застосування надбудов MS Excel до розв'язання задач оптимізації з додатковою умовою цілочисельності
6. Транспортна задача, побудова опорного плану. Визначення оптимального плану перевезень. Застосування потенціалів до аналізу стійкості оптимального плану щодо зміни запасів, потреб і тарифів.
7. Відкрита транспортна задача
8. Нелінійне програмування
9. Розв'язання задачі управління запасами як задачі динамічного програмування
10. Побудова математичної моделі парної гри. Знаходження рівноваги за Нешем.
11. Оптимальний розв'язок чистої гри. Сідлова точка. Спрощення платіжної матриці.
12. Розв'язання матричної гри в мішаних стратегіях методами лінійної алгебри. Зведення задачі гри двох осіб до задачі лінійного програмування.
13. Матрична гра з постійною сумою
14. Задачі сіткового планування. Алгоритм відшукування максимального потоку (або мінімального розрізу)

## 11 ТЕМАТИКА ЛАБОРАТОРНИХ ЗАНЯТЬ

Не передбачено навчальним планом.

## 12 САМОСТІЙНА РОБОТА

Самостійна робота студентів є ключовим етапом підготовки фахівців, що сприяє розвитку логічного, алгоритмічного мислення та підвищенню загальної математичної культури. Цей вид роботи передбачає здатність студента самостійно розширювати математичні знання та проводити глибокий аналіз прикладних задач для прийняття обґрунтованих управлінських рішень:

### *1. Опрацювання теоретичного матеріалу*

Теоретична підготовка під час самостійної роботи включає вивчення наступних ключових тем та аспектів:

Математична постановка задач лінійного програмування (ЗЛП): вивчення типових класів економічних задач та принципів побудови їхніх моделей у симетричній і канонічній формах;

*Підтема:* Євроінтеграція — вивчення методів гармонізації вітчизняних моделей планування ресурсів із європейськими стандартами економічного аналізу;

Симплекс-метод та аналіз чутливості: опанування алгоритму симплекс-методу та методів дослідження властивостей розв'язків;

*Підтема:* Специфіка воєнного стану — теоретичне обґрунтування методів перерозподілу обмежених ресурсів в умовах раптової зміни зовнішніх факторів та руйнування логістичних вузлів;

Пряма та двоїста задачі: економічне тлумачення взаємодвоїстих задач та аналіз стійкості оптимального плану за двоїстими оцінками;

Транспортна задача та її модифікації: вивчення методів побудови початкових планів та знаходження оптимального розв'язку методом потенціалів.

*Підтема:* Повоєнне відновлення — моделювання транспортних потоків для ефективної доставки будівельних матеріалів та гуманітарних вантажів у деокуповані регіони;

Нелінійне та динамічне програмування: вивчення методів множників Лагранжа. Поетапна оптимізація за принципом Беллмана;

*Підтема:* Інклюзія та безбар'єрність — використання методів динамічної оптимізації для планування багатокрокових проектів із реконструкції залізничної інфраструктури з метою створення універсального дизайну;

Елементи теорії ігор: класифікація ігор, вивчення рівноваги за Нешем та методів розв'язання матричних ігор;

*Підтема:* Моделювання стратегій міжнародної співпраці та прийняття рішень в умовах високого ризику, характерного для воєнного стану;

Методи сіткового планування: вивчення алгоритмів знаходження найкоротших шляхів та максимальних потоків у мережах.

## ***2. Підготовка до практичних занять***

Підготовка до практичних занять спрямована на формування у студентів навичок формалізації моделей реальних процесів, аналізу систем та вибору найкращих способів реалізації знайдених оптимальних розв'язків. Самостійна робота включає опрацювання алгоритмів та методичних вказівок для вирішення конкретних прикладних задач.

Основні напрями підготовки до практичних занять:

Моделювання та розв'язання задач лінійного програмування (ЗЛП): Опрацювання методів побудови початкового опорного плану та алгоритму симплекс-методу з використанням жорданових виключень. Студенти готуються до аналізу властивостей розв'язків та їхньої економічної інтерпретації.

*Євроінтеграційний аспект:* Вивчення методів адаптації економіко-математичних моделей до стандартів ЄС щодо звітності та планування виробничих ресурсів.

Аналіз двоїстих задач та стійкості планів: Підготовка до побудови двоїстих ЗЛП та проведення аналізу чутливості оптимального розв'язку до змін зовнішніх умов.

*Підтема:* Формування вмінь аналізувати стійкість логістичних систем в умовах критичної нестабільності ресурсів та ризиків пошкодження залізничної інфраструктури.

Розв'язання транспортних задач: Самостійне вивчення методів північно-західного кута, мінімальної вартості та методу потенціалів для мінімізації витрат на перевезення.

*Підтема:* Моделювання транспортних потоків для оптимізації логістики відбудови територій, зокрема розрахунок найкоротших шляхів доставки вантажів у деокуповані регіони.

Цілочисельне та нелінійне програмування: Опанування алгоритмів відсікань (метод Гоморі) та методу множників Лагранжа для задач з дискретними або нелінійними характеристиками.

*Підтема:* Вивчення методів цілочисельного моделювання для оптимального розміщення пандусів, ліфтів та інших елементів доступності на залізничних вокзалах при обмеженому бюджеті реконструкції.

Теорія ігор та прийняття рішень: Підготовка до побудови моделей парних ігор, знаходження рівноваги за Нешем та використання мінімаксного критерію в умовах невизначеності.

*Підтема:* Моделювання стратегій взаємодії залізничного транспорту з різними групами пасажирів для забезпечення максимальної інклюзивності послуг.

Задачі сіткового планування: Вивчення алгоритмів пошуку максимального потоку та мінімального розрізу на сітках.

Використання комп'ютерних технологій: Студенти самостійно опановують інструментарій MS Excel (надбудова «Пошук розв'язку») для автоматизації розрахунків у транспортних та виробничих задачах.

### ***3. Виконання індивідуальних завдань***

Практичне застосування отриманих знань через розв'язання конкретних задач у межах цієї дисципліни має чітко виражену прикладну спрямованість, особливо в галузі експлуатації залізничного транспорту та управління економічними системами:

#### ***Управління ресурсами та виробництвом***

1) Розподіл обмежених ресурсів: Моделі лінійного програмування використовуються для оптимального використання сировини, робочої сили та грошових коштів між різними об'єктами або галузями;

2) Планування виробництва: Розрахунок планів випуску продукції з метою максимізації прибутку при заданих запасах матеріалів;

3) Управління запасами: Визначення оптимальних розмірів постачання ресурсів для мінімізації витрат.

#### ***Оптимізація транспортних процесів та логістики***

1) Планування перевезень: Розв'язання транспортних задач дозволяє складати найдешевші плани доставки однорідного вантажу від постачальників до споживачів;

2) Вибір маршрутів: Використання методів сіткового планування та динамічного програмування допомагає знаходити найкоротші шляхи у транспортних мережах, що мінімізує час та витрати.

#### ***Прийняття рішень в умовах ризику та конфлікту***

1) Стратегічне планування: Використання теорії ігор для вибору раціональної поведінки в конфліктних ситуаціях.

### ***4. Підготовка до підсумкового контролю***

Підготовка до підсумкового контролю (заліку) є завершальним етапом самостійної роботи, метою якого є систематизація знань з усіх змістових модулів, перевірка сформованості логічного мислення та здатності до самостійного аналізу прикладних задач.

Ключові аспекти підготовки: Повторення методів розв'язання задач оптимізації, вивчених протягом курсу, включаючи симплекс-метод, метод потенціалів для транспортних задач, рекурентні співвідношення Беллмана та методи теорії ігор. Студент повинен вільно володіти термінологією та принципами математичного моделювання.

Самоперевірка: розв'язання комплексних тестів.

### 13 ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН (ДЕННА / ЗАОЧНА ФОРМА)

#### ДЕННА ФОРМА

№	Тема	Лекції, год	Практичні, год	Самостійна робота, год	Всього, год
<b>1 МОДУЛЬ</b>					
1	<p><b><u>Математична постановка задачі лінійного програмування (ЗЛП)</u></b>                      Формулювання та постановка типових класів задач. Загальний вид ЗЛП. Приклади економічних задач, моделлю яких є ЗЛП. Симетрична і канонічна форми ЗЛП. Геометрична інтерпретація множини допустимих розв'язків ЗЛП. Оптимальний план задачі лінійного програмування.  <b>Підтема:</b> Гармонізація економіко-математичних моделей планування ресурсів відповідно до стандартів ЄС.</p>	2	2	6	10
2	<p><b><u>Графічний метод розв'язання ЗЛП. Симплекс метод</u></b>                      Графічний метод розв'язання ЗЛП. Дослідження властивостей та економічний аналіз розв'язків ЗЛП.                      Отримання допустимого базисного розв'язку. Метод перебору вершин як сутність симплекс-методу розв'язання задач лінійного програмування. Поняття про алгоритм</p>	4	4	10	18

	симплекс-методу та алгоритм однократного заміщення Жордана-Гаусса. Застосування вбудованих функцій і надбудов MS Excel для розв'язання задач про оптимальний розподіл ресурсів.				
3	<b><u>Пряма та двоїста задачі лінійного програмування</u></b> Двоїста задача лінійного програмування та аналіз чутливості оптимального розв'язку. Економічне тлумачення взаємодвоїстої задачі. <b>Підтема:</b> Оптимальний перерозподіл дефіцитних ресурсів та аналіз стійкості планів в умовах критичних інфраструктурних втрат (специфіка воєнного стану).	2	2	6	10
4	<b><u>Задача цілочисельного програмування</u></b> Задача цілочисельного програмування. Алгоритм методу Гоморі.	2	2	6	10
5	<b><u>Транспортна задача</u></b> Формулювання змісту транспортної задачі та її математичної моделі як задачі лінійного програмування. Метод потенціалів розв'язання транспортної задачі як метод перетворення транспортної таблиці. Методи побудування початкового плану перевезень. <b>Підтема:</b> Оптимізація логістичних маршрутів для доставки будівельних матеріалів та гуманітарних вантажів у деокуповані регіони з врахуванням ризиків пошкодження інфраструктури. <b>Підтема:</b> Моделювання транспортних потоків з урахуванням забезпечення безперешкодного доступу маломобільних груп населення до транспортних вузлів та терміналів.	2	2	6	10
6	<b><u>Транспортна задача відкритого типу</u></b> Відкрита і закрита форми транспортної задачі. Випадки виродженого плану перевезень.	2	2	4	8
7	<b><u>Особливі види транспортних задач</u></b> Двоетапні транспортні задачі. Задача з заборонаю на перевезення. Задача з фіксованими обсягами перевезень за окремими	2	2	6	10

	маршрутами. Задача з обмеженнями на пропускну спроможність. Комбіновані задачі. <b>Підтема:</b> Моделювання перевезень в умовах незбалансованості попиту та пропозиції, спричинених міграційними процесами або раптовою зміною дислокації складських потужностей				
<b>2 МОДУЛЬ</b>					
8	<b><u>Нелінійне програмування</u></b> Постановка та графічний метод розв'язання задачі квадратичного програмування. Метод множників Лагранжа розв'язання задач опуклого програмування. Сідлова точка. Метод Куна-Таккера як узагальнений метод множників Лагранжа. <b>Підтема:</b> Оптимізація нелінійних моделей економічної взаємодії з країнами ЄС.	2	2	6	10
9	<b><u>Динамічне програмування</u></b> Задачі поетапної оптимізації. Особливості метода динамічного програмування для розв'язання $n$ -вимірної задачі лінійного програмування, що декомпозується на $n$ одновимірних задач. Рекурентна природа обчислень у динамічних задачах та співвідношення Беллмана. Принципи побудування цільової функції, вектор управління та обмеження задачі динамічного програмування. Алгоритми прямої та зворотної прогонки. <b>Підтема:</b> Динамічне програмування у задачах поетапного відновлення критичної інфраструктури та стратегічного управління запасами в умовах високої невизначеності та ризику	2	2	10	14
10	<b><u>Предмет теорії ігор. Класифікація ігор.</u></b> <b><u>Приклади ігор.</u></b> Основні поняття теорії ігор. Матричні ігри двох осіб. Приклади матричних ігор.	2	2	4	8
11	<b><u>Домінуючі та недоміновані стратегії.</u></b> <b><u>Рівновага за Нешем.</u></b> Поняття домінуючі та недоміновані стратегій. Рівновага за Нешем. Теорема Неша про	2	2	6	10

	існування рівноваг. Гра у хованки. Мішана рівновага. Спрощення платіжної матриці.				
12	<p><b><u>Матричні ігри двох осіб з нульовою сумою</u></b>  Оптимальний розв'язок гри двох осіб з нульовою сумою. Платіжна матриця. Гра в чистих стратегіях. Оптимальний розв'язок чистої гри. Сідлова точка. Спрощення платіжної матриці.</p> <p>Нижня та верхня ціни гри. Матрична гра в мішаних стратегіях як двоїста задача лінійного програмування. Розв'язання матричної гри в мішаних стратегіях методами лінійної алгебри. Оптимальна ціна гри та оптимальні вектори мішаних стратегій. Зведення задачі гри двох осіб до задачі лінійного програмування. Матрична гра з постійною сумою.</p>	2	2	8	12
13	<p><b><u>Планування на сітках</u></b>  Деякі відомості про графи. Алгоритм побудови мінімального остівного дерева. Сіткові моделі в управлінні економічними процесами. Сітка. Пропускна спроможність сітки. Потік по ребру. Відшукування найкоротшого шляху у сітці.</p> <p><b>Підтема:</b> Моделювання найкоротших безбар'єрних маршрутів у межах транспортних вузлів для осіб з інвалідністю та інших маломобільних груп населення.</p>	2	2	6	10
14	<p><b><u>Оптимізаційні задачі сітках</u></b>  Формалізація та розв'язання задачі пошуку максимального потоку на сітці. Розріз на сітці. Пропускна спроможність розрізу. Мінімальний розріз. Теорема Форда-Фалкерсона. Алгоритм відшукування максимального потоку (або мінімального розрізу)</p>	2	2	6	10
<b>Разом за РІК</b>		<b>30</b>	<b>30</b>	<b>90</b>	<b>150</b>

### ЗАОЧНА ФОРМА (ПОВНА)

№	Тема	Лекції, год	Практичні, год	Самостійна	Всього, год
---	------	-------------	----------------	------------	-------------

				робо та, год	
1	<p><b><u>Математична постановка задачі лінійного програмування (ЗЛП)</u></b>  Формулювання та постановка типових класів задач. Загальний вид ЗЛП. Приклади економічних задач, моделлю яких є ЗЛП. Симетрична і канонічна форми ЗЛП. Геометрична інтерпретація множини допустимих розв'язків ЗЛП. Оптимальний план задачі лінійного програмування.  <b>Підтема:</b> Гармонізація економіко-математичних моделей планування ресурсів відповідно до стандартів ЄС.</p>	1	0,5	8,5	10
2	<p><b><u>Графічний метод розв'язання ЗЛП. Симплекс метод</u></b>  Графічний метод розв'язання ЗЛП. Дослідження властивостей та економічний аналіз розв'язків ЗЛП.  Отримання допустимого базисного розв'язку. Метод перебору вершин як сутність симплекс-методу розв'язання задач лінійного програмування. Поняття про алгоритм симплекс-методу та алгоритм однократного заміщення Жордана-Гаусса.  Застосування вбудованих функцій і надбудов MS Excel для розв'язання задач про оптимальний розподіл ресурсів.</p>	1	1	16	18
3	<p><b><u>Пряма та двоїста задачі лінійного програмування</u></b>  Двоїста задача лінійного програмування та аналіз чутливості оптимального розв'язку. Економічне тлумачення взаємодвоїстої задачі.  <b>Підтема:</b> Оптимальний перерозподіл дефіцитних ресурсів та аналіз стійкості планів в умовах критичних інфраструктурних втрат (специфіка воєнного стану).</p>	0,5	0,5	9	10
4	<p><b><u>Задача цілочисельного програмування</u></b>  Задача цілочисельного програмування. Алгоритм методу Гоморі.</p>	0,5	0,5	9	10
5	<p><b><u>Транспортна задача</u></b></p>	0,5	0,5	9	10

	<p>Формулювання змісту транспортної задачі та її математичної моделі як задачі лінійного програмування. Метод потенціалів розв'язання транспортної задачі як метод перетворення транспортної таблиці. Методи побудування початкового плану перевезень.</p> <p><b>Підтема:</b> Оптимізація логістичних маршрутів для доставки будівельних матеріалів та гуманітарних вантажів у деокуповані регіони з врахуванням ризиків пошкодження інфраструктури.</p> <p><b>Підтема:</b> Моделювання транспортних потоків з урахуванням забезпечення безперешкодного доступу маломобільних груп населення до транспортних вузлів та терміналів.</p>				
6	<p><b><u>Транспортна задача відкритого типу</u></b></p> <p>Відкрита і закрита форми транспортної задачі. Випадки виродженого плану перевезень.</p>	0,25	0,5	7,25	8
7	<p><b><u>Особливі види транспортних задач</u></b></p> <p>Двоетапні транспортні задачі. Задача з заборонаю на перевезення. Задача з фіксованими обсягами перевезень за окремими маршрутами. Задача з обмеженнями на пропускну спроможність. Комбіновані задачі.</p> <p><b>Підтема:</b> Моделювання перевезень в умовах незбалансованості попиту та пропозиції, спричинених міграційними процесами або раптовою зміною дислокації складських потужностей</p>	0,25	0,5	9,25	10
8	<p><b><u>Нелінійне програмування</u></b></p> <p>Постановка та графічний метод розв'язання задачі квадратичного програмування. Метод множників Лагранжа розв'язання задач опуклого програмування. Сідлова точка. Метод Куна-Таккера як узагальнений метод множників Лагранжа.</p> <p><b>Підтема:</b> Оптимізація нелінійних моделей економічної взаємодії з країнами ЄС.</p>	0,5	0,25	9,25	10
9	<p><b><u>Динамічне програмування</u></b></p> <p>Задачі поетапної оптимізації. Особливості метода динамічного програмування для</p>	0,5	0,5	13	14

	<p>розв'язання <math>n</math>-вимірної задачі лінійного програмування, що декомпозується на <math>n</math> одновимірних задач. Рекурентна природа обчислень у динамічних задачах та співвідношення Беллмана. Принципи побудування цільової функції, вектор управління та обмеження задачі динамічного програмування. Алгоритми прямої та зворотної прогонки.</p> <p><b>Підтема:</b> Динамічне програмування у задачах поетапного відновлення критичної інфраструктури та стратегічного управління запасами в умовах високої невизначеності та ризику</p>				
10	<p><b><u>Предмет теорії ігор. Класифікація ігор.</u></b> <b><u>Приклади ігор.</u></b> Основні поняття теорії ігор. Матричні ігри двох осіб. Приклади матричних ігор.</p>	0,25	0,25	7,5	8
11	<p><b><u>Домінуючі та недоміновані стратегії.</u></b> <b><u>Рівновага за Нешем.</u></b> Поняття домінуючі та недоміновані стратегії. Рівновага за Нешем. Теорема Неша про існування рівноваг. Гра у хованки. Мішана рівновага. Спрощення платіжної матриці.</p>	0,25	0,25	9,5	10
12	<p><b><u>Матричні ігри двох осіб з нульовою сумою</u></b> Оптимальний розв'язок гри двох осіб з нульовою сумою. Платіжна матриця. Гра в чистих стратегіях. Оптимальний розв'язок чистої гри. Сідлова точка. Спрощення платіжної матриці. Нижня та верхня ціни гри. Матрична гра в мішаних стратегіях як двоїста задача лінійного програмування. Розв'язання матричної гри в мішаних стратегіях методами лінійної алгебри. Оптимальна ціна гри та оптимальні вектори мішаних стратегій. Зведення задачі гри двох осіб до задачі лінійного програмування. Матрична гра з постійною сумою.</p>	0,25	0,25	11,5	12
13	<p><b><u>Планування на сітках</u></b> Деякі відомості про графи. Алгоритм побудови мінімального остівного дерева. Сіткові моделі в управлінні економічними процесами. Сітка.</p>	0,15	0,25	9,6	10

	Пропускна спроможність сітки. Потік по ребру. Відшукування найкоротшого шляху у сітці. <b>Підтема:</b> Моделювання найкоротших безбар'єрних маршрутів у межах транспортних вузлів для осіб з інвалідністю та інших маломобільних груп населення.				
14	<b><u>Оптимізаційні задачі сітках</u></b> Формалізація та розв'язання задачі пошуку максимального потоку на сітці. Розріз на сітці. Пропускна спроможність розрізу. Мінімальний розріз. Теорема Форда-Фалкерсона. Алгоритм відшукування максимального потоку (або мінімального розрізу)	0,1	0,25	9,65	10
<b>Разом за РІК</b>		<b>6</b>	<b>6</b>	<b>138</b>	<b>150</b>

### ЗАОЧНА ФОРМА (СКОРОЧЕНА)

№	Тема	Лекції, год	Практичні, год	Самостійна робота, год	Всього, год
1	<b><u>Математична постановка задачі лінійного програмування (ЗЛП)</u></b> Формулювання та постановка типових класів задач. Загальний вид ЗЛП. Приклади економічних задач, моделлю яких є ЗЛП. Симетрична і канонічна форми ЗЛП. Геометрична інтерпретація множини допустимих розв'язків ЗЛП. Оптимальний план задачі лінійного програмування. <b>Підтема:</b> Гармонізація економіко-математичних моделей планування ресурсів відповідно до стандартів ЄС.	0,5	0,25	9,25	10
2	<b><u>Графічний метод розв'язання ЗЛП. Симплекс метод</u></b> Графічний метод розв'язання ЗЛП. Дослідження властивостей та економічний аналіз розв'язків ЗЛП.	1	0,75	16,25	18

	Отримання допустимого базисного розв'язку. Метод перебору вершин як сутність симплекс-методу розв'язання задач лінійного програмування. Поняття про алгоритм симплекс-методу та алгоритм однократного заміщення Жордана-Гаусса. Застосування вбудованих функцій і надбудов MS Excel для розв'язання задач про оптимальний розподіл ресурсів.				
3	<b><u>Пряма та двоїста задачі лінійного програмування</u></b> Двоїста задача лінійного програмування та аналіз чутливості оптимального розв'язку. Економічне тлумачення взаємодвоїстої задачі. <b>Підтема:</b> Оптимальний перерозподіл дефіцитних ресурсів та аналіз стійкості планів в умовах критичних інфраструктурних втрат (специфіка воєнного стану).	0,5	0,25	9,25	10
4	<b><u>Задача цілочисельного програмування</u></b> Задача цілочисельного програмування. Алгоритм методу Гоморі.	0,5	0,25	9,25	10
5	<b><u>Транспортна задача</u></b> Формулювання змісту транспортної задачі та її математичної моделі як задачі лінійного програмування. Метод потенціалів розв'язання транспортної задачі як метод перетворення транспортної таблиці. Методи побудування початкового плану перевезень. <b>Підтема:</b> Оптимізація логістичних маршрутів для доставки будівельних матеріалів та гуманітарних вантажів у деокуповані регіони з врахуванням ризиків пошкодження інфраструктури. <b>Підтема:</b> Моделювання транспортних потоків з врахуванням забезпечення безперешкодного доступу маломобільних груп населення до транспортних вузлів та терміналів.	0,5	0,5	9	10
6	<b><u>Транспортна задача відкритого типу</u></b> Відкрита і закрита форми транспортної задачі. Випадки виродженого плану перевезень.	0,25	0,25	7,5	8
7	<b><u>Особливі види транспортних задач</u></b>	0,25	0,25	9,5	10

	<p>Двоетапні транспортні задачі. Задача з заборороною на перевезення. Задача з фіксованими обсягами перевезень за окремими маршрутами. Задача з обмеженнями на пропускну спроможність. Комбіновані задачі.</p> <p><b>Підтема:</b> Моделювання перевезень в умовах незбалансованості попиту та пропозиції, спричинених міграційними процесами або раптовою зміною дислокації складських потужностей</p>				
8	<p><b><u>Нелінійне програмування</u></b></p> <p>Постановка та графічний метод розв'язання задачі квадратичного програмування. Метод множників Лагранжа розв'язання задач опуклого програмування. Сідлова точка. Метод Куна-Таккера як узагальнений метод множників Лагранжа.</p> <p><b>Підтема:</b> Оптимізація нелінійних моделей економічної взаємодії з країнами ЄС.</p>	0,5	0,25	9,25	10
9	<p><b><u>Динамічне програмування</u></b></p> <p>Задачі поетапної оптимізації. Особливості метода динамічного програмування для розв'язання <math>n</math>-вимірної задачі лінійного програмування, що декомпозується на <math>n</math> одновимірних задач. Рекурентна природа обчислень у динамічних задачах та співвідношення Беллмана. Принципи побудування цільової функції, вектор управління та обмеження задачі динамічного програмування. Алгоритми прямої та зворотної прогонки.</p> <p><b>Підтема:</b> Динамічне програмування у задачах поетапного відновлення критичної інфраструктури та стратегічного управління запасами в умовах високої невизначеності та ризику</p>	0,5	0,25	13,25	14
10	<p><b><u>Предмет теорії ігор. Класифікація ігор. Приклади ігор.</u></b></p> <p>Основні поняття теорії ігор. Матричні ігри двох осіб. Приклади матричних ігор.</p>	0,25	0,25	7,5	8
11	<p><b><u>Домінуючі та недоміновані стратегії. Рівновага за Нешем.</u></b></p>	0,25	0,25	9,5	10

	Поняття домінуючі та недоміновані стратегій. Рівновага за Нешем. Теорема Неша про існування рівноваг. Гра у хованки. Мішана рівновага. Спрощення платіжної матриці.				
12	<b><u>Матричні ігри двох осіб з нульовою сумою</u></b> Оптимальний розв'язок гри двох осіб з нульовою сумою. Платіжна матриця. Гра в чистих стратегіях. Оптимальний розв'язок чистої гри. Сідлова точка. Спрощення платіжної матриці. Нижня та верхня ціни гри. Матрична гра в мішаних стратегіях як двоїста задача лінійного програмування. Розв'язання матричної гри в мішаних стратегіях методами лінійної алгебри. Оптимальна ціна гри та оптимальні вектори мішаних стратегій. Зведення задачі гри двох осіб до задачі лінійного програмування. Матрична гра з постійною сумою.	0,5	0,25	11,25	12
13	<b><u>Планування на сітках</u></b> Деякі відомості про графи. Алгоритм побудови мінімального остівного дерева. Сіткові моделі в управлінні економічними процесами. Сітка. Пропускна спроможність сітки. Потік по ребру. Відшукування найкоротшого шляху у сітці. <b>Підтема:</b> Моделювання найкоротших безбар'єрних маршрутів у межах транспортних вузлів для осіб з інвалідністю та інших маломобільних груп населення.	0,25	0,15	9,6	10
14	<b><u>Оптимізаційні задачі сітках</u></b> Формалізація та розв'язання задачі пошуку максимального потоку на сітці. Розріз на сітці. Пропускна спроможність розрізу. Мінімальний розріз. Теорема Форда-Фалкерсона. Алгоритм відшукування максимального потоку (або мінімального розрізу)	0,25	0,1	9,65	10
<b>Разом за РІК</b>		<b>6</b>	<b>4</b>	<b>140</b>	<b>150</b>

## 14 ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ

### 1. ІДЗ №1. Математична постановка ЗЛП.

Економіко-математичні моделі задач лінійного програмування завдання та методичні вказівки до виконання індивідуальних завдань з дисципліни "Оптимізаційні методи і моделі" / укладачі : Ю. С. Шувалова, О. О. Гончарова ; кафедра вищої математики. - Харків : УкрДУЗТ, - 2019. - 61 с. (Завдання 1,2)

*Вимоги:* Завдання 1. Вибір змінних задач, які повністю характеризують економічний процес, що досліджується. Студент має сформулювати систему рівнянь та нерівностей, що впливають з обмеженості ресурсів або інших економічних чи фізичних умов. Скласти цільову функцію, яка відображає мету виконання завдання (прибуток, витрати тощо) і екстремум якої (максимум чи мінімум) потрібно знайти. Завдання 2. Студент має продемонструвати володіння методом Жорданових виключень для матриць розмірності  $2 \times 2$  та  $3 \times 3$ .

### 2. ІДЗ №2. Розв'язання задач лінійного програмування. Складання двоїстової задачі.

Економіко-математичні моделі задач лінійного програмування завдання та методичні вказівки до виконання індивідуальних завдань з дисципліни "Оптимізаційні методи і моделі" / укладачі : Ю. С. Шувалова, О. О. Гончарова ; кафедра вищої математики. - Харків : УкрДУЗТ, - 2019. - 61 с. (Завдання 3)

*Вимоги:* Студент повинен зробити візуальний розв'язок (графічний), надати детальний цифровий розрахунок (симплекс-метод). Перевірити відповіді. Вміти скласти двоїсту задачу.

### 3. ІДЗ №3. Оптимізація виробничої програми підприємства методами лінійного програмування та аналіз стійкості моделі в середовищі MS Excel.

Економіко-математичні моделі задач лінійного програмування завдання та методичні вказівки до виконання індивідуальних завдань з дисципліни "Оптимізаційні методи і моделі" / укладачі : Ю. С. Шувалова, О. О. Гончарова ; кафедра вищої математики. - Харків : УкрДУЗТ, - 2019. - 61 с. (Завдання 4)

*Вимоги:* Робота вважається виконаною, якщо кожна цифра у висновках підтверджена даними згенерованих звітів Excel.

#### 4. . ІДЗ №4. Транспортна задача.

Завдання до контрольних та розрахункових робіт з дисципліни "Дослідження операцій у транспортних системах" / укладачі : Н. Г. Панченко, М. Є. Резуненко ; кафедра вищої математики. - Харків : УкрДУЗТ, 2017. - 54 с. (Завдання 3)

*Вимоги:* Завдання 31. У цьому розділі необхідно розв'язати закриту транспортну задачу методом потенціалів. Завдання 3.2. Необхідно використати надбудову «Пошук розв'язання» (Solver).

#### 5. ІДЗ №5. Задача нелінійного програмування.

Математичне програмування : методичні вказівки та завдання до виконання контрольних робіт. Частина 2 / укладачі : О. О. Думіна, М. Є. Резуненко, О. І. Удодова, Ю. С. Шувалова ; кафедра "Вища математика". - Харків : УкрДАЗТ, 2009. - 53 с. (Завдання 3).

*Вимоги:* Студент має порівняти координати точки (оптимум цільової функції), знайдені з графіка, з точними цифрами з Excel (різниця має бути мінімальною).

#### 6. ІДЗ №6. Матрична гра.

Математичне програмування : методичні вказівки та завдання до виконання контрольних робіт. Частина 2 / укладачі : О. О. Думіна, М. Є. Резуненко, О. І. Удодова, Ю. С. Шувалова ; кафедра "Вища математика". - Харків : УкрДАЗТ, 2009. - 53 с. (Завдання 1).

*Вимоги:* Студент повинен вміти робити перевірку на наявність сідлової точки, спрощувати платіжну матрицю, розв'язувати матричну гру в мішаних стратегіях.

## **15 МЕТОДИ НАВЧАННЯ**

### ***Метод кейсів (аналіз конкретних ситуацій)***

1. При вивченні освітньої компоненти прямо передбачено розгляд прикладів реальних економічних задач, моделлю яких є ЗЛП. Практичні заняття включають аналіз ситуацій щодо оптимального розподілу ресурсів, використання сировини та

управління запасами. Це вимагає від студента аналізу систем і явищ для вибору найкращого способу реалізації розв'язку.

### ***Проектний метод (індивідуальна проектна робота)***

Цей метод є ключовим, оскільки значна частина навчального часу відведена на індивідуальні завдання (ІДЗ). Студент виконує комплексний проєкт: від побудови математичної моделі до її розв'язання різними методами (графічним, симплексним, методом потенціалів) та проведення економічного аналізу результатів.

### ***Комп'ютерне моделювання***

Акцент зроблено на застосуванні вбудованих функцій та надбудов MS Excel «Пошук розв'язання», GeoGebra Класична тощо для автоматизації розрахунків у задачах оптимізації.

### ***Проблемне навчання***

Студенти вчаться формулювати задачі та знаходити рішення в умовах ризику та невизначеності, що характерно для розділів теорії ігор.

### ***Науково-дослідний метод***

Передбачає самостійне розширення математичних знань, написання наукових статей та підготовку доповідей на конференції (СНТК).

### ***Мозковий штурм***

Цей метод логічно впливає з необхідності формалізації моделей реальних процесів, де на етапі вибору змінних та складання системи обмежень практичного заняття може використовуватися колективне обговорення.

## **16 ФОРМИ КОНТРОЛЮ**

Поточний контроль: 0-60. Складається з результатів індивідуальних домашніх завдань та результатів тематичних контролів.

Модульний контроль: 0-40. Проведення модульної контрольної роботи у тестовій або комбінованій формі.

Підсумковий контроль: 0-100. Є результатом суми поточного та модульного контролю

Загальна модульна оцінка (залік): 0-100. Є середнім арифметичним серед двох підсумкових модульних контролів.

## 17 КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

Виконання ІДЗ (максимум 10 балів):

*9–10 балів (відмінно):* Завдання виконано повністю. Алгоритм розв’язання обрано правильно, розрахунки без помилок. Присутнє чітке теоретичне обґрунтування. Висновок сформульовано коректно.

*7–8 балів (Добре):* (Є незначні недоліки):

Завдання виконано правильно, але допущено незначну неточність у розрахунках, яка не вплинула на логіку розв’язання, або недостатньо повно описано проміжні етапи.

*5–6 балів (Задовільно):* (Часткове виконання):

Присутні помилки в обчисленнях або порушено послідовність алгоритму. Студент розуміє метод, але припустився помилок при переході від теорії до практики (наприклад, неправильно складено двоїсту задачу).

*1–4 бали (Незадовільно):* (Фрагментарні знання):

Робота має фрагментарний характер. Обрано неправильний метод розв’язання або допущено грубі системні помилки. Відсутні ключові елементи.

*0 балів:* Завдання не виконано або розв’язання повністю не відповідає варіанту.

### Формування оцінки за 100-бальною шкалою

Максимальна кількість балів	
Вид контролю	Сума балів
Поточний контроль:	до 60
1) індивідуальні завдання	до 30
2) поточні самостійні роботи	до 30

Модульний контроль	до 40
Сума балів	до 100

При заповненні заліково-екзаменаційної відомості та залікової книжки і індивідуального навчального плану (при успішній здачі іспиту/заліку) здобувача вищої освіти, оцінка, виставлена за 100-бальною шкалою, повинна бути переведена до національної шкали (відмінно, добре, задовільно (незадовільно) для іспитів, курсових робіт/проектів або зараховано/незараховано для заліків) та шкали ECTS (A, B, C, D, E, F).

Визначення назви за національною шкалою(оцінка)	Визначення назви за шкалою ECTS	За 100 бальною шкалою	ECTS Оцінка
ВІДМІННО – 5	<b>Відмінно</b> – відмінне виконання лише з незначною кількістю помилок	90-100	A
ДОБРЕ – 4	<b>Дуже добре</b> – вище середнього рівня з кількома помилками	82-89	B
	<b>Добре</b> – в загальному правильна робота з певною кількістю грубих помилок	75-81	C
ЗАДОВІЛЬНО - 3	<b>Задовільно</b> - непогано, але зі значною кількістю недоліків	69-74	D
	<b>Достатньо</b> – виконання задовольняє мінімальні критерії	60-68	E
НЕЗАДОВІЛЬНО - 2	<b>Незадовільно</b> – потрібно попрацювати перед тим як отримати залік або екзамен (без повторного вивчення модуля)	35-59	FX
	<b>Незадовільно</b> - необхідна серйозна подальша робота (повторне вивчення модуля)	<35	F

## 18 АКАДЕМІЧНА ДОБРОЧЕСНІСТЬ ТА ПОЛІТИКА КУРСУ

### 1. *Визначення плагіату та його наслідки*

- **Визначення:** Академічний плагіат — це оприлюднення (частково або повністю) наукових (творчих) результатів, отриманих іншими особами, як результатів власного дослідження (творчості) та/або відтворення опублікованих текстів (оприлюднених творів мистецтва) інших авторів без зазначення авторства.
- **Заборонені дії:** До плагіату також належить самоплагіат, фабрикація та фальсифікація результатів.

- **Наслідки:** У разі виявлення ознак академічного недоброчестя у роботі студента, робота не зараховується. Студент може бути направлений на повторне виконання завдання.

## ***2. Правила цитування***

- **Обов'язковість:** Будь-яке використання ідей, тверджень або даних з офіційних джерел, підручників чи методичних вказівок повинно супроводжуватися посиланням на джерело.

- **Оформлення:** Посилання на використану літературу мають оформлюватися згідно з чинними стандартами. При використанні прямих цитат обов'язковим є використання лапок та зазначення номера сторінки.

## ***3. Етика використання AI-інструментів***

- **Допустимість:** Використання інструментів штучного інтелекту (ChatGPT, Claude тощо) дозволяється лише як допоміжний засіб для пошуку ідей або структурування матеріалу.

- **Заборона:** Повне генерування тексту розв'язку задачі або звіту за допомогою ШІ без власного аналізу та перевірки розглядається як форма академічного недоброчестя.

- **Прозорість:** Якщо студент використовував ШІ при підготовці завдання, він повинен зазначити це в роботі, вказавши назву інструменту та характер його використання.

## ***4. Процедура оскарження оцінок***

- **Право на апеляцію:** Кожен студент має право оскаржити результати оцінювання, якщо вважає їх необ'єктивними.

- **Терміни:** Апеляція подається у формі письмової заяви на ім'я завідувача кафедри «Вища математика та фізика» не пізніше наступного робочого дня після оголошення результатів.

- **Комісія:** Для розгляду скарги створюється комісія, яка перевіряє відповідність оцінки критеріям, визначеним у робочій програмі.

## ***5. Правила поведінки на заняттях***

- Відвідування та активність: Студент повинен демонструвати наполегливість та активність під час аудиторних занять, оскільки це безпосередньо впливає на підсумковий бал за модуль.
- Дисципліна: Під час занять заборонено використовувати мобільні телефони та інші гаджети для розваг. Використання ноутбуків дозволено лише для виконання розрахунків у MS Excel або роботи з навчальними матеріалами.
- Взаємоповага: Політика курсу базується на принципах толерантності, рівності (згідно з цілями сталого розвитку) та конструктивної співпраці між викладачем і студентом.

## **19 ПИТАННЯ ДО ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ**

### *Основи лінійного програмування (ЗЛП)*

1. Математична постановка загальної задачі лінійного програмування (ЗЛП).
2. Симетрична та канонічна форми запису ЗЛП.
3. Геометрична інтерпретація множини допустимих розв'язків та графічний метод розв'язання ЗЛП.
4. Поняття оптимального плану ЗЛП та властивості вершин багатогранника розв'язків.
5. Сутність симплекс-методу як перебору вершин та алгоритм однократного заміщення Жордана-Гаусса.
6. Використання надбудови «Пошук рішення» (Solver) в MS Excel для оптимізації розподілу ресурсів.

### *Двоїстість та цілочисельне програмування*

7. Правила побудови двоїстої задачі до прямої ЗЛП та їх економічне тлумачення.
8. Аналіз стійкості оптимального плану за допомогою двоїстих оцінок.

9. Постановка задачі цілочисельного програмування та алгоритм методу Гоморі.

### Транспортна задача

10. Математична модель транспортної задачі (ТЗ) як задачі лінійного програмування.

11. Методи побудови початкового опорного плану перевезень.

12. Розв'язання транспортної задачі метод потенціалів.

13. Особливості розв'язання транспортних задач відкритого типу та випадки виродженого плану.

### Нелінійне та динамічне програмування

14. Постановка задачі квадратичного програмування та її графічне розв'язання.

15. Метод множників Лагранжа та умови Куна-Таккера для задач опуклого програмування.

16. Принцип оптимальності Беллмана.

17. Алгоритми прямої та зворотної прогонки в задачах поетапної оптимізації.

### Елементи теорії ігор

18. Класифікація ігор та основні поняття (стратегія, платіжна матриця, ціна гри).

19. Поняття домінуючих та недомінованих стратегій.

20. Рівновага за Нешем та теорема про існування рівноваги.

21. Матричні ігри двох осіб з нульовою сумою: мінімаксний критерій та сідлова точка.

22. Знаходження розв'язку гри у мішаних стратегіях методами лінійної алгебри.

23. Зведення задачі матричної гри до задачі лінійного програмування.

24. Матрична гра з постійною сумою.

### Сіткове планування

25. Основні поняття теорії графів у сітковому плануванні.

26. Алгоритм побудови мінімального остівного дерева та відшукування найкоротшого шляху у сітці.

27. Постановка задачі про максимальний потік та поняття розрізу сітки.

28. Теорема Форда-Фалкерсона та алгоритм пошуку максимального потоку.

### Загальні компетенції та сталий розвиток

29. Роль оптимізаційних методів у забезпеченні сталого економічного зростання та раціональних моделей виробництва (згідно з Цілями сталого розвитку України до 2030 року).

30. На сортувальній станції знаходяться 25 вагонів типу А, 28 вагонів типу В та 20 вагонів типу С, з яких необхідно вибрати 50 вагонів і сформувати з них збірний потяг. Час на маневрові операції для вагонів типу А складає 6 хв на вагон, для вагонів типу В – 5 хв/вагон, типу С – 3 хв/вагон. Необхідно визначити кількість вагонів кожного типу у складі збірного поїзда так, щоб час його формування на сортувальній станції був мінімальним. Побудувати математичну модель цієї задачі.

31. Виробничий цех виготовляє три види продукції А, В та С. Прибуток від реалізації однієї одиниці продукції складає 7 грош. од., 12 грош. од. та 8 грош. од. відповідно. Для виробництва використовується три види ресурсів, норми витрат ресурсів та запаси ресурсів кожного виду вказані в таблиці.

Вид ресурсу	Норма витрат ресурсів/од. прод.			Запас ресурсу
	А	В	С	
Ресурс 1	10	0	4	700
Ресурс 2	5	7	9	800
Ресурс 3	2	5	1	500

Знайти план виробництва продукції А, В та С, який забезпечить найбільший прибуток. Скласти математичну модель цієї задачі.

32. У розпорядженні автотранспортного підприємства 10 автомобілів вантажопідйомністю 15 т а 8 автомобілів вантажопідйомністю 12 т. Підприємство отримало замовлення на перевезення партії вантажу обсягом 80 т (всю партію необхідно завантажити протягом доби). Завантаження автомобілів здійснюється послідовно на вантажному пункті, час роботи якого протягом доби складає 12 годин; тривалість завантаження 15-ти тонника складає 0,5 год, 12-ти тонника – 0,4 год. Витрати на перевезення однієї тонни вантажу 15-ти тонником складають 8 грош. од. за тону, 12-ти тонником – 6 грош. од. за тону. Необхідно визначити кількість автомобілів кожного типу для перевезення партії вантажу таким чином, щоб загальні витрати на перевезення були мінімальними. Скласти математичну модель цієї задачі.

33. Знайти обернену матрицю, використовуючи метод жорданових виключень. Перевірити результат за визначенням оберненої матриці.

$$1) \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ -7 & 5 \end{pmatrix}; 2) \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \end{pmatrix}.$$

34. Розв'язати задачу лінійного програмування:

$$\begin{array}{l} f = 5x_1 + x_2 \rightarrow \max, \\ \left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 \leq 6, \\ 4x_1 - 3x_2 \leq 12, \\ x_1 \geq 2, \\ x_2 \geq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{array} \right. \end{array} \quad \begin{array}{l} f = 3x_1 + x_2 \rightarrow \min, \\ \left\{ \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 \geq 8, \\ -x_1 + 33x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 4, \\ x_2 \geq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{array} \right. \end{array}$$

1) геометричним методом;

2) симплекс-методом;

2) за допомогою надбудови «Пошук розв'язання» MS Excel. Роздрукувати звіт про результати;

4) побудувати задачу, двоїсту до заданої.

35. Для заданої задачі оптимального виробничого планування потрібно:

1) Побудувати економіко-математичну модель задачі.

2) Побудувати двоїсту задачу. Дати економічну інтерпретацію.

3) Розв'язати пряму задачу за допомогою надбудови «Пошук розв'язання»

MS Excel. Роздрукувати звіти про результати і стійкість.

4) Розв'язати двоїсту задачу за допомогою надбудови «Пошук розв'язання»

MS Excel. Роздрукувати звіти про результати і стійкість.

5) Виконати економічний аналіз задачі за роздрукованими

звітами:

а) зробити економічний аналіз оптимальних планів прямої та двоїстої задачі;

б) оцінити, як при реалізації оптимального плану випуску продукції використовуються ресурси; вказати інтервали стійкості двоїстих оцінок відносно зміни запасів ресурсів;

в) для кожного з дефіцитних ресурсів з'ясувати, чи зміниться структура оптимального плану (асортимент продукції), якщо обсяги запасів дефіцитного ресурсу окремо збільшити на 15 % за інших однакових умов. Якщо структура плану не зміниться, вказати як збільшиться прибуток;

г) оцінити рентабельність кожного виду продукції та інтервали можливої зміни прибутку від реалізації одиниці продукції у відсотках.

Вид ресурсу	Норма витрат ресурсів/од. продукції			Запас ресурсу
	А	В	С	
Ресурс 1	2	9	1	280
Ресурс 2	9	4	10	620
Ресурс 3	1	5	4	360
Прибуток/од. продукції	9	8	12	

36. Розв'язати закриту транспортну задачу, вихідні дані якої наведено у транспортній таблиці:

$A_i \backslash B_j$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	Запаси $a_i$
$A_1$	2	4	3	<b>110</b>
$A_2$	5	1	4	<b>155</b>
$A_3$	3	6	5	<b>125</b>
$A_4$	5	2	4	<b>90</b>
Потреби $b_j$	<b>100</b>	<b>235</b>	<b>145</b>	

37. Чотири нафтопереробних підприємства  $A_1, A_2, A_3, A_4$  із максимальною щодобовою продуктивністю 10, 15, 20, 15 тис. т бензину відповідно забезпечують п'ять бензосховищ  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$ , потреба яких становить 25, 30, 10, 20, 25 тис. т бензину відповідно. Бензин транспортується до бензосховищ за допомогою трубопроводів. Вартість транспортування 1000 т бензину від підприємств до сховищ наведено в таблиці.

Підприємство	Вартість транспортування 1000 т бензину до сховищ, грош. од.				
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$
$A_1$	5	7	2	3	8
$A_2$	6	4	3	1	5
$A_3$	22	5	4	3	6
$A_4$	2	9	8	11	4

Скласти та розв'язати транспортну задачу, якщо повинні враховувати всі три умови:

- 1) за недопостачання бензину до сховища  $B_3$  необхідно заплатити штраф у розмірі 7 грош. од. за кожні 1000 т бензину;
- 2) повністю задовольнити попит сховища  $B_5$ ;
- 3) у зв'язку з виконанням ремонтних робіт на трубопроводі постачання бензину з підприємства  $A_2$  до сховища  $B_1$  тимчасово неможливе.

38. Фірма має три виробничих філіали  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ , які виготовляють однорідну продукцію протягом певного часу в кількості 3020, 1200, 5000 од. відповідно. Ця продукція спочатку відправляється на чотири склади  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ ,  $S_4$  місткістю 1300, 1000, 5720, 1200 од. відповідно, а потім – до п'яти споживачів  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$ ,  $B_4$ ,  $B_5$ , попит яких дорівнює 350, 3900, 1820, 850, 2300 од. відповідно. Вартість перевезення одиниці продукції від виробника на склад, а потім зі складів до споживачів наведено в таблицях.

	Вартість перевезення 1 од. продукції від виробника на склад, грош. од.			
	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$A_1$	3	2	8	7
$A_2$	1	5	4	3
$A_3$	2	6	8	2

	Вартість перевезення 1 од. продукції зі складів до споживачів грош. од.				
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$
$S_1$	4	3	2	7	5
$S_2$	8	6	4	9	1
$S_3$	2	8	5	6	7
$S_4$	1	5	4	3	8

Також за індивідуальними контрактами можливі безпосередні поставки продукції з другого філіалу до четвертого споживача та з третього філіалу до п'ятого споживача. Вартість перевезення одиниці продукції за транзитними маршрутами  $A_2B_4$  і  $A_3B_5$  складає 5 грош. од і 4 грош. од відповідно. Перевезення продукції зі складу на склад неприпустиме. Скласти математичну модель задачі та визначити її оптимальний розв'язок.

39. Знайти оптимальний план транспортної задачі:

Постачальники	Споживачі			Запаси
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	
$A_1$	3	7	4	40
$A_2$	8	2	1	40
$A_3$	2	6	4	40
$A_4$	7	5	2	80
$A_5$	8	11	6	100
Потреби	80	80	90	

Якщо повинні виконуватись додаткові умови:

- вартість зберігання невивезеної продукції у постачальників  $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$  дорівнює 4, 3, 7, 5 та 8 грош. од. відповідно;
- не виконувати перевезення за маршрутом  $A_4B_3$ ;
- за маршрутом  $A_3B_3$  перевезти 20 од. продукції.

40. Дано задачу опуклого програмування.

1) Знайти розв'язок графічним методом;

2) записати функцію Лагранжа;

3) Знайти розв'язок за допомогою надбудови MS Excel до розв'язання задачі квадратичного програмування.

$$g = (x_1 - 10)^2 + (x_2 - 1)^2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 1 \\ -3x_1 + 7x_2 \leq 21 \\ 4x_1 - 3x_2 \leq 12, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$f = -(x_1 - 5)^2 - (x_2 + 1)^2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 \leq 30 \\ 3x_1 - 4x_2 \geq -12 \\ x_1 - x_2 \leq 2, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

40. Для матричної гри, яка задана платіжною матрицею, необхідно:

1) визначити чи є матрична гра грою в чистих чи мішаних стратегіях.

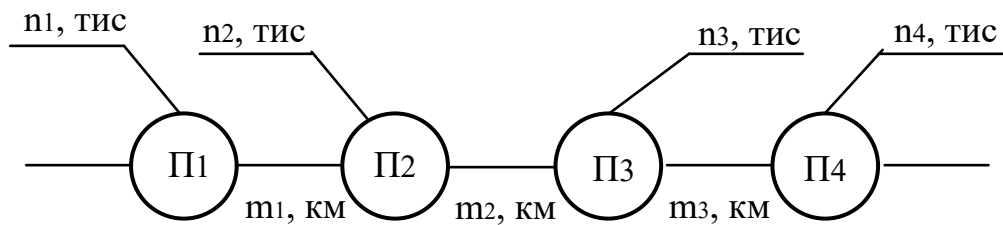
Спростити платіжну матрицю;

2) розв'язати матричну гру алгебраїчним методом;

3) розв'язати матричну гру зведенням до задачі лінійного програмування (ЗЛП розв'язати за допомогою надбудови «Пошук розв'язку» MS Excel, до розв'язання додати фото (скринкопію) звіта про стійкість).

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

41. Дві конкуруючі великі торговельні фірми  $F_1$  і  $F_2$  планують побудувати в одному з чотирьох населених пунктів  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$ ,  $\Pi_3$  та  $\Pi_4$ , що розташовані вздовж автомагістралі, по одному торговельному центру. Взаємне розташування населених пунктів, відстань між ними та чисельність населення наведено на рисунку.



Прибуток кожної фірми залежить від чисельності населення пунктів  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$ ,  $\Pi_3$ ,  $\Pi_4$  та ступеня віддаленості торговельних центрів від місця проживання потенційних покупців. За статистичними дослідженнями було отримано розподіл прибутку між фірмами  $F_1$  та  $F_2$ :

Торговельний центр фірми $F_1$ розташовано від населеного пункту по відношенню з торговельним центром фірми $F_2$	Розподіл прибутку між фірмами	
	$F_1$	$F_2$
Ближче	80 %	20 %
На однаковій відстані	55 %	45 %

Далі	30 %	70 %
------	------	------

Наприклад, якщо торговельний центр фірми  $F_1$  розташовано до населеного пункту  $П_1$  ближче ніж торговельний центр фірми  $F_2$ , то прибуток від покупок, зроблених мешканцями даного населеного пункту, розподіляється наступним чином: 80 % отримає фірма  $F_1$ , решту – фірма  $F_2$ . Необхідно:

- 1) скласти платіжну матрицю;
- 2) вказати, в яких населених пунктах кожній фірмі доцільно будувати свої торговельні центри;
- 3) обчислити оптимальний прибуток кожної фірми.

$n_1, тис$	$n_2, тис$	$n_3, тис$	$n_4, тис$	$m_1, км$	$m_2, км$	$m_3, км$
30	40	50	40	40	30	50

42. Два магазини  $A$  і  $B$ , які займаються реалізацією товарів з двох баз, конкурують між собою. Кожен магазин може реалізовувати тільки визначені чотири видів товарів з цих баз. Один і той же вид товару в обох магазинах продається за однією і тією ж ціною протягом певного часу  $T$ . Якщо магазин  $A$  завезе з бази товар, відмінний від товару, завезеного в магазин  $B$ , то товар матиме попит і магазин  $A$  отримає прибуток від його реалізації в розмірі  $a_i, i = \overline{1,4}$  грош. од. Якщо ж в магазини  $A$  і  $B$  завезено товари однакового виду, то за статистичними даними було отримано, що попит на цей товар в магазині  $A$  впаде на  $10i \%, i = \overline{1,4}$ , оскільки такий же товар за такою ж ціною можна купити в магазині  $B$  (вища якість, кращі умови зберігання, зручніше розташування, тощо). Тому магазин  $A$  замість запланованого прибутку від реалізації  $a_i, i = \overline{1,4}$  грош. од. отримає ще додаткові збитки у розмірі  $c_i, i = \overline{1,4}$  грош. од. (не реалізація протягом певного часу  $T$ ).

Необхідно:

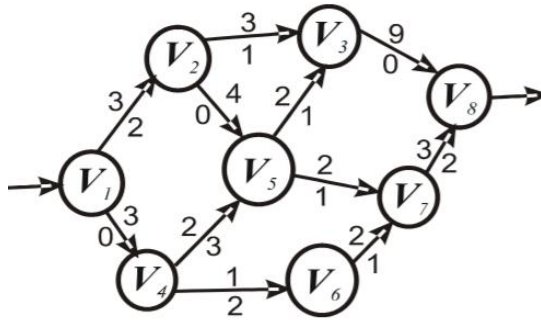
- 1) скласти платіжну матрицю;

2) визначити оптимальну стратегію магазину  $A$ .

Відповіді заокруглювати до третього знаку після коми включно:

$$a_1 = 15, a_2 = 16, a_3 = 23, a_4 = 21, c_1 = 7, c_2 = 3, c_3 = 2, c_4 = 5.$$

43. Знайти мінімальний розріз та визначити максимальну пропускну спроможність сітки.



## 20 РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА

*Основна література:*

1. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій: Підручник. — К.: Слово, 2021. 560 с.
2. Оптимізаційні методи та моделі : навчальний посібник /Н. В. Буреннікова, О. В. Зелінська, І. М. Ушкаленко, Ю. Ю. Буренніков. – Вінниця : ВНТУ, 2019. – 121 с.
3. Оптимізаційні методи та моделі : конспект лекцій / О. В. Шобаніна, В.П. Клочан, І. В. Клочан та ін. - Миколаїв : МНАУ, 2020. 135 с.
4. Оптимізаційні методи та моделі в підприємницькій діяльності: Навчальний посібник. / Волонтир Л.О, Потапова Н.А., Ушкаленко І.М., І.А.Чіков., Вінницький національний аграрний університет. –Вінниця: ВНАУ, 2020 – 404 с.
5. Економіко – математичні методи і моделі: оптимізаційні методи і моделі: навчальний посібник для студентів денної і заочної форми навчання /І. В. Вигоднер, С. В. Моїсеєнко. – Херсон: Книжкове видавництво ФОП Вишемирський В. С., 2024 р. – 149 с.

*Додаткова література*

1. Елементи дослідження операцій в управлінні процесами перевезень : підручник. Ч. 1 / Н. Г. Панченко, М. Є. Резуненко. – Харків : УкрДУЗТ, 2015. – 281 с.
2. Елементи дослідження операцій в управлінні процесами перевезень: підручник. Ч. 2 / Н. Г. Панченко, М. Є. Резуненко. – Харків: УкрДУЗТ, 2015.– 314 с.
3. МВ. Економіко-математичні моделі задач лінійного програмування завдання та методичні вказівки до виконання індивідуальних завдань з дисципліни "Оптимізаційні методи і моделі" / укладачі : Ю. С. Шувалова, О. О. Гончарова ; кафедра вищої математики. - Харків : УкрДУЗТ, - 2019. - 61 с.
4. Математичне програмування. Частина 1: завдання і методичні вказівки до виконання контрольної роботи / укладачі : О. О. Думіна, О. І. Удодова ; кафедра "Вища математика". - Харків : УкрДАЗТ, 2006. - 52 с.
5. Математичне програмування. Частина II : методичні вказівки та завдання до виконання контрольних робіт для студентів ФЕТ заочної форми навчання / укладачі : О. О. Думіна, М. Є. Резуненко, О. І. Удодова, Ю. С. Шувалова ; кафедра "Вища математика". - Харків : УкрДАЗТ, 2010. - 80 с.
6. Лінійне програмування: Конспект лекцій / Ю.О. Акімова, О.О. Думіна, О.І. Удодова, Ю.С. Шувалова. – Харків: УкрДАЗТ, 2014. – 48 с.
7. Завдання до контрольних та розрахункових робіт з дисципліни "Дослідження операцій у транспортних системах" / укладачі : Н. Г. Панченко, М. Є. Резуненко ; кафедра вищої математики. - Харків : УкрДУЗТ, 2017. - 54 с.

## **21 МАТЕРІАЛЬНО-ТЕХНІЧНЕ ТА ІНФОРМАЦІЙНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ**

Zoom — Платформа для відеозв'язку.

Moodle — Система управління навчанням.

## **22 ВІДОМОСТІ ПРО РОЗРОБНИКІВ**

Панченко Наталія Георгіївна (доктор економічних наук, професор)

Контакти: +38(057)730-10-38, e-mail: panchenko\_n@krt.edu.ua

місто Харків, майдан Фейєрбаха, 7, 2 корпус, 4 поверх,  
аудиторії 2.418, 2.419.

Консультації: згідно розкладу

ZOOM:

<https://us04web.zoom.us/j/9623347150?pwd=TjBjRS92WThXRtFsd2VvKzcyRVk5dz09>

ідентифікатор конференції: 962 334 7150

код доступу: DCa9vg

Moodle: <https://do.kart.edu.ua/>

### **23 ВНЕСЕННЯ ЗМІН (ДАТА, СУТЬ, ПІДПИС)**



Панченко Н.Г.

Протокол засідання кафедри вищої математики та фізики № 1 від 29 серпня  
2025 р.